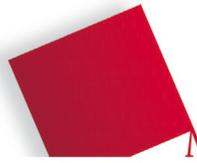


Fakultät für
Maschinenbau,
Fahrzeugtechnik,
Flugzeugtechnik



HOCHSCHULE
FÜR ANGEWANDTE
WISSENSCHAFTEN
MÜNCHEN

**HOCHSCHULE
MITTWEIDA**
UNIVERSITY OF
APPLIED SCIENCES



MASTERARBEIT

im Studiengang Ingenieurakustik

Herr
Johannes Werner

**Prädiktion der erreichbaren
Verstärkung vor
wahrnehmbarer akustischer
Mitkopplung**

2023

Hochschule Mittweida Fakultät:
Medien
Hochschule München Fakultät:
Maschinenbau, Fahrzeugtechnik, Flugzeugtechnik

MASTERARBEIT

Prädiktion der erreichbaren Verstärkung vor wahrnehmbarer akustischer Mitkopplung

Autor/in:
Herr Johannes Werner

Studiengang:
Ingenieurakustik

Seminargruppe:
IA20w1-M

Erstprüfer:
Prof. Dr.-Ing. Jörn Hübelt

Zweitprüfer:
Prof. Dr.-Ing. Stefan Sentpali

Einreichung:
Ascheberg, 14.06.2023

University of applied Science Mittweida Faculty:
Media
University of applied Science Munich Faculty:
Mechanical, Automotive, Aeronautical Engineering

MASTER THESIS

Prediction of the achievable acoustic gain before feedback

author:
Mr. Johannes Werner

course of studies:
Ingenieurakustik

seminar group:
IA20w1-M

first examiner:
Prof. Dr.-Ing. Jörn Hübelt

second examiner:
Prof. Dr.-Ing. Stefan Sentpali

submission:
Ascheberg, 14.06.2023

Bibliografische Angaben

Werner, Johannes:

Prädiktion der erreichbaren Verstärkung vor wahrnehmbarer akustischer Mitkopplung

Prediction of the achievable acoustic gain before feedback

101 Seiten, Hochschule München / Mittweida, University of Applied Sciences,
Fakultät Maschinenbau, Fahrzeugtechnik, Flugzeugtechnik / Medien

Masterarbeit, 2023

Abstract

Die mit einer Beschallungsanlage im Raum erreichbare akustische Verstärkung einer Beschallungsanlage wird durch die Rückwirkung des Lautsprechers auf das Mikrofon begrenzt. Der Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist die Vorhersage des am Hörerort maximal erreichbaren Verstärkungsmaßes. Es werden bestehende Methoden erläutert und ein möglichst exaktes Vorhersagenverfahren elaboriert. Zur Synthese der dafür erforderlichen Raumimpulsantworten kommt sowohl die geometrische Schallfeldsimulation als auch die Finite-Elemente-Methode (FEM) zum Einsatz. In diesem Zusammenhang werden auch unterschiedliche Methoden zur Gewinnung der Randbedingungen thematisiert. In Abhängigkeit der Randbedingungen werden insbesondere mit der gute Approximationen der gemessenen Übertragungsfunktionen erreicht.

Das Verfahren wird anhand konkreter Fallbeispiele durch Vergleich mit zwei der bestehenden deterministischen Methoden sowie mit erfassten Messwerten geprüft. Das angewendete Messverfahren wird detailliert beschrieben. Die Prädiktion wird ferner qualitativ anhand des Einflusses der Mikrofoncharakteristik, der Mikrofonposition sowie der äquivalenten Absorptionsfläche bewertet.

Im Ergebnis liefert die Simulation realitätsnahe, jedoch nicht messgenaue Ergebnisse. Eine verlässliche Vorhersage normativ geforderter Verstärkungsmaße ist mit dem Verfahren nicht möglich. Dennoch übertrifft die numerische Simulation die rechnerisch deterministische Prädiktion in ihrer Detaillierung und damit der Interpretierbarkeit.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	VIII
Formelzeichenverzeichnis	IX
Abbildungsverzeichnis	XXI
Tabellenverzeichnis	XXVI
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Akustische Rückkopplung	3
2.1.1 Systemtheoretisches Modell der Beschallungsanlage	3
2.1.2 Schleifenverstärkung	5
2.1.3 Systemstabilität	6
2.1.4 Maximal erreichbare Verstärkung	7
2.2 Eigenschaften der elektroakustischen Wandler	9
2.2.1 Kennempfindlichkeit des Mikrofons	10
2.2.2 Richtcharakteristik des Mikrofons	10
2.2.3 Nahfeld und Nahbesprechungseffekt	11
2.2.4 Kenschalldruckpegel des Lautsprechers	12
2.2.5 Richtungsabhängige Abstrahlung des Lautsprechers	13
2.2.6 praktische Abbildung der Abstrahlcharakteristik	14
2.3 Schallfeld im Raum	15
2.3.1 Hallradius und Hallabstand	15
2.3.2 Raumimpulsantwort	16
2.3.3 Reflexion, Wandimpedanz und Absorption	17
2.3.4 Streuung	19
2.4 Raumakustische Simulation	20
2.4.1 Ray Tracing	21
2.4.2 Spiegelquellenmethode	23
2.4.3 Grenzen der geometrischen Verfahren	26
2.4.4 Finite-Elemente-Methode	27
3 Berechnung der maximal erreichbaren Verstärkung	31
3.1 Deterministische Methoden	31
3.1.1 Freie Schallausbreitung	31
3.1.2 Statistische Eigenschaften der Übertragungsfunktionen	32
3.1.3 Geschlossene Räume	33
3.2 Geometrische Akustik	35

4	Simulation des Raumschallfeldes	36
4.1	Fallbeispiele.....	36
4.2	Geometrische Simulation	37
4.2.1	Quellcharakteristik.....	38
4.2.2	Empfängercharakteristik	39
4.2.3	Absorptionsgrad	40
4.2.4	Streugrad	41
4.2.5	Rekonstruktion der Impulsantwort aus dem Reflektogramm ...	44
4.3	FEM Simulation	47
4.3.1	Quell- und Empfängercharakteristik.....	47
4.3.2	Wandimpedanz und Absorptionsgrad	49
4.3.3	Diskretisieren der Domäne und Rechenzeit.....	55
4.4	Kombination der Immissionspektren.....	58
5	Anwendung des systemtheoretischen Modells	60
5.1	Maximale elektrische Verstärkung.....	60
5.2	Integration der simulierten Raumübertragungsfunktionen.....	63
5.3	Darstellung der Ergebnisse	65
6	Messungen	68
6.1	Messaufbau und Geräte	68
6.2	Nachhallzeit.....	70
6.3	Maximal erreichbare Verstärkung.....	70
6.4	Übertragungsfunktionen und Schleifenverstärkungsfunktion	72
6.5	Fehlerbetrachtung	74
7	Ergebnisse	77
7.1	Validität der raumakustischen Simulation.....	77
7.1.1	Nachhallzeit.....	77
7.1.2	Raumübertragungsfunktionen.....	79
7.2	Prädiktion des absoluten Verstärkungsmaßes	81
7.2.1	Freie Schallausbreitung und ungerichtete Wandler	81
7.2.2	Direkt- und Diffusschallfeld	82
7.2.3	Gemessene Gesamtverstärkung	84
7.2.4	Frequenzabhängige Verstärkung.....	86
7.3	Schleifenverstärkung und Systeminstabilität.....	89
7.4	Änderung der Randbedingungen	91

7.4.1	Wahl des Mikrofons.....	91
7.4.2	Position von Quelle und Mikrofon	93
7.4.3	Absorptionsmaßnahmen im Zuschauerraum	96
7.5	Praktische Anwendung.....	97
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	99
8.1	Schallfeldsimulation.....	99
8.2	Prädiktionsgenauigkeit	99
8.3	Weiterführende Untersuchungen.....	101
	Literaturverzeichnis	XXVIII
	Anhang.....	XL
	Eigenständigkeitserklärung.....	LXXVII

Abkürzungsverzeichnis

AD	analog / digital
AGbF	Acoustic Gain before Feedback
ak.	akustisch
ASCII	American Standard Code for Information Interchange
CAD	Computer Aided Design
DA	digital / analog
FEM	Finite-Elemente-Methode
Gl.	Gleichung
GLL	Generic Loudspeaker Library
hor.	horizontal
Lsp	Lautsprecher
LTI	Linear zeitinvariant (engl. <i>linear timeinvariant</i>)
Mik.	Mikrofon
MP	Messpunkt
MSG	Maximum Stable Gain
RIA	Raumimpulsantwort
RÜF	Raumübertragungsfunktion
SNR	Signal-Rausch-Abstand (engl. <i>Signal-to-Noise-Ratio</i>)
SQM	Spiegelquellenmethode
ver.	vertikal
vgl.	vergleiche

Formelzeichenverzeichnis

A_1	äquivalente Absorptionsfläche ohne zusätzliche Absorber	[m ²]
A_2	äquivalente Absorptionsfläche bei eingebrachten Absorbern	[m ²]
A_{ges}	äquivalente Absorptionsfläche des Raumes	[m ²]
$AGbF$	<i>Acoustic Gain before Feedback</i> (maximal erreichbares Verstärkungsmaß am Hörerort)	[dB]
$AGbF_{\text{det}}$	deterministische berechneter $AGbF$	[dB]
$AGbF_{\text{det FF}}$	deterministisch berechneter $AGbF$ unter Annahme von Freifeldbedingungen und ohne Richtcharakteristiken	[dB]
$AGbF_{\text{max}}$	maximaler $AGbF$ (ohne Sicherheitsmaß)	[dB]
$AGbF_{\text{max FF}}$	deterministisch berechnet maximaler $AGbF$ unter Annahme von Freifeldbedingungen und ohne Richtcharakteristiken (ohne Sicherheitsmaß)	[dB]
$AGbF_{\text{meas}}$	gemessener <i>Acoustic Gain before Feedback</i> (frequenzabhängig)	[dB]
$AGbF_{\text{sim}}$	simulierter <i>Acoustic Gain before Feedback</i> (frequenzabhängig)	[dB]
$AGbF_{\text{sim ges}}$	Einzahlwert des simulierten <i>Acoustic Gain before Feedback</i>	[dB]
b	Faktor für den Anteil des idealen Druckgradientenempfängers an der Richtwirkung eines Mikrofons	
BW	Bandbreite	[Hz]
\mathbf{C}	Dämpfungsmatrix	
c_0	Schallgeschwindigkeit (Luft: $c_0 = 343 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ bei 20°C)	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
$ceps$	Cepstrum	
$ceps_{\text{kausal}}$	kausales Cepstrum	
D	Richtungsmaß	[dB]
d	Abstand	[m]
d_0	Referenzabstand zur Quelle	[m]
d_{LH}	Abstand zwischen Lautsprecher und Hörer	[m]

d_{LM}	Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon	[m]
d_{Q_nH}	Abstand zwischen der n-ten Spiegelquelle und dem Immisionsort	[m]
d_{QH}	Abstand zwischen Originalquelle und Hörer	[m]
d_{QM}	Abstand zwischen Originalquelle und Mikrofon	[m]
DI	Bündelungsmaß	[dB]
DI_L	Bündelungsmaß des Lautsprechers	[dB]
DI_M	Bündelungsmaß des Mikrofons	[dB]
f	Frequenz	[Hz]
\mathbf{F}	Kraft- / Lastvektor	
f_g	Trennfrequenz zwischen wellenakustischer und geometrischen Schallfeldsimulation	[Hz]
f_{krit}	kritische Frequenz ($\varphi_s = 0^\circ$)	[m]
f_m	Teiloktav-Mittelfrequenz	[Hz]
$f_{max\ FEM}$	Maximale Analysefrequenz der FEM	[Hz]
f_s	Abtastfrequenz	[Hz]
$f_{Schroeder}$	Schröder-Frequenz	[Hz]
G_{EQ}	Verstärkungsfaktor des Quell-Endverstärkers	
\underline{G}_E	Übertragungsfunktion des Endverstärkers	
\underline{G}_{SV}	Übertragungsfunktion der elektrischen Signalverarbeitung	
\underline{G}_{UPE}	Ausgangsspannungsverhältnis zwischen Druckgradienten- und Druckempfänger	
G_{UFX}	digitaler Verstärkungsfaktor des Audiointerfaces	
\underline{G}_V	Übertragungsfunktion des Vorverstärkers	
G_{Vm}	Verstärkungsfaktor des Vorverstärkers für das Messmikrofon	
\underline{H}	Übertragungsfunktion	
h	Impulsantwort	
\underline{H}_{21}	Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 1	

$\underline{H}_{21\ 1}$	Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 1 aus der ersten Messung
$\underline{H}_{21\ 2}$	Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 1 aus der zweiten Messung
\underline{H}_{31}	Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 3 und 1
\underline{H}_{32}	Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 3 und 2
\underline{H}_{BP}	Übertragungsfunktion eines Bandpassfilters
$\underline{H}_{DS3\ FF}$	Übertragungsfunktion des Dodekaederlautsprechers im Fernfeld
$\underline{H}_{DS3\ NF}$	Übertragungsfunktion des Dodekaederlautsprechers am Mikrofonort (Nahfeld)
\underline{H}_{EL}	Übertragungsfunktion der elektrischen Übertragungskette
\underline{H}''_{EL}	Übertragungsfunktion der elektrischen Übertragungskette inkl. der Kennempfindlichkeiten von Lautsprecher und Mikrofon
\underline{H}_{ges}	Übertragungsfunktion der Beschallungsanlage
$\underline{H}_{ges\ open}$	Übertragungsfunktion der gesamten Beschallungsanlage mit unterbrochener Rückkopplungsschleife
\underline{H}_{HP}	Übertragungsfunktion eines Hochpassfilters
\underline{H}_L	Übertragungsfunktion des Lautsprechers
\underline{H}_{LH}	Raumübertragungsfunktion zwischen Lautsprecher und Mikrofon
\underline{H}'_{LH}	RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer inkl. der Abstrahleigenschaften des Lautsprechers
$\underline{H}'_{LH\ meas}$	gemessene RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer inkl. der Abstrahleigenschaften des Lautsprechers
$\underline{H}'_{LH\ raw}$	unkorrigierte, gemessene RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer inkl. der Abstrahleigenschaften des Lautsprechers
\underline{H}_{LM}	Raumübertragungsfunktion zwischen Lautsprecher und Mikrofon
\underline{H}''_{LM}	RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften von Lautsprecher und Mikrofon

$\underline{H}''_{LM\text{ meas}}$	gemessene RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften von Lautsprecher und Mikrofon
$\underline{H}''_{LM\text{ raw}}$	unkorrigierte, gemessene RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften von Lautsprecher und Mikrofon
\underline{H}_M	Übertragungsfunktion des Mikrofons
$\underline{H}_{M\text{ diff}}$	Übertragungsfunktion des Mikrofons für diffusen Schalleinfall
$\underline{H}_{\text{min}}$	minimalphasige Übertragungsfunktion
$\underline{H}_{\text{original}}$	ursprüngliche Übertragungsfunktion
\underline{H}_{QH}	Raumübertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Hörer
h_{QH}	Impulsantwort zwischen Originalquelle und Hörer
$\underline{H}_{QH\text{ meas}}$	gemessene RÜF zwischen Quelle und Hörer
$\underline{H}_{QH\text{ raw}}$	gemessene RÜF zwischen Quelle und Hörer
\underline{H}_{QM}	Raumübertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Mikrofon
\underline{H}'_{QM}	Raumübertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons
$\underline{H}'_{QM\text{ FEM}}$	RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons aus der FEM
$\underline{H}'_{QM\text{ GA}}$	RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons aus der geom. Simulation
$\underline{H}'_{QM\text{ meas}}$	RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons und des Nahbesprechungseffektes
$\underline{H}'_{QM\text{ PE}}$	RÜF zwischen Quelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons und des Nahbesprechungseffektes

$\underline{H}'_{QM\text{ raw}}$	RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofones und des Nahbesprechungseffektes	
\underline{H}_{TP}	Übertragungsfunktion eines Tiefpassfilters	
i	Zählindex	
j	imaginäre Einheit $j = \sqrt{-1}$	
\underline{k}	komplexe Wellenzahl	$\left[\frac{1}{\text{m}}\right]$
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix	
\underline{k}'	komplexe Wellenzahl zur Berücksichtigung der Dämpfung im Rohr	$\left[\frac{1}{\text{m}}\right]$
L_p	Schalldruckpegel	[dB]
$L_{p\text{ dir}}$	Schalldruckpegel am Hörerort allein durch die Originalquelle	[dB]
$L_{p\text{ kenn}}$	Kennschalldruckpegel des Lautsprechers (1W, 1m, Freifeld)	[dB]
$L_{p\text{ LSP}}$	Schalldruckpegel am Hörerort unter Verwendung der Beschallungsanlage	[dB]
$L_{p\text{ X}}$	Durch die Originalquelle erzeugter Schalldruckpegel (Freifeld, 1m Entfernung)	[dB]
L_R	Rückkopplungsmaß nach [Ahnert, Noy 2022]	[dB]
L_S	Schleifenverstärkungsmaß	[dB]
$L_{S\text{ max}}$	Maximales Schleifenverstärkungsmaß	[dB]
L_W	Schalleistungspegel (re 10^{-12} W)	[dB]
\mathbf{M}	Massematrix	
MSG	Maximum Stable Gain	[dB]
n	Zählindex oder Sample	
N	Anzahl	
N_{DOF}	Anzahl Freiheitsgrade	
N_K	Anzahl Knotenpunkte	
N_L	Anzahl Lautsprecher	

N_M	Anzahl Mikrofone	
N_{NST}	Kumulative Nullstellenanzahl	
N_Q	Anzahl Spiegelquellen	
N_R	Anzahl Reflexionen je Spiegelquelle	
N_{terz}	Anzahl der Terzbänder	
N_ψ	Anzahl Einfallswinkel	
P	Schallleistung	[W]
\underline{p}	Schalldruck	[Pa]
\mathbf{p}	Schalldruckvektor	
\hat{p}	Schalldruckamplitude	[Pa]
p_0	Bezugsschalldruck an der Hörschwelle $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa	[Pa]
\underline{p}_1	reflektierter Schalldruck	[Pa]
\underline{p}_{d_0}	Schalldruck im Referenzabstand d_0 zur Quelle	[Pa]
$P_{EL\ GLL}$	Elektrische Aufnahmeleistung gemäß <i>GLL</i> -Daten	[W]
\underline{p}_{FEM}	mit der FEM simuliertes Schalldruckspektrum	[Pa]
$p_{GA}(t)$	Schalldruckimpulsantwort aus der geometrischen Simulation	[Pa]
$\underline{p}_{GA}(\omega)$	mit der geometrischen Akustik simuliertes Schalldruckspektrum	[Pa]
\underline{p}_H	Schalldruck am Hörerort	[Pa]
$\underline{p}_{\text{interp}}$	Interpoliertes Schalldruckspektrum	[Pa]
\tilde{p}_{kenn}	Kennschalldruck des Lautsprechers (1W, 1m, Freifeld)	[Pa]
$\tilde{p}_{\text{kenn GLL}}$	Schalldruck des Lautsprechers aus der <i>GLL</i> -Datei (Freifeld, 1m Entfernung)	[Pa]
P_L	Schallleistung des Lautsprechers	[W]
P_Q	Schallleistung der Quelle	[W]
$\underline{p}_{\text{ref}}$	Von einer ebenen Referenzplatte reflektierter Schalldruck	[Pa]

$\underline{p}_{\text{rekon}}$	Rekonstruiertes Schalldruckspektrum	[Pa]
\underline{p}_s	Streuend reflektierter Schalldruck	[Pa]
$\underline{p}_{\text{sim}}$	simulierter Schalldruck	[Pa]
$\underline{p}_{\text{sim M}}$	In der Simulation durch das Mikrofon detektierter Schalldruck	[Pa]
\underline{q}	Schallfluss	$\left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$
\underline{r}	Reflexionsfaktor	
\underline{r}_\perp	Reflexionsfaktor für senkrechten Schalleinfall	
\underline{r}_{12}	Reflexionsfaktor aus der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 1 und 2	
\underline{r}_{23}	Reflexionsfaktor aus der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 3	
r_H	Hallradius	[m]
r'_H	Hallabstand	[m]
$\underline{r}_{\text{spec}}$	Reflexionsfaktor der spiegelnden Reflexion	
\underline{S}	Schleifenverstärkungsfunktion (geöffnete Schleife)	
$\underline{S}_{\text{closed}}$	Schleifenverstärkungsfunktion bei geschlossener Schleife	
s	Streugrad	
S_0	Referenzoberfläche	[m ²]
$\langle \underline{S} \rangle_{\text{max}}$	Maximaler energetischer Mittelwert der Schleifenverstärkung	
S_{Neu}	Oberfläche der Neumann-Randbedingung	[m ²]
S_{R}	Oberflächeninhalt der Grenzflächen	[m ³]
S_{Rob}	Oberfläche der Robin-Randbedingung	[m ²]
t	Zeit	[s], [ms]
T_{60}	Nachhallzeit	[s]
$T_{60 \text{ alt}}$	Ausgangswert der Nachhallzeit	[s]
$T_{60 \text{ neu}}$	durch die Mitkopplung veränderte Nachhallzeit	[s]

t_{calc}	Rechenzeit	[s], [h]
\underline{u}	Spannung	[V]
$U_{L\text{DS}3}$	Kennempfindlichkeit des Doedekaederlautsprechers	$\left[\frac{\text{Pa}}{\text{V}}\right]$
U_L	Kennempfindlichkeit des Lautsprechers	$\left[\frac{\text{Pa}}{\text{V}}\right]$
U_{M0}	Freifeldübertragungskoeffizient des Mikrofons	$\left[\frac{\text{V}}{\text{Pa}}\right]$
U_{M0m}	Freifeldübertragungsfaktor des Messmikrofons	$\left[\frac{\text{V}}{\text{Pa}}\right]$
$U_{M\text{diff}}$	Diffusfeldübertragungskoeffizient des Mikrofons	$\left[\frac{\text{V}}{\text{Pa}}\right]$
U_{Mm}	Kennempfindlichkeit des Messmikrofons	$\left[\frac{\text{V}}{\text{Pa}}\right]$
$U_{\text{UFX in}}$	Wandlerkonstante des AD -Wandlers	$\left[\frac{1}{\text{V}}\right]$
$U_{\text{UFX out}}$	Wandlerkonstante des DA -Wandlers	[V]
V	Volumen	[m ³]
\underline{v}	Schallschnelle	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
\underline{v}_n	Schnelle in Richtung der Flächennormalen	$\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
w	Wichtungsfunktion (je Knotenelement)	
\underline{X}	von der Originalquelle in 1 m Entfernung im Freifeld erzeugtes Schalldruckspektrum	[Pa]
x	x-Koordinate	[m]
x_n	Flächennormale	[m ²]
y	y-Koordinate	[m]
\underline{Y}	Schalldruckspektrum am Hörerort	[Pa]
$\underline{Y}_{\text{dir}}$	durch die Originalquelle erzeugtes Schalldruckspektrum am Hörerort	[Pa]
$\underline{Y}_{\text{LSP}}$	durch den Lautsprecher erzeugtes Schalldruckspektrum am Hörerort	[Pa]

$\underline{Y}_{LSP \max}$	maximales durch den Lautsprecher erzeugtes Schalldruckspektrum am Hörerort	[Pa]
z	z-Koordinate	[m]
\underline{Z}_K	Kugelwellenimpedanz	$\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
Z_0	Kennimpedanz der Luft $Z_0 = 415 \frac{Ns}{m^3}$	$\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
\underline{Z}_A	Impedanz des Absorbers	$\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
$Z_{L \text{ EL kenn}}$	elektrische Kennimpedanz des Lautsprechers	[Ω]
\underline{Z}_w	Wandimpedanz	$\left[\frac{Ns}{m^3}\right]$
α	Absorptionsgrad	
$\bar{\alpha}$	Mittlerer Absorptionsgrad	
α_{diff}	Absorptionsgrad für diffusen Schalleinfall	
α_{spec}	Der spiegelnden Reflexion entzogener Energieanteil	
β	horizontaler Winkel bezüglich der Vorzugsrichtung (Azimutwinkel)	[rad], [$^\circ$]
β_{LM}	Azimutwinkel vom Lautsprecher zum Mikrofon	[rad], [$^\circ$]
β_{ML}	Azimutwinkel vom Lautsprecher zum Mikrofon	[rad], [$^\circ$]
β_{MQ}	Azimutwinkel vom Mikrofon zur Quelle	[rad], [$^\circ$]
β_{QH}	Azimutwinkel von der Quelle zum Hörer	[rad], [$^\circ$]
β_{QM}	Azimutwinkel von der Quelle zum Mikrofon	[rad], [$^\circ$]
$\underline{\Gamma}$	Richtungsfaktor	
γ	Bündelungsgrad	
$\underline{\Gamma}_L$	Richtungsfaktor des Lautsprechers	
γ_L	Bündelungsgrad des Lautsprechers	
$\underline{\Gamma}_{L1}$	Richtungsfaktor des ersten Lautsprechers	
γ_{L1}	Bündelungsgrad des ersten Lautsprechers	
$\underline{\Gamma}_{L2}$	Richtungsfaktor des zweiten Lautsprechers	

γ_{L2}	Bündelungsgrad des zweiten Lautsprechers	
$\underline{\Gamma}_M$	Richtungsfaktor des Mikrofons	
γ_M	Bündelungsgrad des Mikrofons	
γ_Q	Bündelungsgrad Originalquelle	
$\underline{\Gamma}_Q$	Richtungsfaktor der Originalquelle	
Δ	Laplace-Operator	
δ_{LH}	Luftdissipationsmaß vom Lautsprecher zum Hörer	[dB]
δ_{LM}	Luftdissipationsmaß vom Lautsprecher zum Mikrofon	[dB]
δ_{QH}	Luftdissipationsmaß von der Quelle zum Hörer	[dB]
δ_{QM}	Luftdissipationsmaß von der Quelle zum Mikrofon	[dB]
$\Delta AGbF$	Verbesserungsmaß des <i>Acoustic Gain Before Feedback</i>	[dB]
$\overline{\Delta AGbF}_{det}$	Verbesserungsmaß des deterministisch berechneten <i>AGbF</i>	[dB]
$\Delta AGbF_{det FF}$	Verbesserungsmaß des vereinfacht berechneten <i>AGbF</i>	[dB]
$\Delta AGbF_{meas}$	Verbesserungsmaß des gemessenen <i>AGbF</i>	[dB]
$\Delta AGbF_{meas ges}$	Verbesserungsmaß des gemessenen <i>AGbF</i> (Einzahlwert)	[dB]
$\Delta AGbF_{sim}$	Verbesserungsmaß des simulierten <i>AGbF</i>	[dB]
$\Delta AGbF_{sim ges}$	Verbesserungsmaß simulierten <i>AGbF</i> (Einzahlwert)	[dB]
Δf	Frequenzauflösung	[Hz]
ΔL_d	Pegeldifferenz über den Abstand d	[dB]
ΔL_{dLH}	Pegeldifferenz zwischen Lautsprecher- und Hörerort	[dB]
ΔL_{dLM}	Pegeldifferenz zwischen Lautsprecher- und Mikrofonort	[dB]
ΔL_{dQH}	Pegeldifferenz zwischen Quell- und Hörerort	[dB]
ΔL_{dQM}	Pegeldifferenz zwischen Quell- und Mikrofonort	[dB]
$\Delta L_{H stat}$	Pegeldifferenz zwischen dem Maximum und dem energetischen Mittelwert einer Raumübertragungsfunktion	[dB]
ζ	zur Wellenzahl addierter Imaginärteil beim Vorkonditionieren der Helmholtz-Gleichung	$\left[\frac{1}{m} \right]$

η	Dämpfungskonstante	$\left[\frac{1}{s}\right]$
θ	vertikaler Winkel bezüglich der Vorzugsrichtung (Elevationswinkel)	[rad], [°]
θ_{LM}	Elevationswinkel vom Lautsprecher zum Mikrofon	[rad], [°]
θ_{ML}	Elevationswinkel vom Mikrofon zum Lautsprecher	[rad], [°]
θ_{MQ}	Elevationswinkel vom Mikrofon zur Quelle	[rad], [°]
θ_{QH}	Elevationswinkel von der Quelle zum Hörer	[rad], [°]
θ_{QM}	Elevationswinkel von der Quelle zum Mikrofon	[rad], [°]
λ	Wellenlänge	[m]
λ_{\min}	minimale Wellenlänge	[m]
ξ_{LH}	Übertragungsgrad zwischen Lautsprecher und Hörer	
ξ_{LM}	Übertragungsgrad zwischen Lautsprecher und Mikrofon	
ξ_{QH}	Übertragungsgrad zwischen Quelle und Hörer	
ξ_{QM}	Übertragungsgrad zwischen Quelle und Mikrofon	
ρ_0	Dichte des Fluids (Luft: $\rho_0 = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ bei 20°C)	[m ²]
σ	längenbezogener Strömungswiderstand	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^4}\right]$
τ_{EL}	Laufzeit der elektrischen Übertragungskette	[s]
τ_{Q_nH}	Abstand zwischen der n-ten Spiegelquelle und dem Immisionsort	[s]
φ	Phasenwinkel	[rad]
φ_{EL}	Phasenwinkel der Übertragungsfunktion der elektrischen Übertragungskette	[rad], [°]
$\varphi_{H_{211}}$	Phasenwinkel der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 1 aus der ersten Messung	[rad]
$\varphi_{H_{212}}$	Phasenwinkel der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 1 aus der zweiten Messung	[rad]
$\varphi_{H'LH}$	Phasenwinkel RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer	[rad], [°]
φ_Q	Phasenverschiebung der Quelle	[rad], [°]

$\varphi_{\text{QM FEM}}$	Phasenwinkel der RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons aus der FEM	[rad]
$\varphi_{\text{QM GA}}$	Phasenwinkel der RÜF zwischen Originalquelle und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften des Mikrofons aus der geom. Simulation	[rad]
$\varphi_{r_{12}}$	Phasenwinkel des Reflexionsfaktors aus der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 1 und 2	[rad]
$\varphi_{r_{23}}$	Phasenwinkel des Reflexionsfaktors aus der Übertragungsfunktion zwischen Mikrofon 2 und 3	[rad]
φ_S	Phasenwinkel der Schleifenverstärkungsfunktion	[rad], [°]
ψ	Schalleinfallswinkel bzgl. der Oberflächennormalen	[rad], [°]
ψ_A	Schallausbreitungswinkel im Absorber bzgl. der Oberflächennormalen	[rad], [°]
ω	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$	$\left[\frac{1}{s}\right]$
Ω	gesamte (diskretisierte) Domaine / Luftraum	
ω_{krit}	kritische Kreisfrequenz ($\omega_{\text{krit}} = 2\pi f_{\text{krit}}$)	$\left[\frac{1}{s}\right]$

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Schema des systemtheoretischen Modells nach [Ahnert, Noy 2022, S. 51; Ahnert, Goertz 2008, S. 505]	4
Abbildung 2: Theoretische Änderung des Betrages der Übertragungsfunktion der Beschallungsanlage im Freifeld für unterschiedliche Schleifenverstärkungen nach [Bürck 1938, S. 5].....	8
Abbildung 3: Änderung der Dämpfungskonstanten η eines idealen Beschallungssystems im Freifeld nach [Bürck 1938, S. 12] (links) und Änderung der Nachhallzeit eines Raumes infolge der elektroakustischen Schleife nach [Kuttruff 2017, S. 281] (rechts) bei Erfüllung des Phasenkriteriums	8
Abbildung 4: Bezugsachsen für Mikrofon und Lautsprecher.....	9
Abbildung 5: Reflektogramm aus der Strahlenverfolgung Raumschallfeldsimulation für 500000 Strahlen von einer idealen Kugelquelle (Raum VR A, Originalquelle Position 1, Hörerposition 110).....	23
Abbildung 6: normierte, mit der Spiegelquellenmethode erzeugte Impulsantwort für eine ideale Kugelquelle (Raum VR A, Originalquelle Position 1, Hörerposition 110) ...	25
Abbildung 7: vernetztes Modell des Raumes BR C	28
Abbildung 8: Empfindlichkeitsballon des Mikrofons ME36 bei $f = 10$ kHz (links) und Betrag der Übertragungsfunktionen für drei unterschiedliche Schalleinfallswinkel (rechts).....	40
Abbildung 9: Vergleich zwischen gemessener und simulierter Nachhallzeit des Raumes BR D vor (links) und nach (rechts) Anpassung der des Absorptionsgrades der Bodenfläche	41
Abbildung 10: strukturierte Sichtbetonwand im Raum VR A (links oben, Maße in [mm]), Polardiagramm des simulierter Schalldruckpegels der Reflexion für $f = 5$ kHz (links unten) und berechneter Korrelationsstreugrad (rechts)	43
Abbildung 11: Schalldruckpegel der ersten 200 Strahlen für einen Detektor mit Kugel- (links) und mit Hypernierencharakteristik (rechts) (VR A, ME 36 3).....	44
Abbildung 12: Betrag der simulierten Raumübertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Mikrofon für einen gerichteten und einen ungerichteten Detektor (BR D, ME36 3).....	46
Abbildung 13: zu niedrigen Frequenzen extrapolierte Bündelungsmaße ausgewählter Lautsprecher (links) und Mikrofone (rechts).....	47
Abbildung 14: Schalleistungspegel und Phasengang des Lautsprechers VR5.....	48
Abbildung 15: Rekonstruktion des komplexen Reflektionsfaktors durch Interpolation (links) und Schätzung des Phasenganges durch Annahme eines minimalphasigen Systems (rechts) am Beispiel des Absorptionsgrades für Fenster aus [Norm DIN 18041]	50
Abbildung 16: Aus dem Absorptionsgrad approximierte Wandimpedanz für ein Fenster	51
Abbildung 17: Mit dem Absorbermodell berechnete Wandimpedanz eines Vorhangs Typ Lea im Abstand von 94 cm vor einer schallharten Wand.....	53

Abbildung 18: Mit dem Absorbermodell berechneter Absorptionsgrad eines Vorhangs Typ Lea im Abstand von 94 cm vor einer schallharten Wand.....	54
Abbildung 19: Probe einer Systemplatte aus Holzwerkstoff (links) sowie die dafür bestimmte Wandimpedanz mit 100mm Wandabstand inkl. Steinwollfüllung (rechts) ..	55
Abbildung 20: Mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruck (BR D, VR5, e914 3, 12)	57
Abbildung 21: Betrag der Übertragungsfunktion aus den kombinierten Schalldruckspektren durch Filterung links und durch Aneinanderfügen (rechts) (VR A, e914 1).....	59
Abbildung 22: Phasenspektrum der simulierten und gemessenen Schleifenverstärkungsfunktion (BR D, VR5, e914 3)	62
Abbildung 23: Betrag der maximierten Schleifenübertragungsfunktion mit Markierung der kritischen Frequenzen (BR D, VR5, e914 3).....	63
Abbildung 24: Simulierte Immissionsspektren mit und ohne Beschallungsanlage (SR C, Art715, ME36 2,110)	64
Abbildung 25: Nahbesprechungseffekt bei den unterschiedlichen Richtcharakteristiken (links) und sein Einfluss in einer simulierten RÜF (rechts: SR C, e914 2).....	65
Abbildung 26: Simulierter AGbF ohne und mit Berücksichtigung des Phasenkriteriums (SR C, Art715, ME36 2,110)	66
Abbildung 27: Bedienoberfläche zur Berechnung des AGbF an einem Immissionsort.	67
Abbildung 28: Blockschaltbild Messaufbau AGbF, Schleifenverstärkungs- und Raumübertragungsfunktionen.....	69
Abbildung 29: gemessene Immissionsspektren (SR C, Art715, e945 2, 110)	71
Abbildung 30: Terzpegelspektren aus den gemessenen Immissionsspektren (SR C, Art715, e945 2, 110)	72
Abbildung 31: Betrag der Übertragungsfunktion des verwendeten Dodekaederlautsprechers	73
Abbildung 32: gemessener und simulierter Betrag der Schleifenverstärkungsfunktion (geglättet auf 48tel-Oktaven; BR D, VR5, e914 2).....	74
Abbildung 33: Gemessener Schalldruckpegel der Originalquelle in ausgewählten Terzbändern über dem Abstand im Raum VR A.....	75
Abbildung 34: simulierte und gemessene Nachhallzeit der exemplarisch gewählten Räume (blau interlegt Bereich der FEM Simulation).....	78
Abbildung 35: gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (BR D, VR5, e914 3, 16).....	79
Abbildung 36: gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Quelle und Hörer (SR C, Art715, e945 2, 110).....	79
Abbildung 37: Mittlere Pegeldifferenz zwischen simuliertem und gemessenem Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon (VR A; SR C; BR D)	80
Abbildung 38: berechnetes und simuliertes maximales Verstärkungsmaß je Messpunkt (links: BR D, VR5, e914 3; rechts: BR D, VR5, e914 6).....	82
Abbildung 39: deterministisch nach [Ahnert 2022] berechnetes Verstärkungsmaß (links: VR A, VR5, e914 2, 105; rechts: SR C, Art715, e914 2, 105)	83

Abbildung 40: berechnetes und simuliertes maximales Verstärkungsmaß je Messpunkt (VR A, VR5, e914 1)	84
Abbildung 41: Gemessenes und simuliertes Verstärkungsmaß in Terzen (links: VR A, VR5, e914 2, 23; rechts: SR C, Art715, e914 2, 23).....	86
Abbildung 42: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: VR A, VR5, e914 1; rechts: VR A,VR5, e914 2).....	87
Abbildung 43: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links:SR C, Art715, ME36 2; rechts: SR C, Art715, ME36 3)	87
Abbildung 44: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: BR D, VR5, e945 3; rechts: BR D, VR5, e945 4)	88
Abbildung 45: Kumulierte Anzahl detektierter Nullstellen im Phasengang der Schleifenverstärkungsfunktion (links: Simulation; rechts: Messung)	89
Abbildung 46: Links: möglicherweise kritischer Frequenzen aus dem gemessenen Schalldruckpegelspektrum bei Systeminstabilität; rechts: Prädiktion anhand der Schleifenverstärkungsfunktion (SR C, Art715, ME36 2, 104)	90
Abbildung 47: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: ME36 2 gegen e914 2, SR C; rechts e945 2 gegen e914 2, VR A)	93
Abbildung 48: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (links: VR B, GeoM6, e914; rechts: VR B, GeoM6, ME36)	95
Abbildung 49: Simuliertes und gemessenes mittleres Verbesserungsmaß bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (links: SR C, Art715, e914; rechts: SR C, Art715, ME36).....	95
Abbildung 50: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, e945 1; rechts: VR B, GeoM6, e945 2).....	97
Abbildung 51: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes VR A	XL
Abbildung 52: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes VR B	XL
Abbildung 53: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes SR C	XLI
Abbildung 54: Schalldruckpegelspektrum an der Bodenoberfläche nach Impulsförmiger Anregung (links) und die zugehörige Mikrofonposition (rechts).....	XLVIII
Abbildung 55: Simulierter Streugrad eines Heizkörpers vor einer schallharten Wand (Maßangaben in [mm]).....	XLIX
Abbildung 56: Simulierter Streugrad einer Wandverkleidung aus Holzleisten (Maßangaben in [mm]).....	XLIX
Abbildung 57: Simulierter Streugrad des offenliegenden Verbindungseite eines mobilen Trennwandsystems (Maßangaben in [mm]).....	XLIX
Abbildung 58: Schnittdarstellung (oben) und Fotografie (unten) des aufgebauten Impedanzrohres (Maßangaben in [mm]).....	LII
Abbildung 59: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e914 3, 12)	LV
Abbildung 60: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruck (BR D, VR5, e914 3, 23)	LV

Abbildung 61: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e914 3, 23)	LVI
Abbildung 62: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruck (BR D, VR5, e945 4, Mikrofonort)	LVI
Abbildung 63: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e945 4, Mikrofonort)	LVII
Abbildung 64: Übertragungsfunktion von Hoch- und Tiefpassfilter zur Kombination der simulierten Immissionsspektren in Betrag (oben) und Phase (unten).....	LVIII
Abbildung 65: Übertragungsfunktion des Bandpassfilters zur Berechnung der Terzschalldruckpegel in Betrag (oben) und Phase (unten).....	LVIII
Abbildung 66: Messaufbau zur Erfassung der Nachhallzeit (SR C).....	LX
Abbildung 67: Messaufbau zur Erfassung des AGbF (links BR C; rechts VR A).....	LXI
Abbildung 68: Messpositionen (AGbF) im Raum VR A (Maßangaben in [m])	LXII
Abbildung 69: Messpositionen (AGbF) im Raum VR B (Maßangaben in [m])	LXIII
Abbildung 70: Messpositionen (AGbF) im Raum SR C (Maßangaben in [m])	LXIV
Abbildung 71: Messpositionen (AGbF) im Raum BR D (Maßangaben in [m])	LXV
Abbildung 72: Gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (SR C, Art715, e914 2, 23).....	LXVIII
Abbildung 73: Gemessener und simulierter Phasenwinkel der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (BR D, VR 5, e914 3, 16)	LXVIII
Abbildung 74: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: VR A, VR5, ME36 1; rechts: VR A, VR5, ME36 3).....	LXIX
Abbildung 75: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (VR A, VR5, e945 2)	LXIX
Abbildung 76: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: SR C, Art715, e914 2; rechts: SR C, Art715, e914 3)	LXX
Abbildung 77: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: SR C, Art715, e945 2; rechts: SR C, Art715, e945 3)	LXX
Abbildung 78: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: BR D, VR5, e914 3; rechts: BR D, VR5, e914 4)	LXXI
Abbildung 79: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: BR D, VR5, e914 5; rechts: BR D, VR5, e914 6)	LXXI
Abbildung 80: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (BR D, VR5, e945 2).....	LXXII
Abbildung 81: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: BR D, VR5, ME36 1; rechts: BR D, VR5, ME36 2)	LXXII
Abbildung 82: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (BR D, VR5, ME36 3)	LXXIII
Abbildung 83: Simulierte (links) und gemessene (rechts) mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (SR C, Art 715, e914)	LXXIV

Abbildung 84: Simulierte (links) und gemessene (rechts) mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (SR C, Art 715, ME36)	LXXIV
Abbildung 85: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: e945 3 gegen e914 3, SR C; rechts ME36 3 gegen e945 3, SR C)	LXXV
Abbildung 86: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: e945 3 gegen e914 3, BR D; rechts ME36 3 gegen e914 3, BR D)	LXXV
Abbildung 87: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, e914 1; rechts: VR B, GeoM6, e914 2)	LXXVI
Abbildung 88: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, ME36 1; rechts: VR B, GeoM6, ME36 2)	LXXVI

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Grenzwerte der Schleifenverstärkung zur Absicherung der Systemstabilität.	9
Tabelle 2: Kenneigenschaften exemplarisch gewählter Räume	37
Tabelle 3: Kenndaten exemplarisch gewählter Lautsprecher gem. Herstellerangabe [Alcons Audio 2021; NEXO S.A. o. J.; RCF S.P.A. 2022]	38
Tabelle 4: Kenneigenschaften exemplarisch gewählter Mikrofone [Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.a; Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.b; Sennheiser electronic GmbH & Co. KG 2010]	39
Tabelle 5: Grenzfrequenzen und resultierende Anzahl der Freiheitsgrade sowie Rechendauer für die COMSOL Modelle	56
Tabelle 6: Anzahl der Messpositionen je Raum.....	68
Tabelle 7: Mittlere Differenz zwischen prädiertem und gemessenem maximalen Verstärkungsmaß.....	85
Tabelle 8: simulierte und gemessene erste Frequenz der Systeminstabilität	91
Tabelle 9: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum VR A	92
Tabelle 10: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum SR C	92
Tabelle 11: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum BR D	92
Tabelle 12: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum VR B	93
Tabelle 13: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrophon	94
Tabelle 14: Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung von Absorptionsmaßnahmen im Zuschauerraum VR B.....	96
Tabelle 15: Differenzen zwischen der bestehenden Berechnungsmethoden und der numerischen Simulation des AGbF.....	100
Tabelle 16: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes VR A	XLII
Tabelle 17: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes VR B	XLIV
Tabelle 18: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes SR C	XLVI
Tabelle 19: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes BR D	XLVII
Tabelle 20: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen VR A .L	
Tabelle 21: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen VR B ..L	
Tabelle 22: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen SR C .LI	
Tabelle 23: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen BR D .LI	
Tabelle 24: verwendete Messgeräte	LIX

Tabelle 25: Anzahl der zur Berechnung der Nachhallzeit analysierten Raumimpulsantworten	LX
Tabelle 26: Positionen von Lautsprecher (VR5), Originalquelle (DS3) und Mikrofon im Raum BR D	LXVI
Tabelle 27: Mittlere Differenz zwischen simuliertem und berechnetem maximalen Verstärkungsmaß.....	LXVII

1 Einleitung

Eine Beschallungsanlage dient der Verbreitung eines akustischen Signales an ein größeres Publikum, als es die Originalquelle allein vermag. Durch elektroakustische Verstärkung können so zahlreiche Personen zeitgleich an einer Darbietung akustisch teilhaben. [Ahnert, Goertz 2008]

Zur effektiven Beschallung eines Auditoriums muss der vom Lautsprecher abgestrahlte und am Hörerort eintreffende Schallanteil größer als der Direktschall der Originalquelle sein. Neben der subjektiven Anforderung, einen der ursprünglichen Quelle angemessenen Immissionspegel zu erreichen, muss die Beschallungsanlage gewährleisten, dass der Pegel des Nutzsignales am Hörerplatz deutlich über dem Störpegel liegt. [Ahnert, Goertz 2008] Der Signal-Rausch-Abstand bestimmt über die erzielte Sprachverständlichkeit [Ahnert, Tennhardt 2008; Fasold, Veres 1998]. Wird die Beschallungsanlage beispielsweise auch zur Alarmierung genutzt, muss deshalb ein Signal-Rausch-Abstand über 10 dB gewährleistet werden [Norm DIN VDE 0833-2]. Für bestimmte Räume bestehen ebenfalls normative Anforderungen, beispielsweise in [Norm DIN 15906], an den mindestens zu erreichenden Immissionsschalldruckpegel.

Die Rückwirkung des vom Lautsprecher emittierten Schalles auf das Mikrofon schließt eine Rückkopplungsschleife. Die Rückwirkung vom Aus- auf den Eingang besteht systemtheoretisch in einer Mitkopplung, welche sich negativ auf die Übertragungsqualität der elektroakustischen Anlage auswirkt. Sie begrenzt den maximal erreichbaren Schalldruckpegel am Hörerort. [Ahnert, Goertz 2008; Friesecke 2007]. Darob sind Vermeidung bzw. Unterdrückung zugehöriger Effekte wesentlicher Bestandteil der Planung und des Aufbaus einer Beschallungsanlage. Die umgangssprachlich als akustische Rückkopplung bezeichnete Problemstellung ist folglich ebenfalls Thema in zahlreichen wissenschaftlich-technischen Veröffentlichungen. Bereits 1938 thematisierte W. Bürck die Eigenschaften eines Beschallungssystems an der Grenze zur Instabilität [Bürck 1938].

Es bestehen bereits zahlreiche, mitunter automatisierte Verfahren zur Feedbackunterdrückung, wie sie beispielsweise in [van Waterschoot, Moonen 2011] aufgezeigt werden. Weiterhin bestehen Empfehlungen für Planung und Errichtung elektroakustischer Anlagen mit dem Ziel, den Immissionsschalldruckpegel am Hörerort zu maximieren. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Wirksamkeit solcher Maßnahmen bereits in der Planungsphase gesichert beurteilen zu können. Hierfür wird untersucht, inwiefern moderne Simulationsmethoden der Raumakustik zur Vorhersage der Stabilitätsgrenze einer Beschallungsanlage genutzt werden können.

Die zentrale Zielstellung besteht demzufolge in der Beantwortung der Frage: Wie kann die maximale elektroakustische Verstärkung vor wahrnehmbarer Mitkopplung verlässlich im raumakustischen Planungsprozess prädiziert werden? Die Vorhersage der vor eintretenden Rückkopplungseffekten erreichbaren Verstärkung wurde bereits in [Ahnert, Tennhardt 2008] als eine der möglichen Weiterentwicklungen raumakustischer Simulation zur Beschallungsplanung angeführt. Insbesondere bei der Planung komplexer Beschallungsanlagen würde die Simulation der Prüfung eines Beschallungskonzeptes sowie dem Vergleich unterschiedlicher Ansätze dienen. Durch eine verlässliche Computersimulation entfielen ein aufwendiger Testaufbau.

Die simulative Vorhersage der maximalen Verstärkung erfolgt im Rahmen dieser Arbeit mit einem systemtheoretischen Modell der Anlage in Verbindung mit bestehenden Computersimulationsmethoden. Die erforderlichen Grundlagen werden im Kapitel 2, die Umsetzung subsequent in den Kapiteln 4 und 5 dargelegt.

Die Ergebnisse der Simulation werden sowohl qualitativ als auch quantitativ bewertet. Die qualitative Bewertung beinhaltet den Vergleich unterschiedlicher Mikrofone, den Einfluss des Abstandes zwischen Mikrofon und Lautsprecher sowie die äquivalente Absorptionsfläche im Raum. Quantitativ erfolgt ein Vergleich mit den Ergebnissen bestehender Berechnungsmethoden, welche in Kapitel 3 erläutert werden. Dabei sind die erforderlichen Eingabeparameter ebenfalls Gegenstand der Betrachtung. Weiterhin wird in Kapitel 6 ein Messaufbau und -verfahren vorgestellt. Die gemessenen Werte dienen der Validierung von Simulation und Rechnung in quantitativer Hinsicht.

Der Zielwert für das Prädiktionsverfahren wird auch mit Blick auf die Unterscheidungsschwelle einer Schalldruckpegeländerung in der menschlichen Wahrnehmung festgesetzt. Für breitbandige Geräusche und unter Laborbedingungen liegt diese bei ca. 0,5 dB [Fastl, Zwicker 2007]. Unter Berücksichtigung der normativen Anordnungen und der praktisch erwartbar höheren Unterscheidungsschwelle [siehe. z.B.: Everest, Pohlmann 2022, S. 58] ist das Simulationsverfahren erst als verlässlich zu bewerten, wenn es einen absoluten Fehler von 1 dB nicht überschreitet.

Die Ergebnisse werden schließlich im Kapitel 7 dargelegt. Kapitel 8 beinhaltet abschließend einen Ausblick auf nachfolgende Untersuchungen.

2 Grundlagen

Nachfolgende Abschnitte behandeln theoretische Grundlagen zu den Untersuchungen vorliegender Arbeit. Nach einer Erläuterung der akustischen Rückkopplung wird die Beschallungsanlage im Raum systemtheoretisch aufgeschlüsselt. Die Entstehung und die Eigenschaften von Rückkopplungseffekten werden maßgeblich von den eingesetzten Mikrofonen und Lautsprechern bestimmt, deren Eigenschaften Abschnitt 2.2 thematisiert.

Ein weiterer wesentlicher Teil der Arbeit besteht in der Simulation des Schallfeldes innerhalb geschlossener Räume. Demzufolge werden Eigenschaften und Kenngrößen desselben unter Punkt 2.2.6 thematisiert. Abschließend behandelt Abschnitt 2.4 Grundlagen der verwendeten Methoden zur Computersimulation des Raumschallfeldes.

2.1 Akustische Rückkopplung

In einer üblichen Beschallungssituation befinden sich Lautsprecher und Mikrofon im gleichen Raum. Somit wirkt der Lautsprecher auch bei stark gebündelter Schallabstrahlung über unterschiedliche Ausbreitungspfade unvermeidbar auf das Mikrofon zurück. [Kuttruff 2017; Ahnert 2022] Damit wirkt der Ausgang des Systems auf seinen Eingang. Dies führt unter den in nachfolgenden Abschnitten näher erläuterten Konditionen zu Klangveränderungen und schließlich zu dem weithin bekannten Pfeifen. Letztgenanntes macht die Beschallungsanlage letztlich unbrauchbar. [Kuttruff 2017; Zollner, Zwicker 1993]

Der Begriff akustische Rückkopplung ist umgangssprachlich weit verbreitet und bezeichnet sowohl die Rückwirkung innerhalb des Beschallungssystems als auch die resultierenden, auditiv wahrnehmbaren Effekte. Wie in Abschnitt 2.1.3 dargelegt wird, bedarf es einer konstruktiven Überlagerung des Eingangssignales mit dem rückwirkenden Signal um eine Änderung des vom Lautsprecher emittierten Schallsignales zur erzielen. Bei dem hier untersuchten Effekt handelt es sich demzufolge aus systemtheoretischer Sicht um eine Mitkopplung. [Ahnert, Goertz 2008; Friesecke 2007]. Nichtsdestotrotz wird innerhalb vorliegender Arbeit auch akustische Rückkopplung synonym zum englischen Feedback verwendet.

2.1.1 Systemtheoretisches Modell der Beschallungsanlage

Die systemtheoretische Betrachtung der Beschallungslage in dieser Arbeit geht vom einfachsten Aufbau selbiger aus. Sie besteht dabei aus einem Mikrofon, einer elektrischen Verstärkerkette und einem Lautsprecher. Mehrkanalige Systeme können daraus

abgeleitet werden [Goertz 1996]. Abbildung 1 zeigt das systemtheoretische Abbild einer einfachen Beschallungsanlage im Raum schematisch. Eine simplifizierte mathematische Beschreibung wird im Frequenzbereich erreicht, weshalb nachfolgend die komplexen Übertragungsfunktionen $\underline{H}(\omega)$ zur Modellierung verwendet werden.

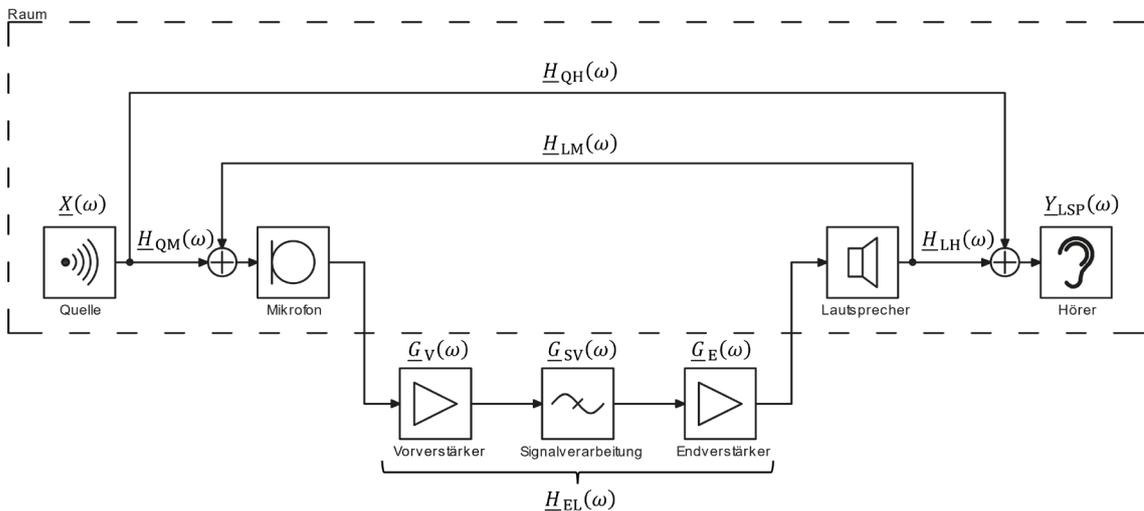


Abbildung 1: Schema des systemtheoretischen Modells nach [Ahnert, Noy 2022, S. 51; Ahnert, Goertz 2008, S. 505]

Ohne die Beschallungsanlage erzeugt eine (natürliche) Schallquelle ein Schalldruckspektrum \underline{Y}_{dir} am Hörerort, welches einerseits von dem emittierten Schalleistungsspektrum, andererseits von der Raumübertragungsfunktion zwischen Quelle und Immissionsort \underline{H}_{QH} bestimmt wird. Dieses Immissionsspektrum wird mit Gl. (2.1) berechnet. [Goertz 1996] $\underline{X}(\omega)$ ist das Schalldruckspektrum, welches die Originalquelle in einem Meter Entfernung im Freifeld erzeugt. Zum Zwecke der Verallgemeinerung wird die Originalquelle im Rahmen vorliegender Arbeit als ideale Monopolquelle ohne bestimmte Richtcharakteristik angenommen. Reale Quellen wie Musikinstrumente oder sprechende bzw. singende Personen strahlen analog zu Lautsprechern gerichtet ab [Meyer 2008; Friesecke 2007].

$$\underline{Y}_{dir}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{H}_{QH}(\omega) \quad (2.1)$$

Der Luftschallpfad zwischen Originalquelle und Mikrofon wird durch die Übertragungsfunktion \underline{H}_{QM} charakterisiert. Das Mikrofon wandelt die Schallwelle gemäß seinen Übertragungseigenschaften \underline{H}_M in eine elektrische Wechselspannung. Die nachfolgende elektrische Übertragungskette lässt sich in eine Vorverstärkung gefolgt von einer Signalverarbeitung und schließlich einen Endverstärker unterteilen. Zusammengefasst beschreibt die Übertragungsfunktion \underline{H}_{EL} nach Gl. (2.2) die elektrische Schaltung. Obschon häufig eine Dynamikbearbeitung des Audiosignales durch den Einsatz von

Regelverstärkern wie Kompressoren erfolgt [Maempel 2014], wird die elektrische Übertragungskette hier simplifizierend als lineares System angenommen.

$$\underline{H}_{EL}(\omega) = |\underline{H}_{EL}(\omega)| \cdot e^{j\varphi_{EL}(\omega)} = \underline{G}_V(\omega) \cdot \underline{G}_{SV}(\omega) \cdot \underline{G}_E(\omega) \quad (2.2)$$

Der Endverstärker betreibt den Lautsprecher, welcher das elektrische Signal wieder in ein akustisches wandelt. Dieses Schalldruckspektrum wirkt entsprechend der Übertragungsfunktion des Lautsprechers \underline{H}_L und der Raumübertragungsfunktion zum Immissionsort \underline{H}_{LH} ebendort ein. Gleichzeitig fällt der vom Lautsprecher abgestrahlte Schall von der Raumübertragungsfunktion \underline{H}_{LM} verändert auf das Mikrofon zurück. [Ahnert, Goertz 2008; Goertz 1996; Ahnert, Noy 2022]

Das Schalldruckspektrum am Immissionsort \underline{Y}_{LSP} in Abhängigkeit des von der Quelle erzeugten Schalldruckspektrums ist schließlich mit Gl. (2.3) definiert. [Goertz 1996; Ahnert, Goertz 2008] Die Frequenz- und Winkelabhängigkeit der Übertragungsfunktion wird zugunsten der Übersichtlichkeit darin nicht explizit aufgeführt. \underline{S} bezeichnet die Schleifenverstärkungsfunktion, welche nachfolgend erläutert wird.

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{LSP} &= \underline{X} \cdot \left(\underline{H}_{QH} + \underline{H}_{QM} \cdot \underline{H}_M \cdot \underline{H}_{EL} \cdot \underline{H}_L \cdot \underline{H}_{LH} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (\underline{S})^i \right) \\ &= \underline{X} \cdot \frac{\underline{H}_{QH} - \underline{H}_{QH} \cdot \underline{S} + \underline{H}_{QM} \cdot \underline{H}_M \cdot \underline{H}_{EL} \cdot \underline{H}_L \cdot \underline{H}_{LH}}{1 - \underline{S}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.1.2 Schleifenverstärkung

Die Rückwirkung des Systemausgangs auf den Eingang wird mit der Schleifenverstärkungsfunktion \underline{S} wiedergegeben. Wie Abbildung 1 zeigt, besteht die Rückkopplungsschleife in der Beschallungsanlage aus dem Mikrofon, der elektrischen Verstärkerkette, dem Lautsprecher und der Schallausbreitung vom Lautsprecher zum Mikrofon. Letzgenannte schließt die Schleife. Werden diese Komponenten durch ihre Übertragungsfunktionen abgebildet, ist die Schleifenübertragungsfunktion mit Gl. (2.4) definiert. Der Betrag der Übertragungsfunktionen für die elektrischen Komponenten können häufig in guter Näherung als konstant über der Frequenz angenommen werden und haben somit den geringsten Einfluss auf den Kurvenverlauf von $|\underline{S}(\omega)|$. [Goertz 1996]

$$\begin{aligned} \underline{S}(\omega) &= |\underline{S}(\omega)| \cdot e^{j\varphi_S(\omega)} \\ &= \underline{H}_M(\omega) \cdot \underline{H}_{EL}(\omega) \cdot \underline{H}_L(\omega) \cdot \underline{H}_{LM}(\omega) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Es ist zwischen der offenen und der geschlossenen Schleifenverstärkung (engl. *open / closed loop gain*) zu differenzieren. Bei geschlossener Rückkopplungsschleife durchläuft ein durch $\underline{S}(\omega)$ bestimmter Anteil die Schleife repetitiv. Dementsprechend addieren sich die Anteile analog zu Gleichung (2.3). Für die geschlossene Schleifenverstärkung resultiert Gl. (2.5). [Goertz 1996]

$$\underline{S}_{\text{closed}}(\omega) = \frac{\underline{S}(\omega)}{1 - \underline{S}(\omega)} \quad (2.5)$$

2.1.3 Systemstabilität

Wirkt der Ausgang auf den Eingang eines Systems mit aktiven Bauelementen zurück, können selbsterregte Oszillationen im System resultieren. Das System wird instabil. [Ahnert, Noy 2022] Die maximal erzielbare Verstärkung der Beschallungsanlage ist folglich durch die eintretende Instabilität vorgegeben. Die Bedingungen für die Systeminstabilität eines rückgekoppelten elektrischen Systems wurden bereits in [Nyquist 1932] angegeben und sind auf die Beschallungsanlage anwendbar. Hierfür wird die offene Schleifenverstärkung als Produkt eines über der Frequenz konstanten Verstärkungsfaktors und eines Frequenzganges angesehen.

Das in Abbildung 1 gezeigte System wird instabil, sofern der rückgekoppelte Anteil gleich oder größer als das Eingangssignal ist und sich gleichzeitig konstruktiv mit diesem überlagert. Für die Instabilität muss folglich mindestens eine Frequenz existieren, bei welcher die beiden Bedingungen (2.6) und (2.7) simultan erfüllt werden. Die Schleifenverstärkung $\underline{S}(\omega)$ muss reell sein und mindestens 1 betragen. [Nyquist 1932; Ahnert, Goertz 2008]

$$\text{Re}\{\underline{S}(\omega)\} \geq 1 \quad (2.6)$$

$$\text{Im}\{\underline{S}(\omega)\} = 0 \quad (2.7)$$

In alternativer Formulierung müssen für Systeminstabilität sowohl das Betragskriterium $|\underline{S}(\omega)| \geq 1$ als auch das Phasenkriterium $\varphi_S = n \cdot 2\pi$ mit $n = 0, 1, 2 \dots$ erfüllt werden. Daraus folgt, dass die Beschallungsanlage auch für $|\underline{S}(\omega)| \geq 1$ stabil arbeiten kann, solange $\varphi_S \neq n \cdot 2\pi$ erfüllt ist. [Ahnert, Goertz 2008] Die Rückkopplungsschleife kann frequenzabhängig als Mit- oder als Gegenkopplung wirken [Goertz 1996]. Frequenzen, bei denen das Phasenkriterium erfüllt ist, werden im Rahmen vorliegender Arbeit als kritische Frequenzen f_{krit} bezeichnet. Praktische Betrachtungen werden häufig auf das Betragskriterium begrenzt [z.B.: Kroher 2011; Terrell, Reiss 2009; Kuttruff 2017], womit tendenziell eine Unterschätzung der Stabilitätsgrenze einhergeht.

Im Falle der Instabilität wächst die Verstärkung der Anlage theoretisch über alle Grenzen. Es treten ungedämpfte selbsterregte Oszillationen bei mind. einer der kritischen Frequenzen auf, welche sich akustisch in einem Heulen oder Pfeifen äußern. In der Praxis wird deren Amplitude durch die endliche Leistungsaufnahme der Verstärker sowie die Nichtlinearitäten der Verstärkerstufen und Wandler begrenzt. [Kuttruff 2017; Ahnert, Noy 2022]

2.1.4 Maximal erreichbare Verstärkung

Die Beschallungsanlage dient der Verstärkung eines Nutzschallsignales, welches von der natürlichen Originalquelle emittiert wird [Zollner, Zwicker 1993]. Das maximale Verstärkungsmaß, welches vor dem Eintreten wahrnehmbarer Mitkopplungseffekte an einem Immissionsort erreicht werden kann, wird als *Acoustic Gain before Feedback AGbF* bezeichnet. Im Rahmen vorliegender Arbeit ist dieses als die Differenz zwischen dem unter Verwendung der Beschallungsanlage erzeugten Immissionsschalldruckpegel und demjenigen, welcher von der Originalquelle allein erzeugt wird, definiert. Daraus resultiert Gleichung (2.8). Dieses Maß zeigt die Leistungsfähigkeit der elektroakustischen Anlage an [Friesecke 2007].

$$AGbF(\omega) = L_{p\text{LSP}}(\omega) - L_{p\text{dir}}(\omega) = 20 \cdot \lg \left(\frac{|Y_{\text{LSP max}}(\omega)|}{|Y_{\text{dir}}(\omega)|} \right) \text{ dB} \quad (2.8)$$

Die technische Grenze der maximal erreichbaren Verstärkung vor Systeminstabilität ist durch die in Abschnitt 2.1.3 aufgeführten Bedingungen gegeben. Das nicht zu überschreitende Schleifenverstärkungsmaß ist mit Gleichung (2.9) gegeben. Es gilt für diejenigen Kreisfrequenzen ω_{krit} , bei denen das Phasenkriterium erfüllt ist oder, bei Vernachlässigung desselben, über den gesamten betrachteten Frequenzbereich. Für die Praxis wird jedoch ein Schwellwert mit einem bestimmten Sicherheitsabstand zur tatsächlichen Instabilität definiert.

$$L_{S\text{ max}} = 20 \cdot \lg(\max |S(\omega_{\text{krit}})|) \text{ dB} \quad (2.9)$$

Mit wachsender Schleifenverstärkung geht die Veränderung der Gesamtübertragungsfunktion des Beschallungssystems und somit auch Klangveränderung einher. Daher wird der praktische Grenzwert der maximalen Schleifenverstärkung durch qualitative Kriterien wie die Änderung des Frequenzanges und Nachhallzeitverlängerung determiniert. [Bürck 1938; Kuttruff 2017; Ahnert, Noy 2022] Unter Freifeldbedingungen führt die Mitkopplung zu einer kammfilterartigen Verzerrung [Ahnert, Goertz 2008; Bürck 1938]. Die theoretische Änderung der Übertragungsfunktion in Abhängigkeit von der Schleifenverstärkung ist der Abbildung 2 zu entnehmen. Der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon d_{LM} bestimmt über die Frequenzen der Extrema.

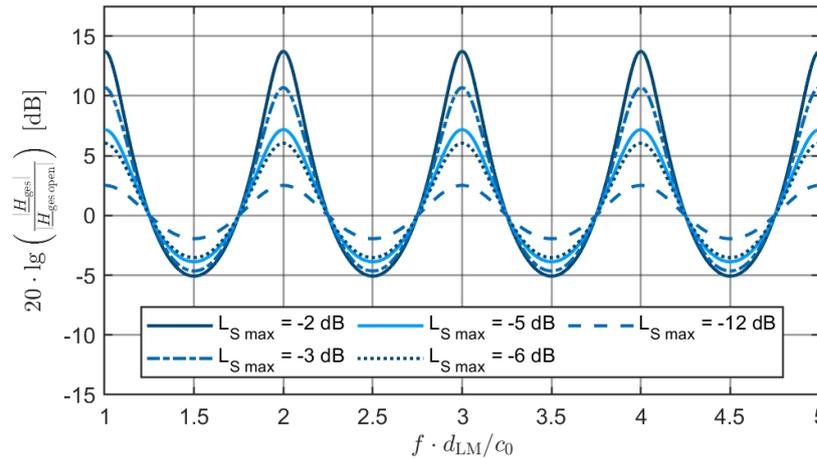


Abbildung 2: Theoretische Änderung des Betrages der Übertragungsfunktion der Beschallungsanlage im Freifeld für unterschiedliche Schleifenverstärkungen nach [Bürck 1938, S. 5]

Mit wachsender Rückwirkung sinkt die Dämpfung des Systems. Dies wurde bereits durch [Bürck 1938] mit dem in Abbildung 3 dargestellten Zusammenhang aufgezeigt. Die Veränderung wirkt sich maßgeblich bei denjenigen Frequenzen aus, bei denen das Phasenkriterium erfüllt ist, weswegen sich die Dämpfungskonstante des Gesamtsystems aus Raum und Beschallungsanlage stark frequenzselektiv ändert. Dementsprechend wandeln sich die Klangeigenschaften der Schallübertragung. Abbildung 3 zeigt die Nachhallzeitänderung für exemplarische Ausgangswerte $T_{60 \text{ alt}}$ auf Basis des theoretischen Zusammenhangs nach [Kuttruff 2017, S. 281]. Dieser Zusammenhang basiert unter anderem auf der Annahme idealen exponentiellen Abklingens und identischer Mikrofon- und Hörerposition.

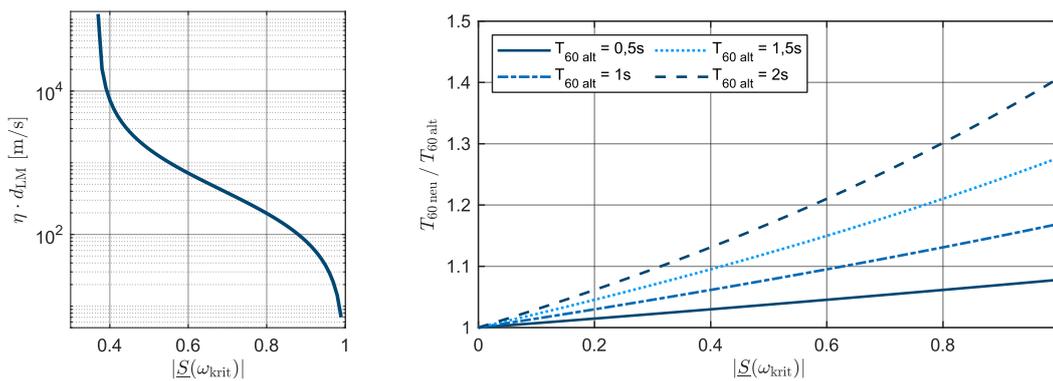


Abbildung 3: Änderung der Dämpfungskonstanten η eines idealen Beschallungssystems im Freifeld nach [Bürck 1938, S. 12] (links) und Änderung der Nachhallzeit eines Raumes infolge der elektroakustischen Schleife nach [Kuttruff 2017, S. 281] (rechts) bei Erfüllung des Phasenkriteriums

In der Literatur werden unterschiedliche Grenzwerte für die Schleifenverstärkung aufgeführt, wie Tabelle 1 zeigt. Dabei handelt es sich um rein empirisch oder in Hörversuchen

gewonnene Maximalwerte. Der genannte Sicherheitsabstand mindert den prädierten theoretischen Maximalwert des $AGbF$ auf einen praktisch erzielbaren Wert.

Tabelle 1: Grenzwerte der Schleifenverstärkung zur Absicherung der Systemstabilität

Grenzwert Schleifenverstärkung	Anwendung	Quelle
$-3 \text{ dB} \leq L_{S \max} \leq -2 \text{ dB}$	allgemein	[van Waterschoot, Moonen 2011, S. 292; Kroher 2011, S. 45]
$L_{S \max} = -3 \text{ dB}$	allgemein	[Terrell, Reiss 2009, S. 6]
$L_{S \max} = -3 \text{ dB}$	Sprachübertragung	[Ahnert, Noy 2022, S. 55]
$L_{S \max} = -5 \text{ dB}$	Sprachübertragung	[Kuttruff 2017, S. 280]
$L_{S \max} = -6 \text{ dB}$	allgemein	[Friesecke 2007, S. 470; Biamp Systems 2021]
$L_{S \max} = -12 \text{ dB}$	allgemein (speziell Musik)	[Kuttruff 2017, S. 280]

2.2 Eigenschaften der elektroakustischen Wandler

Das Übertragungsverhalten realer Mikrofone und Lautsprecher variiert in Abhängigkeit der Schalleinfallrichtung bzw. der Abstrahlrichtung. Somit genügt die Kennempfindlichkeit nicht als alleinige Kenngröße zur Beschreibung der Wandler. Die Schalleinfall- sowie die Abstrahlrichtung wird in vorliegender Arbeit mit dem horizontalen Azimutwinkel β bezüglich der Vorzugsrichtung und dem vertikalen Elevationswinkel θ bzgl. der x-y-Ebene angegeben. Die Vorzugsrichtung ist damit in $\beta = 0^\circ; \theta = 0^\circ$.

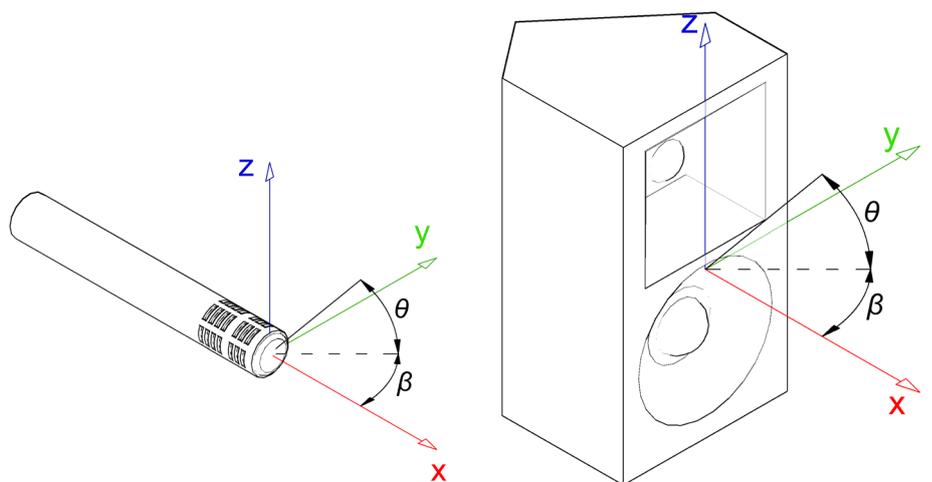


Abbildung 4: Bezugsachsen für Mikrofon und Lautsprecher

Die richtungsabhängige Empfindlichkeit von Lautsprecher und Mikrofon bestimmt über das maximale Verstärkungsmaß. Durch die Konzentration der Abstrahlung des Lautsprechers auf die Hörerflächen und durch Unterdrückung der Raumrückwirkung durch das Mikrofon wird die erreichbare Verstärkung gesteigert. Eine anwendungs- sowie raumspezifische Auswahl und Ausrichtung der Mikrofone und Lautsprecher kann den *AGbF* damit erhöhen. [El-Messiry 1989; Kuttruff 2017]

2.2.1 Kennempfindlichkeit des Mikrofons

Die Kennempfindlichkeit eines Mikrofons bezeichnet der Leerlaufübertragungsfaktor (auch: Übertragungskoeffizient) als das Verhältnis aus Ausgangsspannung und dem auf den Wandler wirkenden Schalldruck. Der Übertragungskoeffizient kann beispielsweise für Frei-, Diffus- und Nahfeldbedingungen angegeben werden. Der Diffusfeldübertragungskoeffizient wird in dieser Arbeit mit $U_{M\text{diff}}$ bezeichnet. Der Freifeldübertragungskoeffizient U_{M0} weist die Empfindlichkeit des Mikrofons unter orthogonaler Einwirkung einer ebenen Welle auf die Membran unter Freifeldbedingungen und bei einer Bezugsfrequenz $f = 1\text{ kHz}$ aus. [Norm DIN EN 60268-4; Norm DIN IEC 60268-2].

Die frequenzabhängige Änderung der Mikrofonempfindlichkeit wird mit dem Betrag der Übertragungsfunktion bei Schalleinfall in Vorzugsrichtung wiedergegeben. Je nach Schalleinfallswinkel ergibt sich eine eigene Übertragungsfunktion wie aus der in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen Umsetzung hervorgeht.

Für den ideal diffusen Schalleinfall kann das Mikrofon hingegen durch den Betrag einer Übertragungsfunktion beschrieben werden. In Abhängigkeit des Abstandes zwischen Lautsprecher und Mikrofon im Raum bestimmt diese Diffusfeldübertragungsfunktion mit über die Stabilität des Systems. Die Betragsdifferenz zwischen Diffusfeldübertragungsfunktion und Übertragungsfunktion für den Schalleinfall orthogonal zur Membran wird als *Random Energy Efficiency* bezeichnet [Schulein 1976].

2.2.2 Richtcharakteristik des Mikrofons

Mikrofone werden anhand ihrer idealen Richtcharakteristik unterschieden. In der Beschallungstechnik finden häufig gerichtet wirkende Druckgradientenempfänger Anwendung. So wird das Übersprechen einer anderen als der dem jeweiligen Mikrofon zugeordneten akustischen Quelle minimiert [Zollner, Zwicker 1993]. Bezogen auf den Direktschallpfad steigert die Bündelung des Mikrofons die potentiell erreichbare akustische Verstärkung durch Positionierung der rückwirkenden Lautsprecher in der Richtung minimaler Empfindlichkeit des Mikrofons [Bernstein 2019, S. 183; Schulein 1976].

Im Allgemeinen wird die Empfindlichkeit in Abhängigkeit von der Schalleinfallrichtung mit dem Richtungsfaktor gemäß Gleichung (2.10) beschrieben. Dieser bezieht die Ausgangsspannung des Mikrofons bei Schalleinfall aus einem bestimmten Winkel auf diejenige bei Schalleinfall in Vorzugsrichtung und ist in der Realität stark frequenzabhängig. [Behler 2022b; Zollner, Zwicker 1993] Die Bündelung in die Vorzugsrichtung wächst häufig mit der Frequenz [Bernstein 2019]. Vereinfachend wird die Richtcharakteristik der Mikrofone in vorliegender Arbeit als rotationssymmetrisch aufgefasst. Als Kenneigenschaft wird im Datenblatt des Mikrofons das Richtungsmaß D in einem Polardiagramm angegeben [Norm DIN EN 60268-4; Zollner, Zwicker 1993].

$$\underline{\Gamma}_M(\beta, \theta, \omega) = \frac{\underline{u}(\beta, \theta, \omega)}{\underline{u}(0, 0, \omega)} \quad (2.10)$$

$$D(\beta, \theta, \omega) = 20 \cdot \lg(|\underline{\Gamma}_M(\beta, \theta, \omega)|) \quad (2.11)$$

Einen jeweils winkelunabhängigen Wert zur Beschreibung der Richtcharakteristik des Mikrofons bilden der Bündelungsgrad $\gamma(\omega)$ und das zugehörige Bündelungsmaß $DI(\omega)$ gemäß (2.12) und (2.13). Damit wird die Empfindlichkeit des Mikrofons bei Schalleinfall in Vorzugsrichtung unter Freifeldbedingungen zu derjenigen bei ideal diffusem Schalleinfall ins Verhältnis gesetzt. Es wird die Dämpfung des allseitig einfallenden Schalles gegenüber der Vorzugsrichtung angegeben. [Zollner, Zwicker 1993; Behler 2022b]

$$\gamma_M(\omega) = \frac{S_0}{\oint_{S_0} |\underline{\Gamma}_M^2(\beta, \theta, \omega)| dS_0} = \frac{U_{M0}^2(\omega)}{U_{M\text{diff}}^2(\omega)} \quad (2.12)$$

$$DI(\omega) = 10 \cdot \lg(\gamma(\omega)) \text{ dB} \quad (2.13)$$

2.2.3 Nahfeld und Nahbesprechungseffekt

In den Beschallungsanlagen werden häufig gerichtete Mikrofone und damit Druckgradientenempfänger eingesetzt. Ihr Übertragungsverhalten wird nicht nur durch die Ansprechrichtung, sondern auch durch den Abstand des Mikrofons zur Quelle d_{QM} bestimmt.

Die als Kugelstrahler 0-ter Ordnung approximierte Originalquelle sendet ein Kugelwellfeld aus, in welchem die Feldgrößen Schalldruck und -schnelle nicht in Phase sind. Der Schallausbreitung steht damit eine komplexe Impedanz gemäß Gleichung (2.14) gegenüber. [Sinambari, Sentpali 2020; Zollner, Zwicker 1993]

$$\underline{Z}_K(d_{QM}) = \frac{p}{v} = Z_0 \cdot \frac{jk d_{QM}}{1 + jk d_{QM}} \quad (2.14)$$

\underline{Z}_K nähert sich mit wachsendem Abstand zur Quelle der reellen Kennimpedanz der Luft Z_0 an, und das Kugelwellenfeld geht in ein ebenes Wellenfeld über. Damit existiert ein Nahfeld mit frequenzabhängigem Radius $d_{QM} \approx \frac{3}{2} \lambda$ um eine Quelle kleiner Ausdehnung. Innerhalb dieses Nahfeldes ist der Betrag der Schallschnelle umgekehrt proportional zum Abstandsquadrat [Sinambari, Sentpali 2020; Zollner, Zwicker 1993].

Wechseldruck und -schnelle stehen weiterhin gemäß der Newtonschen Bewegungsgleichung in Beziehung. Der Druckgradient, auf welchen das gerichtete Mikrofon anspricht, ist nach Gl. (2.15) proportional zur Schnelle [Sinambari, Sentpali 2020; Zollner, Zwicker 1993; Lerch, Sessler, Wolf 2009]. Das Verhältnis zwischen der Schallschnellen im Kugelwellenfeld und im ebenen Wellenfeld entspricht dem Verhältnis der Admittanzen.

$$\nabla \underline{p} = -j\rho_0\omega \cdot \underline{v} \quad (2.15)$$

Der frequenzabhängige Übergang zwischen Nah- und Fernfeld in Kombination mit der zum Abstandsquadrat proportionalen Schallschnelle führt zu einer wahrgenommenen Empfindlichkeitssteigerung des Mikrofons bei niedrigen Frequenzen. Diese zunehmende Verstärkung niedriger Frequenzen bei Abstandsverringern wird als Nahbesprechungseffekt (engl. *proximity effect*) bezeichnet. Das Ausgangsverhältnis zwischen einem Druckgradienten- und einem Druckempfänger mit identischem Freifeldübertragungskoeffizienten ist mit Gl. (2.16) gegeben [Zollner, Zwicker 1993].

$$\underline{G}_{UPE}(\omega, d_{QM}) = 1 - j \frac{c_0}{\omega \cdot d_{QM}} \quad (2.16)$$

Der Abstand zwischen Originalquelle und Mikrofon wirkt sich auf die Übertragungsfunktion der Gesamtanlage und so auf das am Immissionsort eintreffende Schallsignal aus. Damit wird mehr Schallenergie bei niedrigen Frequenzen in den Raum eingebracht und dort die Gesamtverstärkung erhöht.

2.2.4 Kennschalldruckpegel des Lautsprechers

Der effektive Kennschalldruck \tilde{p}_{kenn} gibt die Empfindlichkeit des Lautsprechers wieder. Er ist in einer Entfernung von 1 m auf der Bezugsachse um Freifeld erzeugte Schalldruck bei einer elektrischen Aufnahmeleistung von 1 W. Der Lautsprecher wird dabei mit einem rosa Rauschen in einem definierten Frequenzband betrieben. Der Kennschalldruckpegel ist mit Gl. (2.17) definiert. [Norm DIN EN 60268-5]

$$L_{p \text{ kenn}} = 20 \cdot \lg \left(\frac{\tilde{p}_{\text{kenn}}}{p_0} \right) \text{ dB} \quad (2.17)$$

2.2.5 Richtungsabhängige Abstrahlung des Lautsprechers

Wie die Empfindlichkeit eines Mikrofons, variiert die Schallabstrahlung realer Lautsprecher winkel- und frequenzabhängig. Für die Planung einer Beschallungsanlage hat die Abstrahlcharakteristik eines Lautsprechers hohe Relevanz, da sie über den mechanischen Aufbau bzw. die Schallführung bei Konstruktion des Lautsprechersystems präterminiert ist. [Behler 2022a]

In seinem Fernfeld kann das Abstrahlverhalten eines Lautsprechers durch richtungsabhängige Übertragungsfunktionen beschrieben werden. Der Richtungsfaktor des Lautsprechers ist mit dem winkelabhängigen Schalldruck in Bezug auf denjenigen auf der Bezugsachse gemäß (2.18), das zugehörige Richtungsmaß erneut mit (2.13) gegeben. Darin ist \underline{p}_{d_0} der effektive Schalldruck im Abstand d_0 zum Bezugspunkt. [Behler 2022a]

$$\underline{\Gamma}_L(\beta, \theta, \omega) = \frac{\underline{p}_{d_0}(\beta, \theta, \omega)}{\underline{p}_{d_0}(0, 0, \omega)} \quad (2.18)$$

Der Bündelungsgrad $\gamma_L(\omega)$ des Lautsprechers wird durch das Verhältnis der in Vorzugsrichtung abgestrahlten Schalleistung zur omnidirektional emittierten Gesamtschalleistung bestimmt. Das daraus mit Gl. (2.11) berechnete Bündelungsmaß gibt den Pegelgewinn in Vorzugsrichtung gegenüber eines idealen Kugelstrahles mit identischer Schalleistung wieder. [Behler 2022a; Zollner, Zwicker 1993]

$$\gamma_L(\omega) = \frac{\tilde{p}_{d_0}^2(0, 0, \omega) \cdot S_0}{\oint_{S_0} \tilde{p}_{d_0}^2(\beta, \theta, \omega) dS_0} = \frac{4\pi d_0^2}{\oint_{S_0} |\underline{\Gamma}_L(\beta, \theta, \omega)|^2 dS_0} \quad (2.19)$$

Der in ein Gehäuse eingebaute elektrodynamische Konuslautsprecher kann in erster Näherung als idealer Kolbenstrahler betrachtet werden. Für die Abstrahlung niedriger Frequenzen, deren Wellenlängen größer sind als der Umfang der Kolbenmembran, nähert sich der Kolbenstrahler einem Kugelstrahler 0-ter Ordnung an. Dieser emittiert Kugelwellen und weist keine Richtwirkung auf. [Sinambari, Sentpali 2020; Behler 2022a]

Die Abstrahlcharakteristik des Lautsprechers wirkt sich bei dominierendem Direktschall direkt auf die erreichbare Verstärkung aus. Bei einem Abstandsverhältnis von $\frac{r'_H}{d_{LM}} \geq 0,7$ verändert sich das maximale Verstärkungsmaß gemäß Gl. (2.20). [El-Messiry 1989]

$$\Delta AGbF = 20 \cdot \lg \left(\frac{\sqrt{\gamma_{L1}} \cdot |\Gamma_{L1}(\beta_{LM}, \theta_{LM})|}{\sqrt{\gamma_{L2}} \cdot |\Gamma_{L2}(\beta_{LM}, \theta_{LM})|} \right) \text{ dB} \quad (2.20)$$

2.2.6 praktische Abbildung der Abstrahlcharakteristik

Auf dem Stand der Technik wird die räumliche Abstrahlcharakteristik eines Lautsprecher, mit den sog. Balloon-Daten dargestellt. Sie dienen der Simulation des Immissions-schalldruckes als auch der Abstrahlcharakteristik einer zusammengesetzten Quelle wie eines Lautsprecherarrays. [Goertz 2008] Die so dargestellte Richtcharakteristik gilt abstandsunabhängig im Fernfeld der Quelle. [Frisch 2004]

Es handelt sich um einen Datensatz des Richtungsfaktors $\Gamma_L(\beta_i, \theta_i)$ an Stützstellen eines Kugelrasternetzes mit konstanter Winkelauflösung um die Quelle. Das Zentrum des Kugelrasters zur Erfassung der winkelabhängigen Übertragungsfunktionen wird häufig auf Basis der geometrischen Ausdehnung der Quelle festgelegt. [Goertz 2008; Standard AES56-2008] Dem Standard AES56-2008 folgend, wird eine Winkelauflösung von 5° (Type A) und eine Frequenzauflösung von mind. drei Stützstellen im Terzband mit der geringsten Mittenfrequenz verwendet. Wie schon in [Schulein 1976] angeführt, ist die Position der einzelnen Lautsprecherchassis, Hornmündungen oder Schallaustrittsöffnungen in Bezug auf das gewählte Rotationszentrum eines Mehrwegesystems besonders für den Phasengang des Lautsprechers relevant. Die Abweichung zwischen gewähltem Mittelpunkt des Kugelrasters und dem akustischen Zentrum des jeweils arbeitenden Treibers führt bei geringen Wellenlängen zu Fehlern im simulierten Phasengang [Schulein 1976].

Ein gebräuchliches, herstellerübergreifendes Datenaustauschformat für die Balloon-Daten ist die Generic Loudspeaker Library (GLL). Dieses ist sowohl auf einfache Mehrwegelautsprecher und Lautsprecherarrays als auch auf Lautsprecher mit elektronisch variabler Abstrahlcharakteristik anwendbar. Im Gegensatz zur tabellarischen Erfassung aller Richtungsfaktoren, handelt es sich um ein objektbasiertes Austauschformat. Eine komplexe Schallquelle kann aus einzelnen Teilquellen wie beispielsweise den einzelnen Treibern eines Mehrwegelautsprechers mit eigenen Abstrahleigenschaften modelliert werden. [Feistel, Ahnert, Bock 2005; Feistel, Ahnert 2007].

Die Existenz und Zugänglichkeit eines solchen Datenaustauschformates zur exakten Beschreibung der Abstrahlung komplexer Schallquellen garantiert jedoch nicht die Existenz der Messdaten für einen beliebigen Lautsprecher. Der erforderliche Messaufwand für die oben angeführte Winkelauflösung wird mit 2522 unterschiedlichen Messpunkten auf aktuellem Stand der Technik als sehr hoch eingeschätzt [Behler 2022a].

2.3 Schallfeld im Raum

In geschlossenen Räumen wird die von einer Quelle erzeugte Schallwelle an den Grenzflächen gemäß ihren Eigenschaften reflektiert. Somit wirken, im Gegensatz zum Freifeld, neben dem Direktschall der Quelle auch ggf. mehrfach reflektierte Schallanteile auf den Immissionsort ein. [Sinambari, Sentpali 2020]

Die Betrachtungen vorliegender Arbeit beruhen auf raumakustischen Kenngrößen, welche in nachfolgendem Abschnitt 2.3.1 definiert werden. Die für die Simulation besonders relevanten Raumübertragungsfunktionen werden in Abschnitt 2.3.2 thematisiert.

2.3.1 Hallradius und Hallabstand

Die Schallenergiedichte an einem Immissionsort im Raum setzt sich aus dem Direktanteil von der Quelle und einem von den Grenzflächen reflektierten Anteil zusammen. Das Absorptionsvermögen der Raumbegrenzungen bestimmt über die reflektierte Schallenergie und damit die Ausprägung des diffusen Schallfeldes. Die mittlere Energiedichte des diffusen Schallfeldes ist über dem Ort konstant und von der emittierten Schallleistung sowie der äquivalenten Absorptionsfläche A_{ges} abhängig [Ahnert, Tennhardt 2008; Ahnert, Noy 2022]. Letztere ist direkt mit der Nachhallzeit, einer der wichtigsten Größen im raumakustischen Planungsprozess, verknüpft [Ahnert, Noy 2022; Fasold, Veres 1998]. Wird von einer idealen Punktschallquelle mit kugelförmiger Abstrahlcharakteristik ausgegangen, ist die Energiedichte im Fernfeld und damit die Schallintensität in einem Abstand d zur Quelle proportional zu $1/d^2$ [Ahnert, Noy 2022]. Der Schalldruck ändert sich hingegen proportional zu $1/d$.

Für eine gerichtete Schallquelle, wie beispielsweise einen Lautsprecher, lässt sich der Schalldruckpegel im Abstand d zur Quelle mit Gleichung (2.21) berechnen. [Ahnert 2022; Fasold, Veres 1998] L_W ist darin der Schallleistungspegel der Quelle. Mit wachsendem Abstand nähert sich der Schalldruckpegel dem Diffusfeldpegel an. Die Luftabsorption wird vernachlässigt.

$$L_p(d) = L_W + 10 \cdot \lg \left(\frac{|\Gamma(\beta, \theta)|^2 \cdot \gamma}{4\pi d^2} + \frac{4}{A_{\text{ges}}} \right) \text{dB} \quad (2.21)$$

Derjenige Abstand zu einer ungerichtet abstrahlenden Quelle, an dem die Schallenergiedichte des Direktschalles gleich der des diffusen Schallfeldes ist, wird als Hallradius bezeichnet. Er ist mit Gl. (2.22) definiert. [Ahnert, Tennhardt 2008; Fasold, Veres 1998]

$$r_H = \sqrt{\frac{A_{\text{ges}}}{16\pi}} \quad (2.22)$$

In vorliegender Arbeit werden jedoch vorwiegend gerichtet abstrahlende Schallquellen betrachtet. Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt der Quelle und dem Punkt gleicher Energiedichten erhöht sich entsprechend der Bündelungseigenschaften. Er wird als Hallabstand [Norm DIN 1320] (engl. *critical distance*) bezeichnet. [Ahnert 2022; Ahnert, Tennhardt 2008] Analog muss der Hallabstand zusätzlich bei Einsatz eines gerichteten Mikrofons korrigiert werden. Mit Beschränkung des Bereiches maximaler Empfindlichkeit sinkt der Anteil des aus anderen Raumrichtungen einfallenden Schalles. Damit wächst der Hallabstand r'_H entsprechend der Richtcharakteristik des eingesetzten Mikrofons. [Zollner, Zwicker 1993]

$$r'_H = r_H \cdot |\Gamma_L(\beta_{LM}, \theta_{LM})| \cdot \sqrt{\gamma_L} \cdot |\Gamma_M(\beta_{ML}, \theta_{ML})| \cdot \sqrt{\gamma_M} \quad (2.23)$$

2.3.2 Raumimpulsantwort

Wird die Schallausbreitung im Raum zwischen einem Quell- und einem Empfangspunkt als lineares, zeitinvariantes (LTI-) System aufgefasst, beschreibt die Raumimpulsantwort (RIA) das Übertragungsverhalten eindeutig. Allgemein kann die Impulsantwort in die Anteile Direktschall, Anfangsreflexionen (engl. *early reflexions*) und Nachhall unterteilt werden [Fasold, Veres 1998; Kuttruff 2017]. Die Raumübertragungsfunktion (RÜF) ist als die Fouriertransformierte der Raumimpulsantwort definiert. Sämtliche RÜF innerhalb vorliegender Arbeit bezeichnen das Verhältnis aus dem Immissionsschalldruck und dem von der Quelle in einem Meter Entfernung im idealen Freifeld erzeugten Schalldruck. Letztgenannter Wert wird unter Annahme von Fernfeldbedingungen ggf. rechnerisch ermittelt.

Der Schalldruck am Immissionsort ergibt sich aus der additiven Überlagerung der Eigenfunktionen des Raumes, den Raummoden [Sinambari, Sentpali 2020]. Damit wird der Betragverlauf der Raumübertragungsfunktion durch das kon- und destruktive Zusammenwirken ebendieser Eigenfunktionen bestimmt. Das Betragsspektrum weist bei den Eigenfunktionen lokale Maxima auf. [Kuttruff, Mommertz 2004] Die Güte dieser lokalen Extrema wird durch die Dämpfung bei der jeweiligen Eigenfrequenz bestimmt. Gleichzeitig nimmt die Dichte der Eigenwerte quadratisch mit der Frequenz zu. Somit sind die einzelnen Moden oberhalb einer Grenzfrequenz nicht mehr separierbar. Diese Grenzfrequenz wird als Schröder-Frequenz bezeichnet und mit Gl. (2.24) berechnet. [Kuttruff, Mommertz 2004; Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. 2006; Fasold, Veres 1998]

$$f_{\text{Schroeder}} \approx 2000 \cdot \sqrt{\frac{T_{60} \text{ m}^3}{V \text{ s}^3}} \quad (2.24)$$

Die Schalldruckminima und -maxima sind bei der jeweiligen Eigenfrequenz ortsfest. [Fasold, Veres 1998]. Unterhalb der Schröder-Frequenz weist der Betrag der RÜF Maxima gemäß der diskreten Eigenfrequenzen auf. Die Eigenfunktionen und die Eigenfrequenzen werden durch die Randbedingungen der Raumbegrenzungsflächen bestimmt. [Kuttruff, Mommertz 2004; Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. 2006]

Bei einer Distanz zwischen Monopolquelle und Immissionsort deutlich oberhalb des Hallradius und für $f > f_{\text{Schroeder}}$ ändert sich die Übertragungsfunktion quasi-stochastisch über Ort und Frequenz. [Kuttruff, Mommertz 2004]. Dadurch können einige Eigenschaften der RÜF anhand raumakustischer Kenngrößen unabhängig von einem expliziten Raum ausgedrückt werden [Kuttruff 2017]. So wird beispielsweise in [Schroeder 1964] und später in [Kuttruff 2017] das Verhältnis zwischen Maximum und dem energetischen Mittelwert der Übertragungsfunktion über die Nachhallzeit und die Bandbreite des übertragenen Signals ausgedrückt. Die gegebenen Gleichungen unterscheiden sich marginal. In [Kuttruff 2017, S. 71] wird die Pegeldifferenz zwischen Mittelwert und Maximum mit Gleichung (2.25) angegeben.

$$\Delta L_{\text{H stat 1}} \approx 10 \cdot \lg(\ln(BW \cdot T_{60})) \text{ dB} \quad (2.25)$$

Das Argument des zweifachen Logarithmus wird von der gewählten Frequenzauflösung bestimmt. In Gl.(2.25) gilt $\Delta f = \frac{4}{T_{60}}$. Ein leicht abweichender Ansatz wird in [Ahnert, Goertz 2008; Ahnert, Noy 2022] mit (2.26) gegeben. In der Praxis liegen die Pegeldifferenzen überwiegend im Bereich $10 \text{ dB} \leq \Delta L_{\text{H stat}} \leq 12 \text{ dB}$ [Ahnert, Noy 2022; Kuttruff 2017].

$$\Delta L_{\text{H stat 2}} \approx 10 \cdot \lg(\ln(0,1 \cdot BW \cdot T_{60})) \text{ dB} \quad (2.26)$$

2.3.3 Reflexion, Wandimpedanz und Absorption

Trifft die Schallwelle in der Luft auf eine Grenzfläche des Raumes, wird ein Teil der auf die Wand einfallenden Schallenergie dem Raumschallfeld entzogen und der verbleibende reflektiert. Der durch die Wand absorbierte Energieanteil gliedert sich in den dissipativen Anteil, welcher in Wärme gewandelt wird, einen durch die Wand transmittierten Anteil und einen Körperschallanteil. [Sinambari, Sentpali 2020]

Die Wandimpedanz ist derjenige Widerstand, welcher der ebenen Schallwelle an der Grenzfläche des Mediums gegenübersteht. Sie ist das Verhältnis aus dem Schalldruck

an der Wandoberfläche und dem Anteil der Schallschnelle entlang der Flächennormalen gemäß Gl. (2.27). [Lerch, Sessler, Wolf 2009] Die Wandimpedanz repräsentiert die Wandstruktur als Verhältnis zwischen Schalldruck und -schnelle an der Wandoberfläche [Möser 2015]. Die Wellenausbreitung innerhalb eines homogenen Mediums lässt sich mithilfe des komplexen Wellenwiderstandes \underline{Z}_A und der komplexen Wellenzahl \underline{k} beschreiben. [Cox, D'Antonio 2017; Hübelt, Schmid 2006]

$$\underline{Z}_w = \frac{p(x=0)}{v_n(x=0)} = \frac{\underline{Z}_A}{\cos(\psi_A)} \quad (2.27)$$

Unterscheiden sich die Schallgeschwindigkeiten und damit auch die den beiden Medien, wird die Welle an der Grenzschicht umgelenkt. Die Schallausbreitung erfolgt im zweiten Medium unter dem neuen ψ_A Winkel, welcher sich aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz mit dem Quotienten Schallgeschwindigkeiten und dem Schalleinfallswinkel errechnet. [Lerch, Sessler, Wolf 2009] Wenn die Schallgeschwindigkeit im ersten Medium deutlich höher als die im zweiten Medium ist, breitet sich die Welle im zweiten Medium entlang der Oberflächennormalen aus und es ist $\psi_A \approx 0$. Dies wird als lokale Reaktion bezeichnet und soll für die Betrachtungen dieser Arbeit allgemein angenommen werden. [Lerch, Sessler, Wolf 2009; Hübelt, Schmid 2006]

An der Grenzschicht zwischen zwei Medien wird die Schallwelle reflektiert. Der Reflexionsfaktor ist dabei als Quotient der komplexen Amplituden der reflektierten und einfallenden Welle gegeben. Wird eine senkrecht auf eine ideale Grenzfläche einfallende ebene Welle reflektiert, ergibt sich der Reflexionsfaktor mit der auch als Anpassungsgesetz bezeichneten Gleichung (2.28). [Lerch, Sessler, Wolf 2009; Lotze 2006; Möser 2015; Sinambari, Sentpali 2020] Der Betrag des Reflexionsfaktors wächst mit der Differenz zwischen der Kennimpedanz der Luft Z_0 und der Wandimpedanz \underline{Z}_w [Lotze 2006].

$$\underline{r}_\perp(\omega) = \frac{\underline{Z}_w - Z_0}{\underline{Z}_w + Z_0} \quad (2.28)$$

Für schrägen Schalleinfall ergeben sich komplexere Beziehungen. Fällt eine ebene Welle im Winkel ψ zur Flächennormalen ein, berechnet sich der Reflexionsfaktor mit Gleichung (2.29). Diese vereinfacht sich mit der Annahme lokaler Reaktion [Cox, D'Antonio 2017]. Im Falle der Anpassung mit $\underline{Z}_w = Z_0$ ist der Reflexionsfaktor bei schrägem Schalleinfall ($\psi \neq 0$) nicht 0. Schräg einfallende Schallwellen werden dabei teilweise reflektiert. [Bartsch 2003] Bei einer ideal spiegelnden Reflexion ist der Winkel der von einer Oberfläche reflektierten Schallwelle im Betrag gleich dem der einfallenden Welle. [Lerch, Sessler, Wolf 2009]

$$\underline{r}(\psi) = \frac{\frac{Z_A}{\cos(\psi_A)} - \frac{Z_0}{\cos(\psi)}}{\frac{Z_A}{\cos(\psi_A)} + \frac{Z_0}{\cos(\psi)}} \approx \frac{\frac{Z_w}{Z_0} \cdot \cos(\psi) - 1}{\frac{Z_w}{Z_0} \cdot \cos(\psi) + 1} \quad (2.29)$$

Der Absorptionsgrad α gibt das Absorptionsvermögen einer Wandstruktur wieder. Er ist das Verhältnis aus absorbiertes und einwirkender Schallintensität. Mit Gleichung (2.30) gibt er denjenigen Energieanteil wieder, welcher nicht reflektiert wird. Maximale Absorption wird bei Anpassung beider Medien erreicht. Die Wandimpedanz nähert sich dabei der des angrenzenden Mediums, wie beispielsweise der Luft. [Sinambari, Sentpali 2020; Lotze 2006].

$$\alpha = 1 - |\underline{r}|^2 \quad (2.30)$$

Auch im Falle des Absorptionsgrades ist zwischen senkrechtem und diffusem Schalleinfall zu differenzieren. Praktisch werden häufig die im Hallraum ermittelten und damit für diffusen Schalleinfall gültigen Absorptionsgrade als Materialkennwerte angegeben. [siehe. z.B.: Norm DIN 18041; Vorländer 2020; Knauf Gips KG 2022]

2.3.4 Streuung

Die Reflexion einer ebenen Schallwelle an einer Wandfläche hängt von der Oberflächenbeschaffenheit selbiger ab. Dies ist besonders für die in vorliegender Arbeit eingesetzte geometrische Schallfeldsimulation relevant. Die Begrenzungsflächen eines Raumes sind in der Praxis selten vollständig planar. In Abhängigkeit der Abmessungen der Unebenheiten in Relation zur Wellenlänge wird die auftreffende Welle auf unterschiedliche Weise reflektiert. Bei einer geometrisch kleinen Oberflächenstruktur gegenüber der Wellenlänge erfolgt die Reflexion spiegelnd an der Wandfläche. Sind die Unebenheiten dagegen groß gegenüber der Wellenlänge wird die Welle spiegelnd an der Oberflächenstruktur reflektiert. [Kuttruff 2017; Ahnert, Noy 2022]

Für Abmessungen der Oberflächenstruktur, welche näherungsweise der Wellenlänge des einfallenden Schalles entsprechen, wird die Reflexion jedoch gestreut. Gleiches gilt für alternierende Wandimpedanzen entlang einer Oberfläche. In Abhängigkeit des abgelenkten Energieanteils erfolgt die Reflexion an einer solchen Begrenzungsfläche teilweise bis zu vollständig diffus. [Kuttruff 2017]

Zur Bemessung des streuend reflektierten Schallanteils existieren unterschiedliche Größen wie beispielsweise der Diffusionsgrad nach [Standard AES-4id-2001 (r2007)] und der in [Norm ISO 17497-1] definierte Streugrad [Cox, D'Antonio 2017]. In vorliegender Arbeit soll mit Blick auf dessen Anwendung innerhalb der geometrischen

Schallfeldsimulation ausschließlich der Streugrad s verwendet werden. Die Höhe des Streugrades wird von Form und Größe der jeweiligen Oberfläche bestimmt. Der Materialkennwert ist für Oberflächen mit wiederkehrenden oder zufälligen Strukturen, nicht aber für einzelne streuende Objekte anwendbar. [Vorländer 2020]

Der Streugrad bemisst denjenigen Energieanteil, welche aus der spiegelnden Reflexion abgelenkt wird. Er ist das Verhältnis aus nicht spiegelnd reflektierter und der gesamten reflektierten Energie. Die Verteilung der Streuung wird dabei nicht wiedergegeben [Vorländer, Mommertz 2000; Cox, D'Antonio 2017] Der Streugrad ist neben der Frequenz, analog zum Absorptionsgrad, vom Schalleinfallswinkel abhängig. Zwecks Simplifizierung wird deshalb der Streugrad für den allseitig diffusen Schalleinfall (engl. *random incidence scattering coefficient*) verwendet. [Cox, D'Antonio 2017]

Der Streugrad wird anhand der Messung im Freifeld oder mithilfe der Absorptionsgrade aus einer Hallraummessung mit Gl. (2.31) ermittelt. Dabei ist α_{spec} eine Hilfsgröße, welche den der spiegelnden Reflexion entzogenen Energieanteil bemisst. Die Absorption der Probe wird mit α_{diff} bemessen. [Vorländer, Mommertz 2000; Cox, D'Antonio 2017]

$$s = \frac{\alpha_{\text{spec}} - \alpha_{\text{diff}}}{1 - \alpha_{\text{diff}}} \quad (2.31)$$

2.4 Raumakustische Simulation

Innerhalb vorliegender Arbeit werden sowohl Methoden der geometrischen Akustik (GA) als auch wellenakustische Verfahren zur Schallfeldsimulation eingesetzt. Die geometrische Schallfeldsimulation ist in der Raumakustik weit verbreitet. Die wichtigsten Vertreter sind das deterministische Spiegelquellenverfahren (SQM) und die stochastische Strahlenverfolgung (engl. *Ray Tracing*) inklusive ihrer Weiterentwicklungen. [Savioja, Svensson 2015] Diese werden auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet und deshalb nachfolgend erläutert. Weitere Methoden sind beispielsweise [Savioja, Svensson 2015] zu entnehmen. Die geometrische Schallfeldsimulation dient häufig der Prädiktion energetischer Kenngrößen der Raumakustik [Vorländer 2020], weswegen zahlreiche praktische Umsetzungen ausschließlich energetisch arbeiten. Davon ausgenommen sind ausschließlich ideal spiegelnde Reflexionen berücksichtigende Verfahren. Ein Beispiel dafür ist die Spiegelquellenmethode. [Savioja, Svensson 2015] Die Kombination der Spiegelquellenmethode mit einem statistischen Verfahren wie der Strahlenverfolgung führt zu Simulationsergebnissen vergleichbar mit denen einer Messung und damit zu einer ausreichenden Simulationsgenauigkeit [Vorländer 2020].

Zur Abbildung wellenakustischer Effekte wie der Modalstruktur eines Raumes und der Beugung an Hindernissen entlang des Schallausbreitungspfades bedarf es numerischer Simulationsmethoden, wie beispielsweise der Finiten-Elemente-Methode (FEM) zur Lösung der Wellengleichung. [Bartsch 2003] Die geometrischen Simulationsmethoden versagen bei kleinen Räumen und niedrigen Frequenzen.

Die erforderliche Rechenleistung sowie der Speicherbedarf der FEM wächst mit der Elementanzahl im diskretisierten Luftvolumen [Vorländer 2020]. Deshalb bietet sich die Begrenzung der Elementzahl und damit des zu betrachtenden Frequenzbereiches an. Um dennoch eine breitbandige Synthese der RÜF durchzuführen, werden die geometrischen Simulationsmethoden mit den wellenakustischen zu einem hybriden Verfahren kombiniert. Hierbei wird das Raumschallfeld bei niedrigen Frequenzen wellenakustisch und für mittlere bis hohe Frequenzen geometrisch simuliert. Die errechneten Übertragungsfunktionen werden anschließend kombiniert.

Eine allgemeine Regel um die Trennfrequenz beider Verfahren zu determinieren besteht bisher nicht. Eine erste Indiktion kann jedoch durch die Modendichte gegeben werden. Sofern die Raummoden separierbar sind, bedarf es der wellenakustischen Simulation. Somit wäre die Trennfrequenz mit der Schröder-Eckfrequenz $f_{\text{Schroeder}}$ gegeben. [Vorländer 2020; Schmale et al. 2011] Zusätzlich sind jedoch auf dem Übertragungspfad ggf. auftretende Beugungseffekte an Hindernissen zu beachten [Vorländer 2020]. In diesem Fall muss die Trennfrequenz derart gewählt werden, dass die Beugung um das Hindernis wellenakustisch abgebildet wird.

2.4.1 Ray Tracing

In der geometrischen Akustik wird das Schallfeld im Raum mittels Energie, Laufzeit und Ausbreitungsrichtung von Strahlen beschrieben. Dabei wird die Schallausbreitung in Analogie zur Optik als ein orthogonal zur Wellenfront stehender Strahl interpretiert. In vorliegender Arbeit wird von einem ruhenden Medium innerhalb des geschlossenen Raumes ausgegangen, sodass die Normale der Wellenfront mit der Ausbreitungsrichtung identisch ist. [Vorländer 2020; Lerch, Sessler, Wolf 2009] Die Schallstrahlen sind Träger der Energie und werden an den Raumbegrenzungsflächen deren Eigenschaften entsprechend reflektiert. Die Strahlen verlaufen im Allgemeinen entlang des Weges der kürzesten Laufzeit. [Vorländer 2020] Die geometrische Approximation setzt ein homogenes Medium ohne beugend wirkende Hindernisse innerhalb des Ausbreitungspfades voraus [Lerch, Sessler, Wolf 2009]. Kantenbeugung wird nur eingeschränkt berücksichtigt [Vorländer 2020]

Beim Ray Tracing werden Partikel finiter Anzahl simultan von einem Quellpunkt in alle Raumrichtungen emittiert. Jedem dieser Partikel wird eine Startenergie zugeordnet. Die

Partikel werden an den Grenzflächen reflektiert und ihre Energie entsprechend dem jeweiligen Absorptionsgrad vermindert. [Vorländer 2020] Es handelt sich um eine rein energiebasierte Modellierung des Schallfeldes. Die Änderung der Phasenlage bei der Reflexion an einer Grenzfläche wird nicht abgebildet. [Savioja, Svensson 2015]

Zur Abbildung einer a priori bekannten Abstrahlcharakteristik einer Quelle dient diese als sphärische Wichtungsfunktion für die emittierten Strahlen. Diese winkelabhängige Wichtung kann einerseits die Startenergie der einzelnen Partikel, andererseits die Verteilungsdichte der emittierten Strahlen betreffen. [Vorländer 2020; Savioja, Svensson 2015].

Die Absorption an der Grenzfläche kann mit unterschiedlichen Verfahren abgebildet werden. Eine dieser Möglichkeiten besteht in der Multiplikation der Energie eines Partikels mit dem Faktor $(1 - \alpha)$ bei Reflexion. Die Simulation wird beendet, sobald eine Minimalenergie je Partikel erreicht wurde. Es ist jedoch auch eine Abbildung mithilfe zufälliger Teilchenvernichtung möglich. Dabei bestimmt der Absorptionsgrad über die Wahrscheinlichkeit, mit welcher ein auf die jeweilige Grenzfläche treffendes Schallteilchen nicht reflektiert wird. Die Existenz absorbierender Grenzflächen vorausgesetzt, entfällt damit eine zusätzliche Abbruchbedingung für den Simulationsalgorithmus. Wiewohl die Nutzung des winkelabhängigen Absorptionsgrades im Ray Tracing möglich wäre, wird in der Praxis häufig α_{diff} als Approximation der Absorptionseigenschaften verwendet. [Vorländer 2020; Savioja, Svensson 2015]

Ein wesentlicher Vorteil des Ray Tracings gegenüber der SQM besteht darin, dass zusätzlich zur ideal spiegelnden Reflexion auch die Ablenkung des Schallstrahles bei Reflexion abgebildet werden. Damit fließt auch die schallstreuende Eigenschaft einer Oberflächenstruktur in die Simulation ein. Als Kenngröße wird häufig der in Abschnitt 2.3.4 benannte Streugrad verwendet. [Vorländer 2020; Savioja, Svensson 2015] In einer verbreiteten Implementierung bestimmt dieser über die Wahrscheinlichkeit, mit welcher ein auf die Grenzfläche treffender Schallstrahl aus der ideal spiegelnden Reflexion abgelenkt wird. Die neue Ausbreitungsrichtung wird anschließend zufällig gewählt. Für diese diffuse Reflexion wird häufig approximierend eine Verteilung nach dem Lambert'schen Gesetz in Analogie zur Optik angenommen. [Vorländer 2020; Bartsch 2003]

Die am Immissionsort eintreffenden Strahlen werden im Gegensatz zur SQM mit einem räumlich ausgedehnten Detektor erfasst. Dies erfolgt in einem präterminierten Zeitraster. [Vorländer 2020] Die Richtcharakteristik des Empfängers wird durch Wichtung eintreffender Partikel in Abhängigkeit ihres Einfallswinkels abgebildet. Von inkohärenter Addition ausgehend, werden die Anteile zeitgleich eintreffender Strahlen werden demnach energetisch addiert, sodass keine Interferenzeffekte abgebildet werden. [Savioja, Svensson 2015; Xiang, Blauert 2021] Die frequenzabhängige Simulation erfolgt entweder durch Wiederholung für jedes Teilktafband von Interesse oder durch

frequenzabhängige Wichtung jedes der Partikel. Letzteres wird in vorliegender Arbeit verwendet. [Vorländer 2020]

Das Ergebnis bildet das frequenzabhängige Reflektogramm, wie es Abbildung 5 exemplarisch zeigt. [Savioja, Svensson 2015] Es stellt den Energieabfall innerhalb eines Frequenzbandes nach impulsförmiger Anregung dar und wird deshalb auch als Energie-Impulsantwort bezeichnet [Xiang, Blauert 2021].

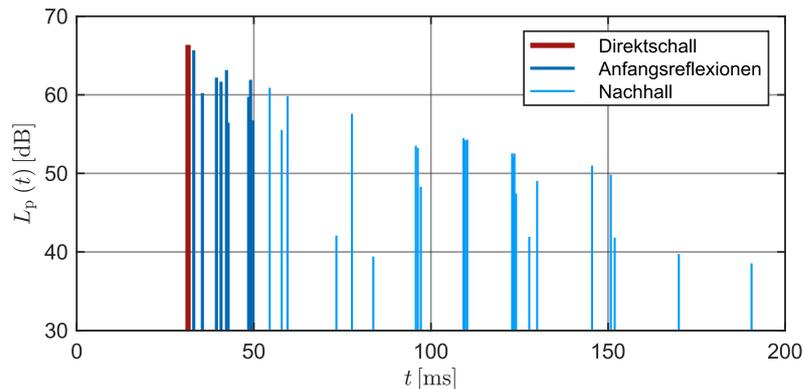


Abbildung 5: Reflektogramm aus der Strahlenverfolgung Raumschallfeldsimulation für 500000 Strahlen von einer idealen Kugelquelle (Raum VR A, Originalquelle Position 1, Hörerposition 110)

Energetische Kenngrößen der Raumakustik, wie beispielsweise Nachhallzeit sowie Deutlichkeits- und Klarheitsmaß, werden direkt aus der Energie-Impulsantwort berechnet. Die Rekonstruktion der, für vorliegende Arbeit besonders relevanten, Raumimpulsantwort stellt hingegen eine Herausforderung dar, da die dafür relevanten Phaseninformation der einzelnen Reflexionsanteile fehlen. [Savioja, Svensson 2015]. Die in dieser Arbeit verwendete Methode zur Lösung dieser Problemstellung wird in Abschnitt 4.2.5 beschreiben.

Die Strahlverfolgung muss als Approximation verstanden werden, da lediglich eine finite Anzahl von Strahlen emittiert und so nicht jeder Reflexionspfad mit Sicherheit erfasst werden kann. Die Stabilität des stochastischen Simulationsverfahrens wächst mit der Anzahl ausgesendeter Strahlen. [Savioja, Svensson 2015]. Der Simulationsfehler wird durch das Verhältnis aus äquivalenter Absorptionsfläche und Anzahl emittierter Strahlen bestimmt. [Vorländer 2020]

2.4.2 Spiegelquellenmethode

Die Spiegelquellenmethode (SQM) beschränkt sich auf die Abbildung ideal spiegelnder Reflexionen gemäß dem Reflexionsgesetz und liefert exakte Lösungen für quaderförmige Räume mit ideal schallharten $|r| = 1$ Begrenzungsflächen. Die Methode liefert eine

gute Approximation für näherungsweise senkrechten Schalleinfall auf die Grenzfläche. [Vorländer 2020; Savioja, Svensson 2015]

Die Reflexion an einer Begrenzungsfläche wird hier durch die Konstruktion einer Spiegelquelle abgebildet. Die Position der Spiegelquelle ergibt sich durch geometrische Spiegelung der Originalposition an der räumlichen Ebene der jeweiligen ebenen Begrenzungsfläche. Die Spiegelquellen werden sukzessive nach der Anzahl der aufeinanderfolgenden Reflexionen, der Reflexionsordnung, erstellt. Innerhalb einer Ordnung besteht eine Spiegelquelle für jede Begrenzungsfläche. [Savioja, Svensson 2015]. Zur Erzeugung der nächsthöheren Reflexionsordnung werden die Spiegelquellen der aktuellen Ordnung als Originalquellen betrachtet. Jede der Quellpositionen wird an jeder Begrenzungsebene, exklusive derjenigen, durch die sie entstand, gespiegelt. Der Prozess wird wiederholt, bis die vordefinierte Abbruchbedingung in Form einer maximalen Spiegelquellenordnung erreicht ist. Dadurch ergibt sich letztlich eine synthetische Impulsantwort finiter Länge. Ein vom mittleren Absorptionsgrad abhängiger Anteil der auf den Hörerort einwirkenden Schallenergie wird in der Simulation systematisch vernachlässigt. [Savioja, Svensson 2015; Vorländer 2020]

Eine rechentechnische Einschränkung des Spiegelquellenverfahrens besteht folglich im exponentiellen Wachstum der Spiegelquellenanzahl mit der Ordnung abzubildender Reflexionen. Deshalb wird die Methode häufig lediglich zur Abbildung der ersten Reflexionen in der Raumimpulsantwort verwendet. [Savioja, Svensson 2015]

Eine willkürliche Raumgeometrie erfordert einen „Hörbarkeitstest“ bzgl. des Immissionsortes für jede Spiegelquelle, den Point-in-Polygon-Test. Eine Quelle ist für den bestimmten Immissionsort relevant, sofern der zugehörige Reflexionspfad die jeweiligen Grenzflächen innerhalb ihrer Abgrenzungen trifft und keine anderen Flächen schneidet. [Savioja, Svensson 2015; Vorländer 2020] Der Reflexionspfad wird vom Immissionsort zur Originalquelle über die absteigende Ordnung der Spiegelquellen zurückverfolgt. Es wird jeweils die direkte Verbindungslinie zwischen Spiegelquelle und Empfänger bzw. dem Punkt des Auftreffens auf der Wandfläche der nachfolgenden Reflexion betrachtet. Schneidet die Verbindungslinie die Spiegelungsebene innerhalb des Wandflächenpolygons, fällt der Hörbarkeitstest positiv aus. Dieser Point-in-Polygon-Test bestimmt wesentlich über die benötigte Rechenzeit. Im speziellen Falle eines idealen Rechteckraumes liegen die hörbaren Spiegelquellen auf einem vorbestimmten Raster, wodurch der Hörbarkeitstest entfällt. [Vorländer 2020]

Der Abstand zwischen der jeweiligen Spiegelquelle und dem Immissionsort entspricht der Pfadlänge des an den Grenzflächen reflektierten „Schallstrahles“ [Savioja, Svensson 2015]. Dieser Abstand bestimmt über den Immissionszeitpunkt der reflektierten Komponente. Zusammen mit der Phasenverschiebung gemäß dem komplexen Reflexionsfaktor

\underline{r} der Begrenzungsfläche ergibt sich damit die Phasenlage des Schalldruckes am Immissionsort \underline{p}_H . [Vorländer 2020]

Der Schalldruck am Immissionsort und damit die Raumimpulsantwort wird durch Summation der komplexen Beiträge aller hörbaren Spiegelquellen konstruiert. [Savioja, Svensson 2015] Der Empfänger ist dabei ein Punkt ohne räumliche Ausdehnung. Zwischen Spiegelquelle und Immissionsort wird von freier Schallausbreitung im Fernfeld ausgegangen. Unter Annahme einer idealen Monopolquelle mit dem Schallfluss \hat{q} ergibt sich die komplexe Schalldruckamplitude am Immissionsort mit Gleichung (2.32). [Vorländer 2020] Darin ist τ_{Q_nH} die Laufzeit und d_{Q_nH} der Abstand zwischen der n-ten Spiegelquelle und dem Immissionsort. Eine exemplarisch mit der SQM bis zur dritten Ordnung simulierte Impulsantwort wird in Abbildung 6 gezeigt.

$$\underline{p}_H = \frac{j\omega\rho_0\hat{q}e^{-jk d_{Q_0H}}}{4\pi d_{Q_0H}^2} + \sum_{n=1}^{N_Q} \left(\frac{j\omega\rho_0\hat{q}e^{-j\omega\tau_{Q_nH}}}{4\pi d_{Q_nH}^2} \prod_{i=1}^{N_R} \underline{r}_i \right) \quad (2.32)$$

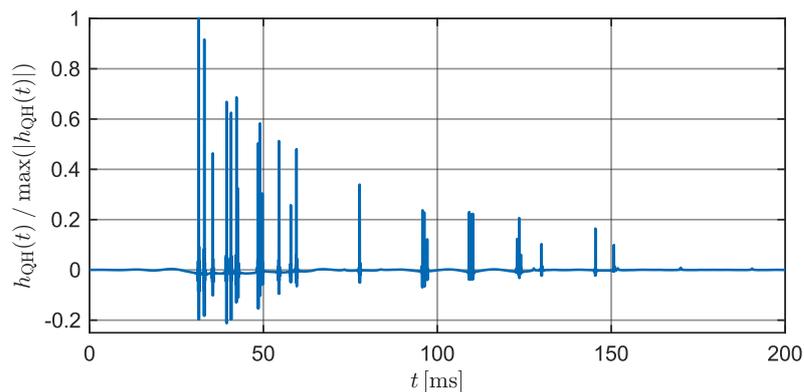


Abbildung 6: normierte, mit der Spiegelquellenmethode erzeugte Impulsantwort für eine ideale Kugelquelle (Raum VR A, Originalquelle Position 1, Hörerposition 110)

Die Richteigenschaften der Quelle werden in der SQM mithilfe der in Abschnitt 2.2.5 thematisierten Fernfeldabstrahlcharakteristik abgebildet. Bei Bildung einer Spiegelquelle wird die Abstrahlcharakteristik an der Wandebene gespiegelt. [Kroher 2011] Der Beitrag der jeweiligen Spiegelquelle berechnet sich anschließend mit dem winkelabhängigen Richtungsfaktor $\underline{\Gamma}$ in Abhängigkeit der Winkelbeziehungen zwischen Spiegelquelle und Empfänger. Analog dazu kann die Richtcharakteristik des Empfängers in der SQM berücksichtigt werden. Je nach Einfallsrichtung wird der Beitrag einer Spiegelquelle mit dem Richtungsfaktor gewichtet. Hierbei geht sowohl die Dämpfung als auch eine mögliche Phasenverschiebung ein.

2.4.3 Grenzen der geometrischen Verfahren

Wird die Kantenbeugung in der Simulation vernachlässigt, führt eine Wand innerhalb eines reflexionsfreien Raumes zu vollständiger Abschattung. In der Simulation gelangt die Schallenergie dabei nur an diejenigen Raumpunkte, an denen eine direkte Sichtverbindung zur Quelle besteht. Der Effekt kann ebenfalls bei teilweise reflektierenden Grenzflächen und damit der Überlagerung von Direktschall und Reflexionen beobachtet werden. [Bartsch 2003] Dieser Nachteil wirkt sich vor allem auf die Kopplung mehrerer Volumina bzw. Räume sowie niedrige Frequenzen aus.

Die Approximation des Raumschallfeldes durch die geometrischen Simulationsmethoden gilt für akustisch große Flächen und breitbandige Anregungssignale. Auch die energetische Addition im Ray Tracing gilt ausschließlich für breitbandige Signale. Für reine Töne sowie in der Nähe der reflektierenden Grenzflächen ist das Modell hingegen ungültig. Die Simulationsmethoden setzen eine hohe Modendichte voraus und können damit für große Räume sowie für mittlere und hohe Frequenzen mit $f > f_{\text{Schroeder}}$ angewendet werden. [Vorländer 2010]

Aktuelle Simulationsalgorithmen liefern fehlerbehaftete Ergebnisse für Begrenzungsflächen endlicher Ausdehnung. Somit werden sowohl die ersten Reflexionen als auch raumakustische Kenngrößen außerhalb eines Frequenzbereiches $500 \text{ Hz} < f < 2 \text{ kHz}$ nicht messgenau abgebildet. In der jüngsten Round Robin wurden hörbare Differenzen zwischen Messung und Simulation festgestellt. [Brinkmann et al. 2019]

Die Genauigkeit einer Simulation wird im Allgemeinen mit der Beschreibung der Randbedingungen bestimmt. Häufig stehen die Eingaben nicht in der erforderlichen Auflösung zur Verfügung. Beispielsweise fehlen Angaben zu winkelabhängigen Absorptionsgraden. [Savioja, Svensson 2015] Vorländer konnte zeigen, für die Prädiktion der Nachhallzeit mit einer Abweichung von weniger als 5 % eine höhere Genauigkeit in den Absorptionsgraden benötigt wird als durch [Norm DIN EN ISO 354] vorgegeben ist. Im Gegensatz dazu sind die ebenfalls energetischen Kenngrößen wie Klarheits- und Stärkemaß deutlich robuster gegenüber Ungenauigkeiten des Absorptionsgrades. [Vorländer 2010]

Die Grenzflächen werden in den geometrischen Simulationsmethoden als lokal reagierend aufgefasst. Dies ist jedoch nicht auf reale Wandstrukturen verallgemeinerbar. Zusätzlich differiert die Wandimpedanz einer realen Wandstruktur über dem Ort [Vorländer 2020], wie es beispielsweise bei einer Gipskarton Trockenbauwand mit Ihrer Unterkonstruktion auftritt.

2.4.4 Finite-Elemente-Methode

In der Akustik sind die Finite-Elemente-Methode (FEM) und die Randelementemethode (engl. Boundary Element Method; BEM) weit verbreitet. Die FEM ist universell einsetzbar und wird in der Akustik vorwiegend für Problemstellungen in geschlossenen Domänen verwendet. Die BEM eignet sich hingegen besonders für die Untersuchung von Schallabstrahlung oder Schallstreuung an Oberflächen. [Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Für die Schallfeldsimulation in geschlossenen Räumen wird in vorliegender Arbeit die FEM eingesetzt. Die BEM findet in den Untersuchungen lediglich zur Berechnung des Streugrades vier spezieller Oberflächenstrukturen Anwendung. Ihre theoretischen Grundlagen werden darob nicht ausführlich dargelegt, sind jedoch beispielsweise in [Ochmann, Lippert, Estorff 2017, S. 2–11] nachzuvollziehen.

In beiden Verfahren wird der zu berechnende Bereich, die Domäne, in eine finite Anzahl von Elementen endlicher Abmessungen diskretisiert. Diese Elemente werden über ihre diskreten Endpunkte definiert, welche als Knotenpunkte (engl. Nodes) bezeichnet werden. Die Elementgröße bestimmt über den untersuchbaren Frequenzbereich, die Genauigkeit, aber auch den Rechenaufwand der Simulation. [Schmalle et al. 2011; Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Der Vorgang der Diskretisierung der Domäne wird als Vernetzung bzw. Meshing bezeichnet.

Im Nachfolgenden wird von der Simulation eines stationären Schallfeldes ausgegangen. Die Rechnung erfolgt im Frequenzbereich. Unter Verwendung des harmonischen Ansatzes für den Schalldruck p nach Gl. (2.33) basiert die wellenakustische Simulation auf der Helmholtzgleichung (2.34). [Ochmann, Lippert, Estorff 2017; Bartsch 2003] Darin ist k die Wellenzahl und Δ der Laplace-Operator.

$$\underline{p} = \hat{p} \cdot e^{j(\omega t - kx)} \quad (2.33)$$

$$\Delta \underline{p} + k^2 \underline{p} = 0 \quad (2.34)$$

Die Berechnung des Schallfeldes kann in der FEM sowohl direkt als auch indirekt erfolgen [Vorländer 2020]. Die indirekte Lösung erfolgt auf modaler Basis und nutzt dabei die Möglichkeit der Darstellung des Raumschallfeldes mit der gewichteten Superposition der einzelnen Moden. Das zu lösende Randwertproblem wird in ein äquivalentes Eigenwertproblem projiziert und so die den Moden entsprechenden Eigenvektoren sowie die zugehörigen Eigenwerte ermittelt. [Vorländer 2020; Bartsch 2003] Dies kann unter bestimmten Voraussetzungen zu einer Steigerung der Recheneffizienz gegenüber der direkten Lösung führen. Aufgrund der mit der Frequenz zunehmenden Modendichte ist die Effizienzsteigerung im Fluid jedoch nicht so groß wie in festen Körpern. [Bartsch 2003] Darob wird im Folgenden vom direkten Lösungsverfahren ausgegangen.

Zur Berechnung des Schallfeldes auf Basis der Helmholtzgleichung (2.36) müssen Randbedingungen für die Außengrenzen definiert werden. In der Raumakustik werden diese Randbedingungen durch die Eigenschaften der Grenzflächen an Boden, Wänden und Decken bestimmt [Bartsch 2003]. Es ist zwischen der Dirichlet-Randbedingung, der Neumann-Randbedingung und der Robin-Randbedingung zu wählen. Mit der Dirichlet-Bedingung wird ein Druck, mit der Neumann-Bedingung eine Schnelle am Rand des Gebietes vorgegeben. Die Robin-Bedingung bezieht sich dagegen auf Schnelle und Druck. Sie wird in der Praxis auch als Impedanz- bzw. Admittanz-Randbedingung bezeichnet, da sie als Verhältnis zwischen Druck und Schnelle angegeben werden kann. [Bartsch 2003; Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Für die Neumann- und die Robin-Randbedingung ergeben sich die Gleichungen (2.35) und (2.36) [Bartsch 2003]. Mit x_n wird dabei die Oberflächennormale bezeichnet.

$$\frac{\partial p}{\partial x_n} + j\omega\rho_0 v_n = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_n} + \frac{j\omega\rho_0 p}{Z_w} = 0 \quad (2.36)$$

Der erste Schritt der FEM besteht im Diskretisieren des Volumens [Pepper, Heinrich 2017]. Dazu können unterschiedliche Elementformen, beispielsweise Tetraeder, eingesetzt werden. [Bartsch 2003]. Abbildung 7 zeigt das Netz eines der in vorliegender Arbeit betrachteten Räume.

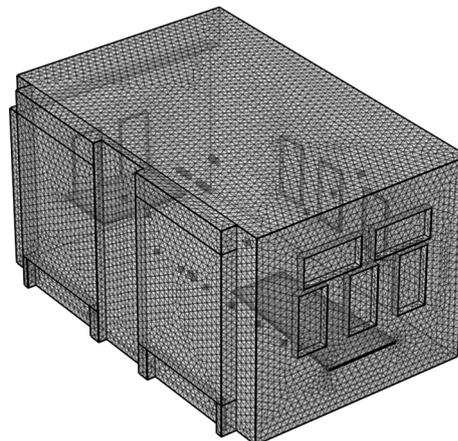


Abbildung 7: vernetztes Modell des Raumes BR C

Grundsätzlich wird der Schalldruck an den diskreten Knotenpunkten berechnet. Der Verlauf der Feldgröße zwischen zwei Knotenpunkten und damit innerhalb eines Elementes wird mit einer prädeterminierten Ansatzfunktion bestimmt. So ist es möglich den

Schalldruck an einem beliebigen Punkt innerhalb der Domäne zu berechnen. Häufig werden lineare, quadratische oder kubische Ansätze verwendet. [Pepper, Heinrich 2017]

Zu jedem Knotenpunkt gehört eine Ansatzfunktion. Der Schalldruckverlauf in der Domäne kann mithilfe dieser Ansatzfunktionen $w_i(x)$ und Koeffizienten p_i an den Knotenpunkten approximiert werden. [Pepper, Heinrich 2017; Ochmann, Lippert, Estorff 2017]

$$p(x) = \sum_{i=1}^{N_K} p_i \cdot w_i(x) \quad (2.37)$$

Gleichung (2.37) liefert lediglich eine Näherung des Schallfeldverlaufes. Die Abweichung zur exakten Lösung wird als Residuum bezeichnet. [Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Das Verfahren der gewichteten Residuen bildet die Grundlage der FEM [Pepper, Heinrich 2017]. Hierbei wird der integrale Fehler minimiert. Es wird gefordert, dass die Integration des Produktes aus den Residuen mit einer Wichtungsfunktion (engl. *shape function*) 0 ergibt. Im Galerkin-Ansatz sind die Wichtungsfunktionen mit den Ansatzfunktionen identisch. [Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Für die Helmholtzgleichung in Kombination mit den genannten Randbedingungen ergibt sich die schwache Formulierung des Randwertproblems (2.38). Darin sind Ω die gesamte Domäne, S_{Rob} die Randoberfläche mit der Robin-Bedingung und S_{Neu} die Randoberfläche mit der Neumann-Bedingung. [Bartsch 2003; Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Die detaillierte Herleitung findet sich beispielsweise in [Bartsch 2003, S. 66 ff.] und [Ochmann, Lippert, Estorff 2017, S. 16 f.].

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \underline{p} \cdot \nabla w \, dV - k^2 \int_{\Omega} \underline{p} \cdot w \, dV + \int_{S_{\text{Rob}}} \frac{j\omega\rho_0}{Z_w} \underline{p} \cdot w \, dS_R \\ = - \int_{S_{\text{Neu}}} j\omega \cdot \rho_0 \cdot \underline{v}_n \cdot w \, dS_R \end{aligned} \quad (2.38)$$

Wird die diskrete Approximation der Lösungsfunktion (2.37) in (2.38) eingesetzt, muss die Gleichung lediglich für N_K diskrete Punkte gelöst werden. Für jeden Knotenpunkt und den direkt benachbarten ergibt sich ein lineares Gleichungssystem, welches sich in Matrixschreibweise ausdrücken lässt. [Pepper, Heinrich 2017] Diese Gleichungssysteme werden schließlich in einem globalen linearen Gleichungssystem (2.39) für die Fluidomäne zusammengefasst. Darin bezeichnet \mathbf{M} die Massematrix, \mathbf{C} die Dämpfungsmatrix, \mathbf{K} die Steifigkeitsmatrix und \mathbf{F} den Kraft- bzw. Lastvektor. Der Vektor \mathbf{p} beinhaltet die gesuchten Werte des Schalldruckes an den Knotenpunkten. [Bartsch 2003; Ochmann, Lippert, Estorff 2017] Die Impedanz-Randbedingung bestimmt über die Dämpfungsmatrix während sich Quellen im Lastvektor widerspiegeln [Schmalle et al. 2011].

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{p} = -j\omega \mathbf{F} \quad (2.39)$$

Masse-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix bilden die Eigenschaften aller Elemente ab [Vorländer 2020]. Sie sind dabei spärlich besetzt (engl. sparse matrices), was effizienzsteigernd bei der Berechnung des Unbekannten-Vektors \mathbf{p} ausgenutzt werden kann [Pepper, Heinrich 2017].

Das lineare Gleichungssystem kann direkt mit matrixzerlegenden Methoden oder iterativ gelöst werden. Iterative Lösungsverfahren werden vorwiegend für Berechnungen mit einer großen Anzahl Unbekannter eingesetzt, um den zeitgleich erforderlichen Speicherbedarf zu reduzieren. [Bartsch 2003] Ein iteratives Lösungsverfahren findet deshalb auch bei den Untersuchungen vorliegender Arbeit Anwendung.

Die wellenakustische Simulation wurde bereits in mehreren Feldstudien im Bereich der Raumakustik angewendet. Die Simulationsergebnisse stimmten gut mit Messwerten überein, und der Einfluss der Raummoden wurde in den Simulationsergebnissen abgebildet. [Schmalle et al. 2011; Cipriano et al. 2015]

Eine praktische Einschränkung besteht in der Verfügbarkeit der Materialkenndaten zur Festlegung der Randbedingungen. Messdaten der komplexen Wandimpedanz für unterschiedliche Wandaufbauten und Oberflächenstrukturen sind selten zu finden. Dieser Problematik wird praktisch durch Abschätzung der Wandimpedanz begegnet. Hierzu werden Absorbermodelle [Schmalle et al. 2011] oder die bestehenden Messwerte des Absorptionsgrades [Vorländer 2020] verwendet.

In [Schmalle et al. 2011] konnte der gemessene Kurvenverlauf des Betragsspektrums gut durch die Simulation angenähert werden. Jedoch weisen einige der simulierten Übertragungsfunktionen eine Frequenzverschiebung gegenüber den gemessenen auf. Diese Abweichung ist für niedrige Frequenzen nicht vernachlässigbar und wird unter anderem Ungenauigkeiten in der Simulation, vor allem bei der Definition der Randbedingungen, zugeschrieben. [Schmalle et al. 2011] Dies begrenzt die Anwendung der aus Absorbermodellen approximierten Wandimpedanz für die verlässliche Simulation.

3 Berechnung der maximal erreichbaren Verstärkung

Im Folgenden werden bereits existierende Prädiktionsmethoden für den $AGbF$ thematisiert. Abschnitt 3.1 geht dabei auf bestehende Berechnungsmethoden ein. Das einfachste sowie das komplexeste der dort benannten Rechenverfahren werden im Kapitel 7 vergleichend zum in vorliegender Arbeit entwickelten Verfahren sowie zu den Messergebnissen evaluiert. Weiterhin bestehen Ansätze zur Vorhersage der maximalen Verstärkung vor einsetzender ak. Rückkopplung auf Basis der geometrischen Schallfeldsimulation. Diese werden unter Punkt 3.1.3 betrachtet.

3.1 Deterministische Methoden

Basierend auf den in Abschnitt 2.1.1 dargelegten systemtheoretischen Zusammenhängen bestehen Berechnungsmethoden zur Abschätzung der maximal erreichbaren Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich maßgeblich durch die erforderlichen Kenndaten des Raumes und der Wandler. Es wird zunächst die Rechnung unter Freifeldbedingungen und anschließend diejenige für geschlossenen Räume betrachtet. Die dabei angeführten Rechenwerte beinhalten kein Sicherheitsmaß und stellen theoretische Spitzenwerte dar. Der Hörer wird in allen nachfolgend angeführten Rechnungen als omnidirektional gleichmäßig empfindlicher Detektor approximiert.

3.1.1 Freie Schallausbreitung

Die Rechnung im Freifeld stützt sich auf das Abstandsgesetz für freie Schallausbreitung sowie die Addition inkohärenter Quellen. Dadurch werden ausschließlich die geometrischen Beziehungen zwischen den Positionen von Lautsprecher, Mikrofon, Quelle und Hörerplatz als Eingabedaten benötigt.

Unter Annahme ideal kugelförmiger Abstrahlung $|\underline{\Gamma}_L| = 1$ und einem Mikrofon mit Kugelcharakteristik $|\underline{\Gamma}_M| = 1$ ergibt sich die maximal erreichbare Verstärkung mit Gl. (3.1) anhand der Abstände zwischen den Komponenten [Davis 1969]. Diese Formel wird auch in jüngerer Literatur als einfache Abschätzungsregel aufgeführt [Biamp Systems 2021; Friesecke 2007]. Darin ist d_{QH} der Abstand zwischen Quelle und Hörer, und d_{LH} derjenige zwischen Lautsprecher und Hörer.

$$AGbF_{\max \text{ FF}} = 20 \cdot \lg \left(\frac{d_{LM}}{d_{QM}} \cdot \frac{d_{QH}}{d_{LH}} \right) \text{ dB} \quad (3.1)$$

Sie kann unter der simplifizierenden Annahme koinzidenter Mikrofonpositionen auch für mehrere gleichzeitig betriebene Mikrofone N_M erweitert werden [Davis 1969]. Um den ungünstigsten Fall abzubilden, ist diejenige Mikrofonposition mit dem geringsten Abstand zum Lautsprecher zu wählen. Mit Verdopplung simultan betriebener Mikrofone sinkt das maximal erreichbare Verstärkungsmaß um 3 dB. [Davis 1969; Boner, Boner 1969] Auch die Erweiterung der Gleichung für mehrere Lautsprecher N_L unter Berücksichtigung der Abstandsbeziehungen wird in der Literatur aufgeführt [Friesecke 2007]. Kombiniert ergibt sich Gleichung (3.2) für das theoretisch maximal erreichbare Verstärkungsmaß.

$$AGbF_{max\ FF} = 20 \cdot \lg\left(\frac{d_{QH}}{d_{QM}}\right) \text{ dB} - 20 \cdot \lg\left(\frac{1}{N_L} \cdot \left(\frac{d_{L1\ H}}{d_{L1\ M}} + \frac{d_{L2\ H}}{d_{L2\ M}} + \dots + \frac{d_{LN_L\ H}}{d_{LN_L\ M}}\right)\right) \text{ dB} - 10 \cdot \lg(N_M) \text{ dB} \quad (3.2)$$

In [Ahnert 2022] wird eine approximierende Berechnungsmethode unter Berücksichtigung der Bündelungseigenschaften von Lautsprecher und Mikrofon angegeben. Hierbei wird von der Ausrichtung des Mikrofons auf die Originalquelle ausgegangen und die theoretisch erreichbare Verstärkung mit Gleichung (3.3) abgeschätzt [Ahnert 2022]. Diese Formel ist eine simplifizierte Variante der Rechnung, welche in subsequenten Abschnitt 3.1.3 thematisiert wird.

$$AGbF_{max\ FF} \approx 20 \cdot \left(\lg\left(\frac{d_{LM}}{d_{QM}}\right) - \lg(|\Gamma_L(\beta_{LM}, \theta_{LM})| \cdot |\Gamma_M(\beta_{ML}, \theta_{ML})|) \right) \text{ dB} \quad (3.3)$$

3.1.2 Statistische Eigenschaften der Übertragungsfunktionen

Dem systemtheoretischen Modell folgend, bestimmt die Raumübertragungsfunktion \underline{H}_{LM} maßgeblich über die Stabilität des Systems. Dementsprechend bestehen in der Literatur Abschätzungsmethoden für die maximale Verstärkung einer Beschallungsanlage auf Basis statistischer Eigenschaften dieser Übertragungsfunktion. Dabei wird simplifizierend angenommen, dass sich das Mikrofon im Diffusfeld befindet und dass das Phasenkriterium vernachlässigt werden kann. Die maximale Verstärkung MSG ist als Pegeldifferenz zwischen der maximalen Schleifenverstärkung $L_S = 0$ dB und dem Betragsmaximum des Frequenzganges durch die elektrische Übertragung und die Raumübertragungsfunktion zwischen Lautsprecher und Mikrofon definiert. [van Waterschoot, Moonen 2011] Diese Definition weicht von der in vorliegender Arbeit verwendeten Definition der Verstärkung vor einsetzenden Rückkopplungseffekten $AGbF$ ab, weswegen die Bezeichnung *Maximum Stable Gain* der Literatur folgend verwendet wird.

Der Wert MSG ist als Pegeldifferenz zwischen dem in die Anlage eingespeisten und dem von ihr abgegebenen Signal zu verstehen.

$$MSG = -20 \cdot \lg(\max |H_{EL}(\omega) \cdot H_{LM}(\omega)|) \text{ dB} \quad (3.4)$$

Wird weiterhin angenommen, dass der Betrag der elektrischen Übertragungsfunktion sowie derjenigen der elektroakustischen Wandler konstant über der Frequenz ist, wird die maximale Verstärkung ausschließlich von der Raumübertragungsfunktion H_{LM} bestimmt. Bei einem angenommenen energetischen Mittelwert $\langle |H_{LM}(\omega)| \rangle = 1$ entspricht der Maximalwert des Betragsspektrums gerade der Pegeldifferenz $\Delta L_{H \text{ stat}}$ gemäß Abschnitt 2.3.2 [Schroeder 1964; van Waterschoot, Moonen 2011]

$$MSG = -10 \lg \left(\lg \left(\frac{BW \cdot T_{60}}{22} \right) \right) - 3.8 \text{ dB} \quad (3.5)$$

3.1.3 Geschlossene Räume

Bereits 1969 stellten die Herren Boner eine Berechnungsmethode für die maximal erreichbare Verstärkung vor, in welcher sowohl die Bündelungseigenschaften des Lautsprechers und der Quelle als auch die Diffusfeldenergiedichte Eingang finden [Boner, Boner 1969]. Die maximal erreichbare Verstärkung wird darin unter Zuhilfenahme des durch die jeweilige Quelle am Mikrofon bzw. Hörerort erzeugten Schalldruckpegels mit Gleichung (3.7) berechnet [Boner, Boner 1969]. Das Mikrofon wird dabei als ungerichtet angenommen. Die Methode beschränkt sich auf einen Rückkopplungspfad.

$$AGbF_{\max} = \Delta L_{dQH} - \Delta L_{dQM} + \Delta L_{dLM} - \Delta L_{dLH} \quad (3.6)$$

Die Berechnung der Pegeldifferenzen ΔL_d über die Strecken zwischen den einzelnen Komponenten ΔL_d erfolgt dabei auf Grundlage der Beschreibung des Schallfeldes im Raum, wie sie in [Beranek 1993] zu finden ist. Die Schallenergiedichte setzt sich auch hier aus dem Direktschall der Quelle und der örtlich konstanten Energiedichte des Diffusfeldes zusammen. Die Pegeländerung des durch eine Quelle erzeugten Schalldruckpegels über einen Abstand d ist mit Gl. (3.7) definiert [Boner, Boner 1969; Beranek 1993]. Darin ist $\bar{\alpha}$ der mittlere Absorptionsgrad und S_R der Flächeninhalt aller Grenzflächen des Raumes.

$$\Delta L_d = 10 \cdot \left(\frac{\tilde{q}}{4\pi d^2} + \frac{4 \cdot (1 - \bar{\alpha})}{S_R \cdot \bar{\alpha}} \right) \text{ dB} = 10 \cdot \left(\frac{\Gamma^2 \cdot \gamma}{4\pi d^2} + \frac{4 \cdot (1 - \bar{\alpha})}{S_R \cdot \bar{\alpha}} \right) \text{ dB} \quad (3.7)$$

Eine ähnliche Berechnungsmethode wird in [Ahnert 2022] gegeben. Hierin wird jedoch zusätzlich die Richtwirkung des Mikrofons abgebildet. Die Übertragung zwischen den Komponenten wird in Übertragungsgraden ξ wiedergegeben. Unter Verwendung dieser ist das maximal erreichbare Verstärkungsmaß durch Gleichung (3.8) definiert. [Ahnert 2022] Darin ist $\langle |S| \rangle$ die energetisch mittlere Schleifenverstärkung. Folglich ist bei Festlegung des zulässigen Maximalwertes $\langle |S| \rangle_{\max}^2$ die in Abschnitt 2.3.2 thematisierte Differenz zwischen Mittel- und Spitzenwert der RÜF zu berücksichtigen. Diese Pegeldifferenz soll in dieser Arbeit mit $\Delta L_{H \text{ stat}} = 11$ dB angenommen werden [vgl. Ahnert, Noy 2022, S. 54 f.]. Für $L_{S \text{ max}} = -3$ dB ist das maximale Rückkopplungsmaß damit $L_R \approx -13,8$ dB.

$$\begin{aligned}
 AGbF_{\text{det}} &= 10 \cdot \lg \left(\frac{\langle |S| \rangle_{\max}^2}{1 - \langle |S| \rangle_{\max}^2} \cdot \frac{\xi_{QM} \cdot \xi_{LH}}{\xi_{LM} \cdot \xi_{QH}} \right) \text{dB} \\
 &= 10 \cdot \lg \left(\frac{10^{\frac{L_{S \text{ max}} - \Delta L_{H \text{ stat}}}{10 \text{ dB}}}}{1 - 10^{\frac{L_{S \text{ max}} - \Delta L_{H \text{ stat}}}{10 \text{ dB}}}} \cdot \frac{\xi_{QM} \cdot \xi_{LH}}{\xi_{LM} \cdot \xi_{QH}} \right) \text{dB} \quad (3.8) \\
 &= L_R + 10 \cdot \lg \left(\frac{\xi_{QM} \cdot \xi_{LH}}{\xi_{LM} \cdot \xi_{QH}} \right) \text{dB}
 \end{aligned}$$

Die Übertragungsgrade, welche mit den Gleichungen (3.9) bis (3.12) berechnet werden, berücksichtigen die Richtwirkung, den Schalldruckabfall durch Abstandvergrößerung sowie den Einfluss des diffusen Schallfeldes durch das Verhältnis zwischen Hallradius und dem Abstand der Komponenten. Weiterhin geht die Luftdissipation δ ein. [Ahnert 2022] β_{xy} und θ_{xy} sind Azimut- bzw. Elevationswinkel der Komponente x in Richtung der Komponente y .

$$\xi_{QH} = \gamma_Q \cdot |\Gamma_Q(\beta_{QH}, \theta_{QH})|^2 \cdot \left(\frac{r_H}{d_{QH}} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{\delta_{QH}}{10 \text{ dB}}} + 1 \quad (3.9)$$

$$\xi_{QM} = \gamma_M \cdot |\Gamma_M(\beta_{MQ}, \theta_{MQ})|^2 \cdot \gamma_Q \cdot |\Gamma_Q(\beta_{QM}, \theta_{QM})|^2 \cdot \left(\frac{r_H}{d_{QM}} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{\delta_{QM}}{10 \text{ dB}}} + 1 \quad (3.10)$$

$$\xi_{LH} = \gamma_L \cdot |\Gamma_L(\beta_{LH}, \theta_{LH})|^2 \cdot \left(\frac{r_H}{d_{LH}} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{\delta_{LH}}{10 \text{ dB}}} + 1 \quad (3.11)$$

$$\xi_{LM} = \gamma_L \cdot |\Gamma_L(\beta_{LM}, \theta_{LM})|^2 \cdot \gamma_M \cdot |\Gamma_M(\beta_{ML}, \theta_{ML})|^2 \cdot \left(\frac{r_H}{d_{LM}} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{\delta_{LM}}{10 \text{ dB}}} + 1 \quad (3.12)$$

3.2 Geometrische Akustik

Die bestehenden Untersuchungen zur Vorhersage der Stabilitätsgrenze einer Beschallungsanlage unter Verwendung geometrischer Simulationsmethoden dienen als Ausgangspunkt vorliegender Arbeit. Mit einer simplifizierten, zweidimensionalen Variante der Spiegelquellenmethode wurde in [Terrell, Reiss 2009] der Einfluss absorbierender Grenzflächen auf die erreichbare Verstärkung untersucht. Die Simulation zeigte einen wachsenden Einfluss der Richtcharakteristik und der Position von Lautsprecher und Mikrophon mit wachsender Absorption auf. Gleichzeitig ist die Positionierung absorptiver Maßnahmen für die erreichbare Verstärkung relevant. Die gezielte Dämpfung erster Reflexionen steigert den errechneten maximalen Immissionspegel. [Terrell, Reiss 2009] Es wurden jedoch ausschließlich die ersten Reflexionen unter inkohärenter Addition betrachtet. Die Auswirkungen phasenrichtiger Überlagerung zeigte [Kroher 2011] auf.

Hierbei wurde die Spiegelquellenmethode für quaderförmige Räume mit Spiegelquellen erster und zweiter Ordnung eingesetzt. Die ersten Reflexionen haben bedeutenden Einfluss auf die Schleifenverstärkung und damit das maximale Verstärkungsmaß der Anlage. Mit wachsender Anzahl berücksichtigter Spiegelquellen geht nicht nur ein Wachstum der auf den Systemeingang rückwirkenden Energie, sondern auch eine Änderung des Phasengangs der Schleifenverstärkungsfunktion einher. Infolge der Interferenz aller Spiegelquellenbeiträge am Immissionsort, weisen Schalldruckpegelspektren eine mit der Spiegelquellenordnung wachsende Welligkeit auf. [Kroher 2011] Für eine möglichst exakte Simulation ist damit die Prämisse rein energetischer Überlagerung am Immissionsort, wie sie von [Terrell, Reiss 2009] eingesetzt wurde, nicht ausreichend.

Der mit der SQM errechnete Immissionsschalldruck wurde in [Kroher 2011] durch einen über den Ort konstanten Diffusfeldanteil in Abhängigkeit von der Diffusfeldempfindlichkeit des Mikrofons nach [Schulein 1976] ergänzt. Unter den betrachteten Bedingungen wirkt dieser Energiebeitrag des statistischen Schallfeldes prägend auf die Schleifenverstärkung. Sein Einfluss auf die erzielbare Verstärkung wächst erwartungsgemäß mit der Nachhallzeit. Daraus ist abzuleiten, dass die Abbildung später Reflexionen relevant für die Prädiktion des $AGbF$ ist. Der $AGbF$ wächst mit der äquivalenten Absorptionsfläche ohne dass ein proportionaler Zusammenhang besteht [Kroher 2011].

Die Ergebnisse beider Simulationsansätze wurden nicht durch Messungen verifiziert. Sie zeigen dennoch die Notwendigkeit einer exakten Schallfeldsimulation zur Prädiktion der erreichbaren Verstärkung auf. Die Veränderung der Schleifenverstärkung durch Reflexionen von den Raumbegrenzungsflächen kann weder alleinig durch die Anfangsreflexionen noch ausschließlich über das statistische Schallfeld des Raumes abgebildet werden.

4 Simulation des Raumschallfeldes

Zur Synthese der Raumübertragungsfunktionen wurden Methoden der Computersimulation auf dem Stand der Technik unter Verwendung kommerzieller Softwarepakete eingesetzt. Diese sind einer möglichen eigenen Umsetzung in Entwicklungsstand sowie Recheneffizienz überlegen und bilden gleichzeitig eine in der Planungspraxis anwendbare Methode ab.

Der simulativ abgebildete Frequenzbereich unterteilt sich den Ausführungen unter Punkt 2.4 entsprechend in zwei Abschnitte. Während die Simulation für mittlere und hohe Frequenzen mit geometrischen Methoden erfolgte, diente die FEM zur Synthese der RÜF bei niedrigen Frequenzen. Letztgenanntem Bereich kommt in diesem Zusammenhang große Bedeutung zu. In diesem Frequenzbereich sind die Bündelungsgrade von Mikrofon und Lautsprecher gering. Häufig steigt zusätzlich die Nachhallzeit mit sinkender Frequenz, da dies für Musikdarbietungen vorteilhaft [Fasold, Veres 1998] und für die Sprachübertragung nicht notwendigerweise nachteilig ist [Norm DIN 18041]. Damit liegt eine hohe Diffusschallenergie vor, welche zur Schleifenverstärkung beiträgt und so bedingt, dass das System seine Instabilitätsgrenze zuerst im Bassbereich erreicht.

Nachfolgend werden zunächst die beispielhaft herangezogenen Räume und hernach deren Abbildung unter Verwendung der beiden Simulationsmethoden beschrieben. Besondere Relevanz wird dabei der Definition der Randbedingungen beigemessen. Die Eigenschaften der akustischen Quellen sind als Randbedingungen Bestandteil der Modelle. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich Punktquellen betrachtet.

4.1 Fallbeispiele

Für die Untersuchungen wurden exemplarisch vier unterschiedliche Räume gewählt. Diese werden im Folgenden mit *VR A*, *VR B*, *SR C* und *BR D* bezeichnet und ihre Kennenschaften in Tabelle 2 aufgeführt. Die Räume weisen in erster Näherung eine quaderförmige Primärstruktur auf. Die beiden multifunktionalen Veranstaltungsräume verfügen weiterhin über ein angekoppeltes Volumen als Bühnenhaus mit ebenfalls rechteckigem Grundriss. Abbildungen der Raummodelle finden sich im Anhang A.1.

Es wurden weiterhin drei Mikrofone unterschiedlicher Richtcharakteristik sowie drei verschiedene Lautsprecher für die Untersuchungen gewählt. Diese werden im Zusammenhang ihrer simulativen Abbildung in den Abschnitten 4.2.1 und 4.2.2 benannt. In jedem Raum wurden mehrere Mikrofon- und Quellpositionen untersucht. Die verwendeten Immissionsorte blieben dabei konstant und sind der Beschreibung unter 6.4 sowie den Darstellungen im Anhang A.10 zu entnehmen. Für die unterschiedlichen Kombinationen aus

Lautsprecher-, Quell- und Mikrofonposition wird in dieser Arbeit nachfolgende Namenskonvention verwendet: (*Raum, Lautsprecher, Mikrofon Mikrofon-/Quellposition, Hörerort*) wie z.B. (*BR D, VR5, ME36 1, 15*).

Tabelle 2: Kenneigenschaften exemplarisch gewählter Räume

Kurzbezeichnung	Funktion	V	\bar{T}_{60}	r_H
VR A	Veranstaltungsraum	1765 m ³	1,2 s	2,2 m
VR B	Veranstaltungsraum	1315 m ³	0,8 s ¹	2,3 m
SR C	Sport- und Veranstaltungsraum	490 m ³	1,4 s	1,1 m
BR D	Bürraum	75 m ³	0,7 s	0,6 m

Um den Einfluss der äquivalenten Absorptionsfläche zu untersuchen, wurde der Raum *VR B* sowohl gemäß seiner realen Beschaffenheit als auch mit vollständig schallharten Grenzflächen im Zuschauerraum modelliert. Im letztgenannten Fall erhöht sich die simulierte mittlere Nachhallzeit auf $\bar{T}_{60} = 5,9$ s.

Weiterhin wurde die Sensitivität der Prädiktion hinsichtlich der Verschiebung von Quelle und Mikrofon untersucht. Hierzu wurden in den Räumen *VR B* und *SR C* zwei unterschiedliche Quellpositionen bei identischer Lautsprecherposition und gleichbleibendem Abstand zwischen Quelle und Mikrofon modelliert. Im Raum *VR B* wird der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon von $d_{LM} = 3,33$ m (Pos. 2) auf $d_{LM} = 6,39$ m (Pos. 1) und im Raum *SR C* von $d_{LM} = 4,49$ m (Pos. 2) auf $d_{LM} = 5,83$ m (Pos. 3) erhöht. Mit Vergrößerung des Abstandes d_{LM} , wächst der Abstand d_{QH} . Diese Situation entspricht in der Praxis beispielsweise einem sich frei auf der Bühne bewegendem Sprecher. Hypothetisch wird von einer über der Frequenz konstanten Änderung des Verstärkungsmaßes ausgegangen, da sich die Übertragungseigenschaften der Anlagenbestandteile bei neuer Positionierung nicht verändern und sich alle Hörerpositionen im Diffusfeld der ideal ungerichteten Originalquelle befinden. Diese Hypothese gilt jedoch nur, solange der Einfluss der Schleifenverstärkung auf die gesamtheitliche Übertragungsfunktion der Anlage vernachlässigbar gering ist.

4.2 Geometrische Simulation

Das Vorgehen bei der Simulation orientierte sich am Planungsprozess elektroakustischer Anlagen. Es wurden zunächst dreidimensionale Modelle der Räume mithilfe der

¹ simulativ bestimmt

CAD Software *AutoCAD 2023* und auf Basis bestehender Planunterlagen erstellt. Alle Grenzflächen bestehen dabei aus ebenen Teilflächen.

Mit Blick auf den abzubildenden Frequenzbereich und die Gültigkeit geometrischer Simulation wurden die Räume simplifizierend durch Flächenelemente mit einer Kantenlänge von minimal ca. 0,1 m abgebildet. Dies entspricht einer Wellenlänge von Tönen mit $f \approx 3,4$ kHz und dient einerseits der Genauigkeitssteigerung für hohe Frequenzen sowie andererseits der Vermeidung einer örtlichen Überabtastung, wie beispielsweise in [Vorländer 2020, S. 172 ff.] empfohlen. Zur geometrischen Schallfeldsimulation wurde schließlich *EASE 4.4* mit *Aura 4* eingesetzt.

4.2.1 Quellcharakteristik

In der geometrischen Simulation wurde die unter Punkt 2.2.6 thematisierte Quellbeschreibung über das *GLL*-Austauschformat verwendet. Das Softwarepaket *EASE 4.4* erlaubt die direkte Integration einer solchen Lautsprecherbeschreibung, sodass die Wichtung der vom Quellpunkt ausgesendeten Partikel auf Basis der vom Hersteller bereitgestellten *Balloon*-Daten erfolgt. Die dort hinterlegten Anregungsspektren spiegeln die maximale Schallabstrahlung wieder. Da das tatsächlich verwendete Anregungssignal softwareintern festgelegt ist, werden die Simulationsergebnisse im Falle einer Abweichung von einer Anregung entsprechend der in der *GLL*-Datei hinterlegten Übertragungsfunktion des Lautsprechers angepasst. Die exemplarisch betrachteten Lautsprecher sind Tabelle 3 zu entnehmen. Es wird ausschließlich der Betrag des Richtungsfaktors zur Gewichtung der „Schallstrahlen“ verwendet. Der Phasengang des Lautsprechers geht damit nicht in die geometrische Simulation ein. In Relation zu der zeitversetzt eintreffenden Reflexionen trägt dieser jedoch nur geringfügig zum Phasenverlauf der Übertragungsfunktion bei [Kroher 2011], was die Vernachlässigung nahelegt.

Tabelle 3: Kenndaten exemplarisch gewählter Lautsprecher gem. Herstellerangabe [Alcons Audio 2021; NEXO S.A. o. J.; RCF S.P.A. 2022]

Lautsprecher	Abstrahlwinkel (hor. / ver.)	$DI_L(1 \text{ kHz})$	Raum
Nexo Geo M6	80° / 20°	4,8 dB	VR B
RCF Art715	90° / 60°	7,6 dB	SR C
Alcons VR5	90° / 60°	3,3 dB	VR A, BR D

Der Detaillierungsgrad der Daten beispielsweise in gemessener Frequenz- und Winkelauflösung ist über unterschiedliche Produkte nicht notwendigerweise konsistent. Daher sind Abweichungen zwischen dem gemessenen Übertragungsverhalten und der simulativen Abbildung des Lautsprechers zu erwarten.

4.2.2 Empfängercharakteristik

Bereits in [Ahnert, Feistel 2016] wurde eine herstellerübergreifende Datenbank für Mikrofone zur Verwendung innerhalb der elektroakustischen Simulation thematisiert. Dennoch bestand zum Zeitpunkt der Untersuchungen vorliegender Arbeit eine solche Datengrundlage nicht. Vielmehr wurde auf die frei verfügbaren, normgerechten Angaben in den technischen Datenblättern zurückgegriffen. Exemplarisch wurden drei verschiedene Druckgradientenempfänger betrachtet. Tabelle 4 listet diese mit ihren Richtcharakteristika und dem berechneten Bündelungsmaß auf.

Aus dem vom Hersteller gegebenen Polardiagramm wurde das Richtungsmaß $D(\beta, \omega)$ in Oktavbändern und einem Intervall $0 \leq \beta \leq 180^\circ$ abgelesen. Die Daten wurden anschließend auf eine Winkelauflösung von $2,5^\circ$ linear interpoliert.

Tabelle 4: Kenneigenschaften exemplarisch gewählter Mikrofone [Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.a; Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.b; Sennheiser electronic GmbH & Co. KG 2010]

Mikrofon	Wandlerprinzip	Richtcharakteristik	U_{M0}	$DI_M(1 \text{ kHz})$
Sennheiser e914	Elektret Kondensator	Niere	7 mV/Pa	3,8 dB
Sennheiser e945	elektrodynamisch	Superniere	2 mV/Pa	5,4 dB
Sennheiser ME36	Elektret Kondensator	Hyperniere	18 mV/Pa	5,7 dB

Die Übertragungsfunktion des Mikrofons in Vorzugsrichtung wurde ebenfalls dem Datenblatt entnommen. Es folgte eine Interpolation auf eine Frequenzauflösung von 5 Hz. Der Betrag der Übertragungsfunktion wurde auf den Wert bei 1 kHz normiert, sodass die Übertragungsfunktion als Verstärkung gegenüber der Freifeldempfindlichkeit wirkt. Durch Wichtung des ebenfalls auf die entsprechende Frequenzauflösung interpolierten Richtungsfaktors mit dieser Übertragungsfunktion wird die Freifeldempfindlichkeit des Wandlers als Funktion von Frequenz und Schalleinfallswinkel abgebildet.

$$|H'_M(\omega, \beta)| = \frac{|H_M(0, 0, \omega)|}{|H_M(0, 0, 2000\pi \frac{1}{s})|} \cdot |\Gamma_M(\omega, \beta)| \quad (4.1)$$

Bei den Mikrofonen wurde von einer rotationssymmetrischen Richtcharakteristik ausgegangen. Durch Rotation der Kurve $|H'_M(\beta)|$ um die x-Achse des Mikrofons (siehe Abbildung 4) entsteht für jede Frequenz ein geschlossener Volumenkörper, welcher die richtungsabhängige Empfindlichkeit analog zum Lautsprecher wiedergibt. Abbildung 8

zeigt einen solchen „Empfindlichkeitsballon“ sowie die Übertragungsfunktionen für drei Schalleinfallswinkel exemplarisch.

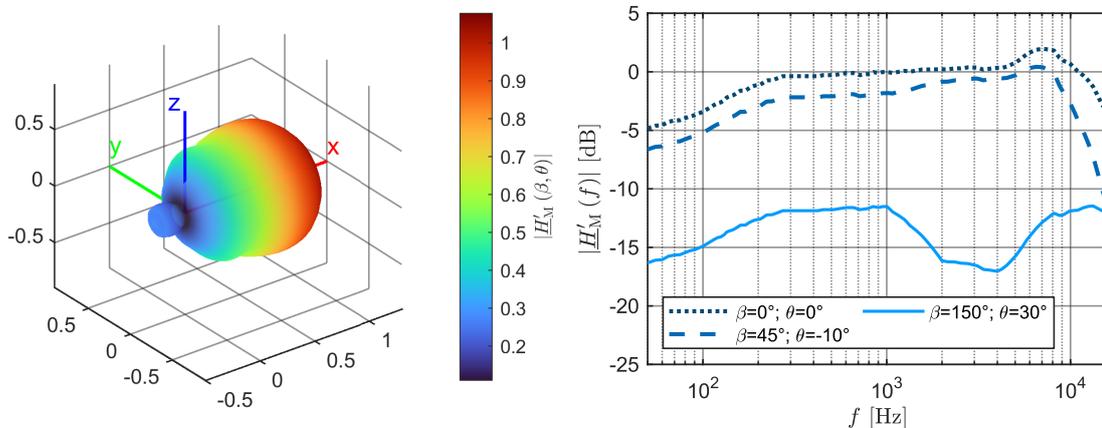


Abbildung 8: Empfindlichkeitsballon des Mikrofons ME36 bei $f = 10$ kHz (links) und Betrag der Übertragungsfunktionen für drei unterschiedliche Schalleinfallswinkel (rechts)

Die Daten wurden als dreidimensionales Array im proprietären *MATLAB*-Format *.mat* gespeichert, da kein Datenaustausch erforderlich ist. Mit der gewählten Auflösung ergibt sich für den vollständigen Ballon aus 10585 Übertragungsfunktionen (inkl. der Dopplungen an den Polen) und den mindestens erforderlichen Matrizen für Winkel und Frequenzen ein Speicherbedarf von 285,6 MB. Eine solche Datenmenge spricht gegen einen verallgemeinerten Austausch der Wandlereigenschaften in dieser tabellarischen Form.

4.2.3 Absorptionsgrad

Sämtlichen Oberflächen innerhalb der geometrischen Modelle wurde ein material- und frequenzabhängiger Absorptionsgrad zugewiesen. Es wurde dazu der Absorptionsgrad für diffusen Schalleinfall sowohl aus Tabellen in [Norm DIN 18041] und [Vorländer 2020] als auch aus Herstellerangaben in Oktavbändern $125 \text{ Hz} \leq f_m \leq 4 \text{ kHz}$ verwendet. Die für die geometrische Simulation erforderliche Terzbandauflösung im Bereich $100 \text{ Hz} \leq f_m \leq 10 \text{ kHz}$ lieferte eine lineare Inter- und Extrapolation. Dieses Vorgehen spiegelt einen üblichen raumakustischen Planungsprozess wider. Sämtliche in der Simulation verwendeten Absorptionsgrade werden in den Tabellen 17 bis 19 im Anhang A.2 aufgeführt. Die Absorptionsgrade der durch Vorhänge verdeckten Grenzflächen in den Bühnenhäusern in den Räumen *VR A* und *VR B* wurden mithilfe eines Absorbermodelles berechnet, wie es aus Abschnitt 4.3.2.2 detailliert hervorgeht.

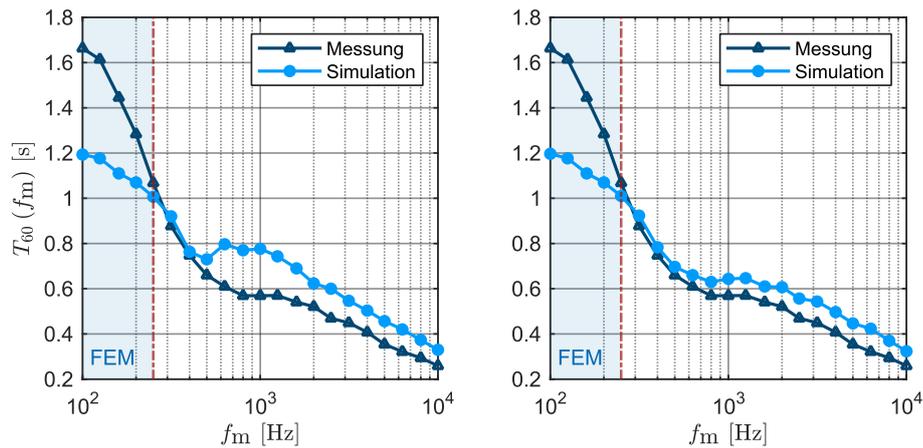


Abbildung 9: Vergleich zwischen gemessener und simulierter Nachhallzeit des Raumes BR D vor (links) und nach (rechts) Anpassung der des Absorptionsgrades der Bodenfläche

Eine Verifikation der Annahmen lieferte ein Vergleich der gemessenen und der simulierten Nachhallzeit, wie es auch Abschnitt 6.2 thematisiert. Die Randbedingungen der geometrischen Simulation wurden ausschließlich für den Raum *BR D* zum Erreichen der gemessenen Werte angepasst. Für diesen Raum zeigte sich, wie Abbildung 9 darstellt, eine systematische Unterschätzung der äquivalenten Absorptionsfläche im Modell. Die exakten Wand- und Deckenaufbauten sind für diesen Raum unbekannt. So wurde zunächst ein Nadelfilz-Bodenbelag auf einem ideal schallharten Untergrund angenommen. Im Rahmen der Messungen vor Ort wurde ein resonatorisches Verhalten bei impulsartiger Anregung festgestellt. Hieraus resultierte die Anpassung des Absorptionsgrades Fußbodenfläche im Modell anhand der im Abschnitt A.3 des Anhangs detailliert beschriebenen Annahmen. Die simulierte Nachhallzeit wird in Abbildung 9 gezeigt und nähert die Messwerte gut an. Die Optimierung des raumakustischen Modelles für die geometrische Simulation auf Basis gemessener Kennwerte verringert den systematischen Fehler im Simulationsprozess. Das Vorgehen ist jedoch ausschließlich bei Planungen im Bestand anwendbar.

4.2.4 Streugrad

Eine möglichst exakte geometrische Simulation bedarf der Abbildung diffuser, später Reflexionen. Dies erfolgt mithilfe des Streugrades s für den diffusen Schalleinfall, welcher die Streueigenschaften einer Oberflächenstruktur stark simplifiziert wiedergibt. [Vorländer 2020]. Es bestehen deutlich weniger Herstellerangaben für verbreitete Wandstrukturen als für die Absorptionsgrade, weswegen die Werte durch Messung oder Modellierung ermittelt werden müssen.

Die Messung des Streugrades für diffusen Schalleinfall bedarf großer Materialproben und entsprechend großer Distanzen zwischen Probe und Mikrophon, um eine gute

Näherung der Fernfeldantwort zu erhalten. Um dieser Herausforderung zu begegnen, werden auch maßstäbliche Modelle der Struktur eingesetzt. [Cox, D'Antonio 2017; Vorländer, Mommertz 2000] Alternativ zur aufwändigen Messung bietet sich im Planungsprozess der Einsatz einer Computersimulation zur Prädiktion der streuenden Eigenschaften der Oberflächen an. Der Streugrad wird dabei aus dem Richtdiagramm der Schallreflexion an der Wandoberfläche gemäß [Mommertz 2000] berechnet.

Für die Untersuchungen vorliegender Arbeit wurde die BEM im zweidimensionalen Raum innerhalb des Softwarepakets *COMSOL* verwendet, um die Reflexion an bestimmten strukturierten Wandoberflächen zu simulieren. Sämtliche Oberflächen wurden dafür als ideal schallhart angenommen. Da die betrachteten Oberflächen spiegelsymmetrisch sind, wurde der Einfall einer ebenen Schallwelle in einem Winkel von $\psi = \{-78,75; -67,5; -56,25; -45; -33,75; -22,5; -11,25; 0\}$ bzgl. der Flächennormalen simuliert.

Der von der Fläche reflektierte Schalldruck wurde entlang eines Halbkreises um den Mittelunkt der Probe mit einem Radius von 50 m und damit im approximativen Fernfeld [Cox, D'Antonio 2017] erfasst. Dieses Polardiagramm der richtungsabhängigen Schalldruckverteilung gibt Aufschluss über die zu erwartende Ablenkung des „Schallstrahles“ bei Reflexion an der Wandstruktur. Die Betrachtungsentfernung steht jedoch im Kontrast zur praktischen Anwendung, da sich die Immissionsorte innerhalb des Raumes in deutlich geringerem Abstand zur Wandoberfläche und damit nicht notwendigerweise im Fernfeld befinden.

In der idealisierten Modellvorstellung besteht der winkelabhängig reflektierte Schalldruck \underline{p}_1 in der Summe des spiegelnd reflektierten und des gestreuten Anteiles \underline{p}_s . Der Anteil spiegelnder Reflexion ist dabei proportional zur Schalldruckverteilung \underline{p}_{ref} bei Verwendung einer vollständig ebenen Platte mit identischen Abmessungen wie die untersuchte Probe. [Mommertz 2000]

$$\underline{p}_1(\psi_i) = r_{spec} \cdot \underline{p}_{ref}(\psi_i) + \underline{p}_s(\psi_i) \quad (4.2)$$

Auf Basis dessen wird der Streugrad aus der in Abbildung 10 angedeuteten Schalldruckverteilung bei $N_\psi = 72$ diskreten Winkeln ψ_i mit Gl. (4.3) berechnet. Der Bezug auf die Schalldruckverteilung der ebenen Referenzprobe kompensiert dabei die Einflüsse der Streuung an den Kanten der endlichen Probe. [Mommertz 2000] Der so errechnete Wert wird auch als Korrelationsstreugrad bezeichnet, da er den Unterschied zwischen der Schalldruckverteilung bei Reflexion am Testobjekt und einer planaren Referenzfläche misst. Er ist nicht notwendigerweise identisch mit dem Streugrad für diffusen Schalleinfall, wie er im Allgemeinen in Abschnitt 2.3.4 definiert wurde. [Cox, D'Antonio 2017].

$$s(\psi) = 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_\psi} \underline{p}_1(\psi_i) \cdot \underline{p}_{\text{ref}}(\psi_i)^* \right|^2}{\sum_{i=1}^{N_\psi} \left| \underline{p}_1(\psi_i) \right|^2 \cdot \sum_{i=1}^{N_\psi} \left| \underline{p}_{\text{ref}}(\psi_i) \right|^2} \quad (4.3)$$

Der Wert für den allseitigen Schalleinfall wird in vorliegender Arbeit durch arithmetische Mittelung des Korrelationsstreugrades $s(\psi)$ über acht Einfallswinkel errechnet. In der Literatur wird alternativ auch die Verwendung von Paris' Formel empfohlen [Kuttruff 2017; Cox, D'Antonio 2017]. Abbildung 10 zeigt den gewonnenen Streugrad einer Wandstruktur exemplarisch. Alle weiteren berechneten und für die geometrische Schallfeldsimulation arithmetisch in Terzbändern gemittelten Streugrade sind dem Abschnitt A.4 des Anhangs zu entnehmen.

Alle weiteren Flächen wurden als eben angenommen. Bei realen Baumaterialien ist jedoch auch dabei eine geringe Streuung beispielsweise durch Unebenheiten oder Spalten in mehrteiligen Bauteilen sowie durch oberflächen- oder materialbedingte Rauigkeiten zu erwarten. Zusätzlich gehen Oberflächenstrukturen bei der Simplifizierung der Geometrie im Rahmen der Modellierung verloren. Aus diesen Gründen wurde allen Flächen ohne dedizierte Definition des Streugrades ein über der Frequenz konstanter Wert von $s = 0,1$ zugewiesen, wie in [Ahnert, Feistel 2023] mit Verweis auf [Vorlaender, Feistel 2022] vorgeschlagen wird.

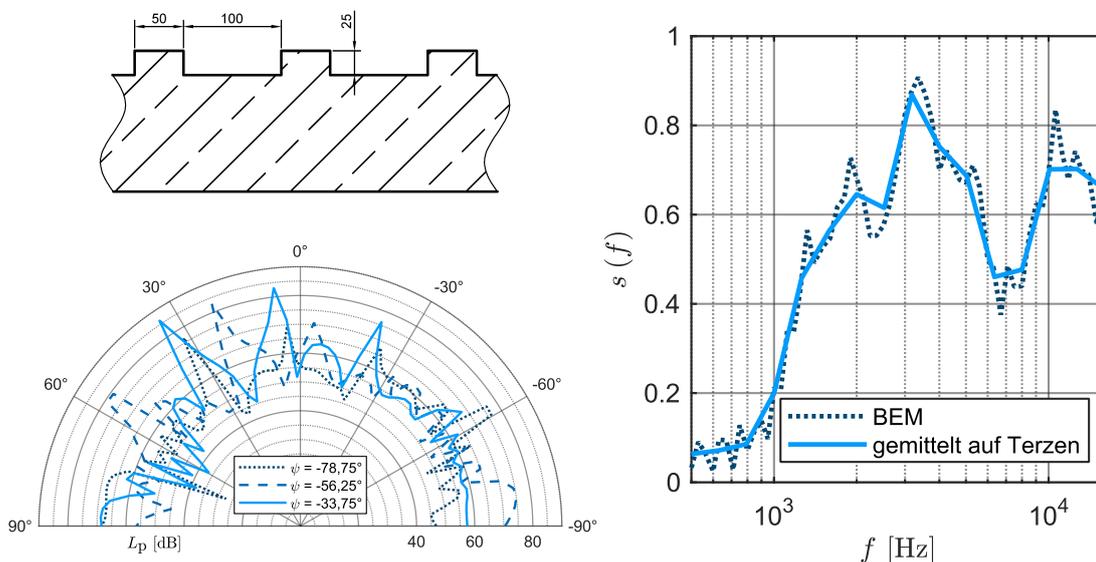


Abbildung 10: strukturierte Sichtbetonwand im Raum VR A (links oben, Maße in [mm]), Polardiagramm des simulierter Schalldruckpegels der Reflexion für $f = 5$ kHz (links unten) und berechneter Korrelationsstreugrad (rechts)

4.2.5 Rekonstruktion der Impulsantwort aus dem Reflektogramm

Der in vorliegender Arbeit eingesetzte *CEASAR*-Algorithmus (*Aura 4*) verwendet die Strahlenverfolgung in Kombination mit der Spiegelquellenmethode [Vorländer 2020; AFMG Ahnert Feistel Media Group o. J.]. Das Ergebnis entspricht dem der Strahlenverfolgung und besteht in einem Reflektogramm je Terzband im Bereich $100 \text{ Hz} \leq f_m \leq 10 \text{ kHz}$. Für jeden Strahl wird neben dem Terzpegelspektrum die Einfallsrichtung in Azimut- und Elevationswinkel sowie der Zeitpunkt des Eintreffens tabellarisch in einer *ASCII*-Datei ausgegeben. Das zur Approximation der RIA umgesetzte Verfahren orientiert sich an der Beschreibung in [Everest, Pohlmann 2022, S. 580 f.].

4.2.5.1 Gewichtung einfallender Schallstrahlen

Jedes Terzpegelspektrum wird mittels kubischer Spline-Interpolation auf ein äquidistantes Frequenzraster mit einer Auflösung von 10 Hz inter- und extrapoliert. So werden N Schalldruckspektren $p_{\text{interp}_n}(\omega)$ erzeugt. Der Schalldruck wird frequenz- und einfallswinkelabhängig mit dem Richtungsfaktor des Detektors bzw. des Mikrofons gewichtet. Die Änderung des Immissionspegels in Abhängigkeit von der Einfallsrichtung veranschaulicht Abbildung 11. Es resultiert ein Betragsspektrum des Schalldruckes für jeden eintreffenden „Schallstrahl“. Das zugehörige Phasenspektrum wird unter Annahme eines minimalphasigen Systems gemäß nachfolgender Erläuterung approximiert.

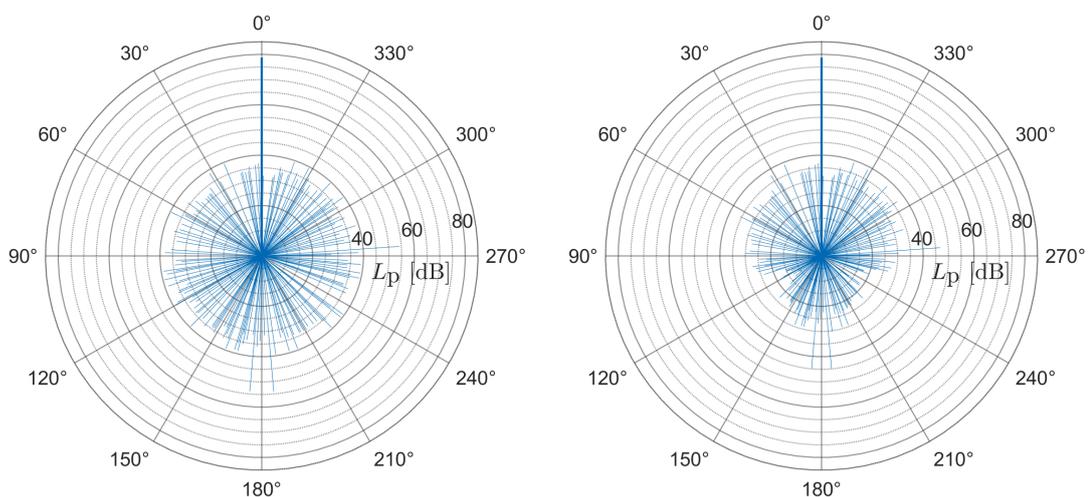


Abbildung 11: Schalldruckpegel der ersten 200 Strahlen für einen Detektor mit Kugel- (links) und mit Hypernierencharakteristik (rechts) (VR A, ME 36 3)

4.2.5.2 Approximation des Phasenganges

Sowohl zur hier erläuterten Rekonstruktion der Impulsantwort aus dem Reflektogramm als auch zur Approximation des komplexen Reflexionsfaktors aus dem Absorptionsgrad ist das vollständige, komplexe Spektrum aus einem gegebenen Betragsspektrum zu approximieren. Dafür wird von einem minimalphasigen System ausgegangen.

Real- und Imaginärteil der Übertragungsfunktion eines kausalen Systems stehen gemäß der Hilbert-Transformation in Beziehung [Girod, Rabenstein, Stenger 2003]. Jedoch besteht keine ein-eindeutige Beziehung zwischen Betrags- und Phasenspektrum einer Übertragung. [Oppenheim, Schaffer 1998] Damit handelt es sich bei dem hier beschriebenen Verfahren um eine Approximation. Das Vorgehen orientiert sich an einem minimalphasigen Filter nach [Pei, Lin 2006]. Als minimalphasig werden kausale und stabile LTI-Systeme bezeichnet, deren Übertragungsfunktionen in der z-Domäne, dem Bildbereich der z-Transformation [vgl. z.B.: Werner 2019, S. 152 ff.; Koch, Stämpfle 2018, S. 676–683], Pol- und Nullstellen ausschließlich innerhalb des Einheitskreises aufweisen. Aus der Menge derjenigen Systeme mit dem identischen Betragsspektrum sind dies diejenigen mit der geringsten Phasenverzögerung und Gruppenlaufzeit. [Oppenheim, Schaffer 1998]

Zur Berechnung der Übertragungsfunktion eines als minimalphasig angenommenen Systems wird das reale Cepstrum $ceps(n)$ gemäß Gl. (4.4) verwendet. Identische Betragsspektren führen zu identischen realen Cepstren. [Pei, Lin 2006]

$$ceps(n) = \mathcal{F}^{-1}\{\ln(|\underline{H}_{\text{original}}(j\omega)|)\} \quad (4.4)$$

Wird minimale Phasenverzögerung des Systems vorausgesetzt, ist das Cepstrum kausal [Oppenheim, Schaffer 1998]. Um diese Kausalität zu gewährleisten, wird das Cepstrum mit einer Wichtungsfunktion multipliziert. [Pei, Lin 2006] Die Übertragungsfunktion des minimalphasigen Systems $\underline{H}_{\text{min}}$ ergibt sich daraus mit Gl. (4.6).

$$ceps_{\text{kausal}}(n) = \begin{cases} 2 \cdot ceps(n) & n > 0 \\ ceps(n) & n = 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\underline{H}_{\text{min}}(j\omega) = e^{\mathcal{F}\{ceps_{\text{kausal}}(n)\}} \quad (4.6)$$

Der Betrag $\underline{H}_{\text{original}}$ ist mit dem von $\underline{H}_{\text{min}}$ identisch. Der Phasengang der so rekonstruierten komplexen Übertragungsfunktion $\underline{H}_{\text{min}}$ deckt sich mit der direkten Berechnung des Phasenganges gemäß Gleichung (4.7) in Anlehnung an [Mateljan 1989]. Zur Rekonstruktion des komplexen Spektrums wird schließlich das gegebene Betragsspektrum mit dem Phasenwinkel des äquivalenten minimalphasigen Spektrums ergänzt.

$$\arg(\underline{H}_{\min}(j\omega)) = j \cdot \mathcal{F} \left(\text{sgn}(t) \cdot \mathcal{F}^{-1}(\ln|\underline{H}_{\text{original}}(j\omega)|) \right) \quad (4.7)$$

$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

4.2.5.3 Assemblieren zu einem Immissionsspektrum

Auf Basis der zuvor beschriebenen Schritte wird das rekonstruierte Schalldruckspektrum der n -ten am Immissionsort aus den Winkeln β_n und θ_n eintreffenden Komponente mit Gl. (4.9) berechnet. Es folgt die Transformation der Spektren in den Zeitbereich, wo die entsprechend ihres Immissionszeitpunktes angeordneten Schalldruckpulse in Anlehnung an Gl. (2.32) summiert werden. Ab einer Gesamtlänge der Schalldruckimpulsantwort $p_{GA}(t)$ von 2 s erfolgt dieser Prozess iterativ. Dies senkt den momentanen Speicherbedarf für Räume mit hoher Nachhallzeit.

$$\underline{p}_n(\omega) = \left| \underline{p}_{\text{interp } n}(\omega, \beta_n, \theta_n) \right| \cdot \left| \underline{H}'_M(\omega, \beta_n, \theta_n) \right| \cdot e^{j \arg\{\underline{p}_{\text{rekon } n}(j\omega, \beta_n, \theta_n) \cdot \underline{H}'_M(\omega, \beta_n, \theta_n)\}} \quad (4.9)$$

$$p_{GA}(t) = \sum_{n=1}^N p_n(t - t_n) \quad (4.10)$$

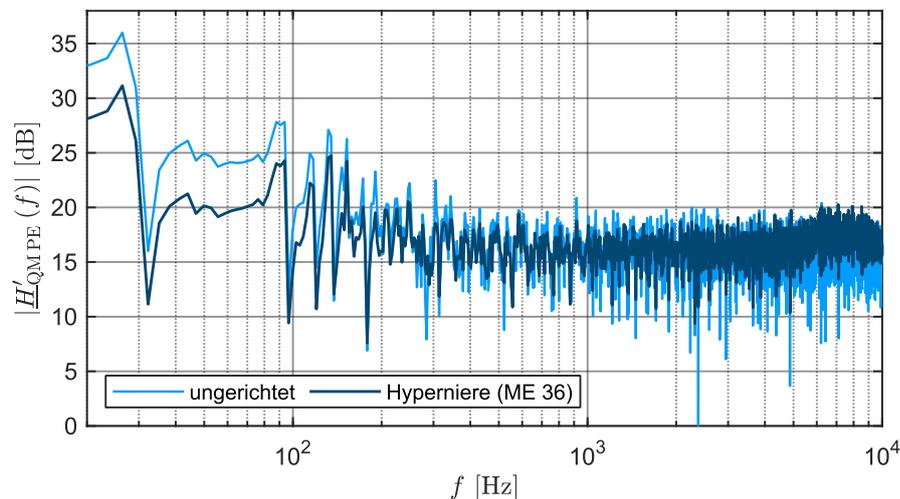


Abbildung 12: Betrag der simulierten Raumübertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Mikrofon für einen gerichteten und einen ungerichteten Detektor (BR D, ME36 3)

Abschließend wird die gewonnene Schalldruckimpulsantwort $p_{GA}(t)$ im Zeitbereich auf die prädeterminierte Abtastrate interpoliert. Die Fouriertransformation und die

Normalisierung auf den Kennschalldruck der Quelle führen schließlich zur im Modell benötigten Raumübertragungsfunktion. Abbildung 12 zeigt Beispiele der so berechneten RÜF vergleichend für ein ungerichtetes Mikrofon sowie eines mit Hypernierencharakteristik.

4.3 FEM Simulation

Zur wellenakustischen Simulation kam die Software *COMSOL 6.1* zum Einsatz. Der Import der jeweiligen Raumgeometrie erfolgte hier über das *.stl*-Austauschformat. Die Randbedingungen wurden mithilfe unterschiedlicher Methoden bestimmt, wie Abschnitt 4.3.2 darlegt. Zunächst werden jedoch die approximative Abbildung des Lautsprechers als ideale Monopolquelle und die der Mikrofone als frequenzabhängig empfindliche Druckempfänger thematisiert.

4.3.1 Quell- und Empfängercharakteristik

In der wellenakustischen Simulation wird der Lautsprecher durch eine ideale Monopolquelle angenähert. Auf Basis der geringen Bündelungsmaße der gewählten Lautsprecher, wie sie Abbildung 13 zeigt, ist eine solche Approximation für $f < 300$ Hz als ausreichend genau zu bewerten.

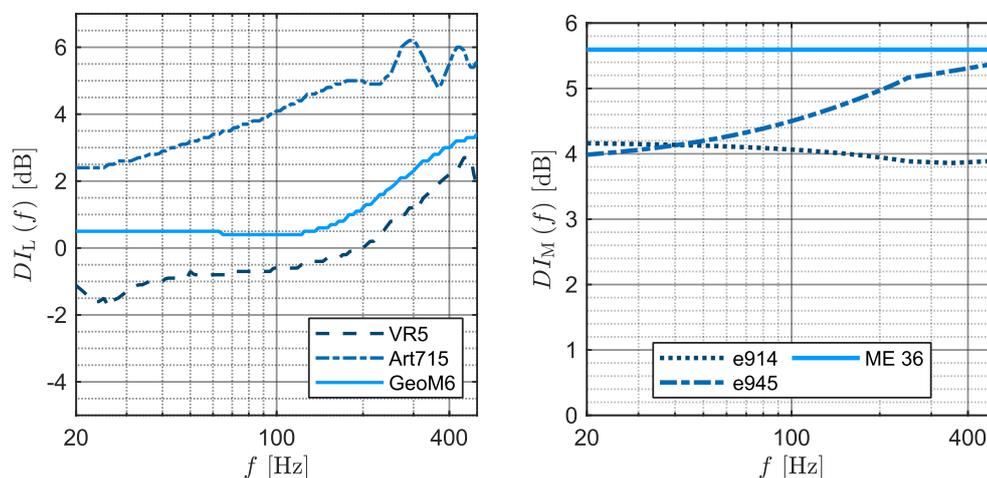


Abbildung 13: zu niedrigen Frequenzen extrapolierte Bündelungsmaße ausgewählter Lautsprecher (links) und Mikrofone (rechts)

Die Abstrahlung des Lautsprechers wird durch die Schalleistung $P_L(\omega)$ wiedergegeben. Die Schalleistung der äquivalenten Monopolquelle ergibt sich unter Verwendung des frequenzabhängigen Kennschalldruckes über die Definition des Bündelungsgrades mit Gleichung (4.11). Es wurden die Herstellerangaben aus der *GLL*-Datei verwendet. Die

Frequenzauflösung von Schalldruckspektrum und Bündelungsrad wurde zuvor von den gegebenen 1/24-Oktavschritten durch kubische Spline-Interpolation auf $\Delta f = 1$ Hz- erhöht. Abbildung 14 zeigt exemplarisch den der Simulation zugrunde gelegten Schalleistungspegel und Phasengang eines Lautsprechers.

$$P_L(\omega) = \frac{\tilde{p}_{\text{kenn GLL}}^2(\omega) \cdot 4\pi \text{ m}^2}{Z_0 \cdot \gamma_L(\omega)} \quad (4.11)$$

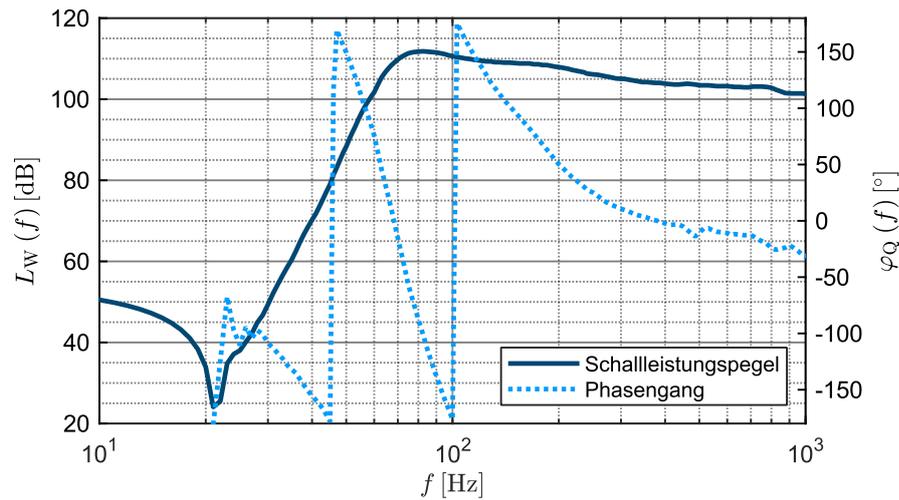


Abbildung 14: Schalleistungspegel und Phasengang des Lautsprechers VR5

Die zu lösende Wellengleichung in der Helmholtz'schen Form wird entsprechend um den Quellterm der Monopolquelle als Störfunktion erweitert und damit inhomogen. Die Monopolquelle sendet Schallwellen durch die Volumenänderung aus und wird folglich auch als „atmende Kugel“ beschrieben. Die quellbeschreibende Größe, mit welcher sich der am jeweiligen Ort erzeugte Schalldruck ergibt, ist der Schallfluss q . Über die in Abschnitt 2.2.3 thematisierte Kugelwellenimpedanz und unter Annahme eines kleinen Quellradius gegenüber der Wellenlänge, kann die akustische Leistung P direkt zur Definition des Schallflusses verwendet werden. Es gilt der Zusammenhang (4.12), womit die Schalleistung direkt in den Störterm der Wellengleichung eingeht. [Möser 2015; COMSOL AB 2018]

$$\frac{j\omega \cdot \rho_0 \cdot |q|}{4\pi} e^{j\varphi_Q} = \sqrt{\frac{\rho_0 c_0 \cdot P_Q}{2\pi}} \cdot e^{j\varphi_Q} \quad (4.12)$$

Obschon die in Abbildung 13 dargestellten Bündelungsmaße diese Approximation zunächst in Frage stellen, wurden die Mikrofone innerhalb der FEM ebenfalls als ungerichtet aufgefasst. Aufgrund der im Vergleich zu den Abmessungen der Wandler sehr großen

Wellenlängen ist eine stärkere Abnahme der Bündelung, als sie die Extrapolation der Herstellerangaben angezeigt wird erwartbar [Bernstein 2019].

Die Übertragungsfunktion des Mikrofons ist nicht nur hinsichtlich des Nutzsignales, sondern ebenfalls bezüglich der Rückwirkung des Lautsprechers relevant. Dies macht ihre Abbildung im wellenakustisch simulierten Immissionsspektrum erforderlich. Hierzu ist dem als LTI-System approximierten Mikrofon eine vom Schalleinfallswinkel unabhängige Übertragungsfunktion zuzuweisen.

Aufgrund des geringen Abstandes zwischen Quelle und Mikrofon wird die Übertragungsfunktion durch den Direktschall dominiert. Dennoch treffen von den Grenzflächen, wie beispielsweise dem Boden, Reflexionen am Mikrofon ein, welche die Übertragung beeinflussen. Zur Berücksichtigung der richtungsabhängigen Empfindlichkeit im Frequenzgang wurde der Diffusfeldfrequenzgang des jeweiligen Mikrofons verwendet. Dieser wird gemäß [Schulein 1976] mit der *Random Energy Efficiency* aus der gegebenen Freifeldübertragungsfunktion berechnet. Die *Random Energy Efficiency* beschreibt die energetische Differenz zwischen Freifeld- und Diffusfeldübertragungsfunktion. Unter Annahme einer um die Längsachse des Mikrofons rotationssymmetrischen Richtcharakteristik ist der Betrag der Diffusfeldübertragungsfunktion mit (4.13) gegeben [Schulein 1976].

$$|\underline{H}_{\text{M diff}}(\omega)| = |\underline{H}_{\text{M}}(\omega)| \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} |\Gamma_{\text{M}}(\beta, \omega)|^2 \cdot \sin(\beta) d\beta} \quad (4.13)$$

Eine Normalisierung auf den Wert bei $f = 1$ kHz kompensiert die absolute Differenz zwischen Frei- und Diffusfeldempfindlichkeit der Mikrofone in dieser Abbildung. Damit geht ausschließlich der geringfügig von der Freifeldübertragungsfunktion abweichende, relative Betrag der Diffusfeldübertragungsfunktion in das Modell ein. Der Phasenverlauf verbleibt unbekannt und wurde mit konstant $\varphi(\omega) = 0$ angenommen, sodass analog zur GA ausschließlich der Betrag der Übertragungsfunktion berücksichtigt wird.

4.3.2 Wandimpedanz und Absorptionsgrad

Die wellenakustische Simulation erfordert eine deutlich detaillierte Beschreibung der Raumbegrenzungsflächen als die GA. Es bestehen unterschiedliche Verfahren um die benötigte Wandimpedanz zu ermitteln oder mindestens zu approximieren:

- 1) Abschätzung auf Basis vorliegender Absorptionsgrade
- 2) Abschätzung auf Basis eines Absorbermodelles
- 3) Messung im Impedanzrohr

Die Aufzählung spiegelt die erwartete aufsteigende Genauigkeit der Methoden wider.

4.3.2.1 Abschätzung auf Basis vorliegender Absorptionsgrade

Aus den vorliegenden Tabellenwerten des Absorptionsgrades kann der Betrag der Wandimpedanz rechnerisch geschätzt werden [Vorländer 2020; Kroher 2011]. Die Basis hierfür bildet der Zusammenhang zwischen Absorptionsgrad und Reflexionsfaktor sowie zwischen Reflexionsfaktor und Wandimpedanz (Gl. (2.28)). Diese Methode eignet sich für Strukturen, deren exakter Aufbau unbekannt ist und darob nicht mit einer detaillierten Modellierung abgebildet werden kann. Die Verwendung derselben Datengrundlage zur Definition der Randbedingungen verbindet die geometrische und wellenakustische Schallfeldsimulation. Häufig ist jedoch ausschließlich der Absorptionsgrad für diffusen Schalleinfall aus der Hallraummessung bekannt. Dadurch entsteht ein systematischer Fehler in der Schätzung der Wandimpedanz.

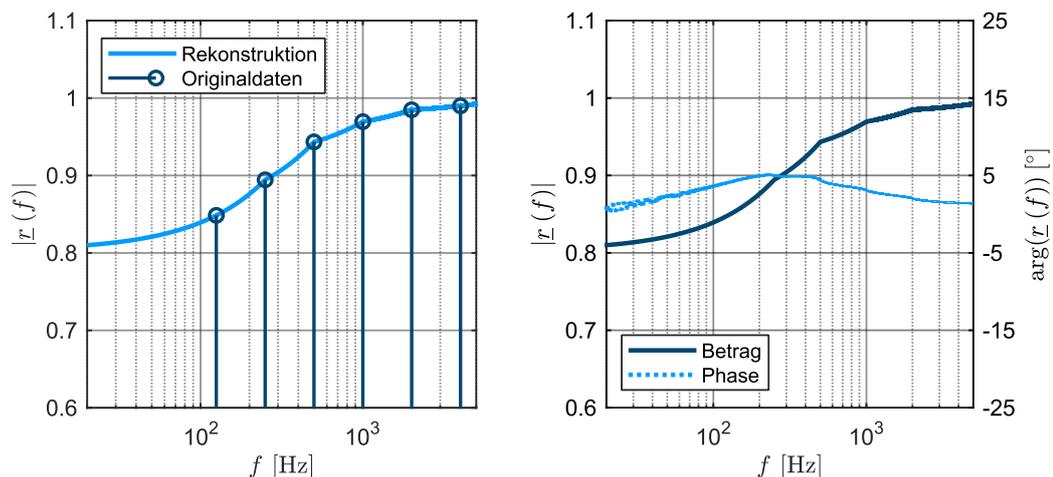


Abbildung 15: Rekonstruktion des komplexen Reflexionsfaktors durch Interpolation (links) und Schätzung des Phasenganges durch Annahme eines minimalphasigen Systems (rechts) am Beispiel des Absorptionsgrades für Fenster aus [Norm DIN 18041]

Der mit Gleichung (2.30) berechnete Betrag des Reflexionsfaktors wird linear auf eine Frequenzauflösung von 1 Hz im Intervall $10 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$ inter- bzw. extrapoliert. Es folgt die Schätzung des Phasenganges aus diesem Betragsspektrum unter Annahme eines minimalphasigen Systems gemäß der Beschreibung unter Punkt 4.2.5.2. Abbildung 15 illustriert die Ergebnisse dieser beiden Schritte exemplarisch.

Die Wandimpedanz errechnet sich schließlich mit Gleichung (2.28) aus dem komplexen Reflexionsfaktor. Ein Beispiel für Real- und Imaginärteil der so geschätzten Wandimpedanz wird in Abbildung 16 dargestellt.

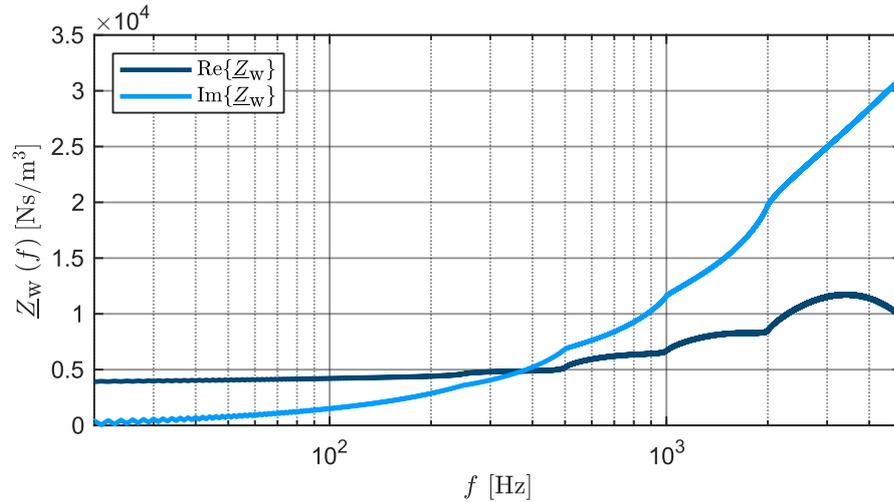


Abbildung 16: Aus dem Absorptionsgrad approximierte Wandimpedanz für ein Fenster

4.3.2.2 Absorbermodell

Eine höhere, physikalisch orientierte Approximationsgenauigkeit der realen Wandimpedanz wird von bestehenden Absorbermodellen erwartet. Neben der Wandimpedanz zur Verwendung in der FEM dienen diese ebenfalls der Berechnung des Absorptionsgrades für Wandaufbauten bzw. Absorber, zu denen keine Katalogdaten vorliegen. Ein Beispiel hierfür bilden die Wände des Bühnenhauses der beiden Veranstaltungsräume, welche von Vorhängen verdeckt werden.

Als Grundlage der Umsetzung diene die in der Literatur gegebene, verallgemeinerte Formulierung der Wandimpedanz eines mehrschichtigen Absorbers aus jeweils homogenen Medien [vgl. Brekhovskikh, Godin 1990; Cox, D'Antonio 2017]. Einschränkend wurde von einer Konstruktion aus N Schichten vor einem ideal schallharten Abschluss ausgegangen. Für die Wandimpedanz der schallharten Wand gilt $Z_{w(N+1)} \rightarrow \infty$. Damit ist die Wandimpedanz der N -ten Schicht mit Gl. (4.14) gegeben [Hübelt, Schmid 2006].

$$\underline{Z}_{wN}(\psi_{N-1}) = -j\underline{Z}_{AN} \cot \left(\underline{k}_{N-1} \cdot d_N \cdot \sqrt{\left(\frac{k_N}{k_{N-1}}\right)^2 - \sin^2(\psi_{N-1})} \right) \quad (4.14)$$

Für alle davor liegenden Schichten $n < N$ gilt Gleichung (4.15) [Brekhovskikh, Godin 1990; Hübelt, Schmid 2006]. Damit wird die Wandimpedanz der n -ten Schicht in Abhängigkeit des Einfallswinkels des eintreffenden Schalles ψ_{n-1} ausgedrückt.

$$\begin{aligned}
& \underline{Z}_{Wn}(\psi_{n-1}) \\
& = \underline{Z}_{An} \\
& \frac{\underline{Z}_{Wn+1} \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_{n-1}}\right)^2 - \sin^2(\psi_{n-1})} + j \frac{k_n}{k_{n-1}} \underline{Z}_{An} \cdot \tan\left(\frac{k_{n-1}}{k_n} \cdot d_n \cdot \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_{n-1}}\right)^2 - \sin^2(\psi_{n-1})}\right)}{\frac{k_n}{k_{n-1}} \underline{Z}_{An} + j \underline{Z}_{Wn+1} \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_{n-1}}\right)^2 - \sin^2(\psi_{n-1})} \cdot \tan\left(\frac{k_{n-1}}{k_n} \cdot d_n \cdot \sqrt{\left(\frac{k_n}{k_{n-1}}\right)^2 - \sin^2(\psi_{n-1})}\right)} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

\underline{Z}_A ist die innere Impedanz des jeweiligen Mediums, k die komplexe Wellenzahl und d die Schichtdicke. Das Verhältnis der Wellenzahl der n -ten Schicht zu derjenigen der $(n-1)$ -ten ergibt den Brechungsindex. Unter Verwendung eines gegebenen Einfallswinkels berechnet sich der Ausbreitungswinkel ψ je Schicht gemäß Gl. (4.16) [Brekhovskikh, Godin 1990]. Die gesamte Wandimpedanz errechnet sich anschließend sukzessive ausgehend von der letzten Schicht vor dem schallharten Abschluss [Cox, D'Antonio 2017]. Dies wurde in einem eigens erstellten *MATLAB*-Skript zur Berechnung umgesetzt. Aus der Wandimpedanz an der obersten Schicht wurden Reflexionsfaktor und schließlich Absorptionsgrad mit den Gleichungen (2.28) und (2.30) berechnet.

$$\frac{\sin(\psi_n)}{\sin(\psi_{n+1})} = \frac{k_{n+1}}{k_n} \quad (4.16)$$

Innere Impedanz und komplexe Wellenzahl müssen dieser Rechnung als Eingabeparameter zugeführt und darob gesondert ermittelt werden. Für poröse Absorber, wie Schaumstoff, Mineralwolle oder Vorhänge wurde im Rahmen vorliegender Arbeit das empirisch gewonnene Delany-Bazley-Absorbermodell [Delany M. E., Bazley 1970] verwendet. Dieses wird beispielsweise auch in [Cox, D'Antonio 2017, S. 197 f.] dargelegt. Damit müssen ausschließlich der häufig vom Hersteller benannte längenbezogene Strömungswiderstand σ sowie die Dicke des porösen Absorbers bekannt sein.

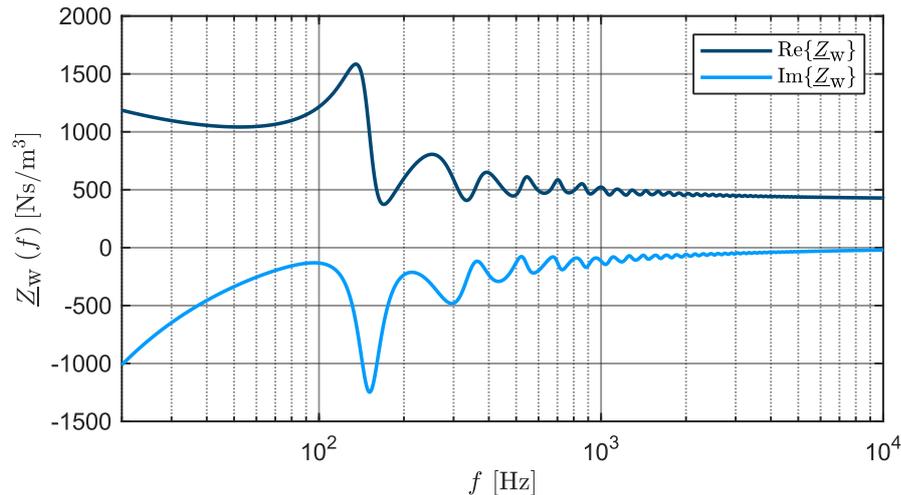


Abbildung 17: Mit dem Absorbermodell berechnete Wandimpedanz eines Vorhangs Typ Lea im Abstand von 94 cm vor einer schallharten Wand

Im Falle der Vorhänge wurde zur Abbildung des Faltenwurfes eine Schichtdicke von 20 cm geschätzt. Der Strömungswiderstand des Vorhangstoffes vom Typ Dimout wurde mit $\sigma \cdot m = 1,46 \frac{\text{kPa s}}{\text{m}}$, der des Typs Lea mit $\sigma \cdot m = 1,136 \frac{\text{kPa s}}{\text{m}}$ angenommen. Abbildung 17 zeigt die berechnete Wandimpedanz, Abbildung 18 den Absorptionsgrad für einen der Vorhänge exemplarisch. Die Eingabedaten für die geometrische Simulation, wie sie in Tabellen unter Punkt A.2 im Anhang aufgelistet werden, lieferte die arithmetische Mittelung des Absorptionsgrades innerhalb jedes Terzbandes.

Es ist möglich, den Absorptionsgrad bei diffusem Schalleinfall α_{diff} mit Gl. (4.17) (auch: Paris' Formel) aus dem Datensatz des winkelabhängigen Absorptionsgrades $\alpha(\psi)$ zu approximieren. Das Ergebnis entspricht im Kurvenverlauf dem Absorptionsgrad bei einem Schalleinfallswinkel von $\psi \approx 56^\circ$, wie Abbildung 18 exemplarisch zeigt. Die so berechneten Werte unterscheiden sich jedoch weiterhin zu den Messergebnissen aus dem Hallraum. [Cox, D'Antonio 2017] Für die geometrische Simulation wird im Rahmen vorliegender Arbeit der Absorptionsgrad bei senkrechtem Schalleinfall verwendet.

$$\alpha_{\text{diff}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha(\psi) \cdot \sin(2\psi) d\psi \quad (4.17)$$

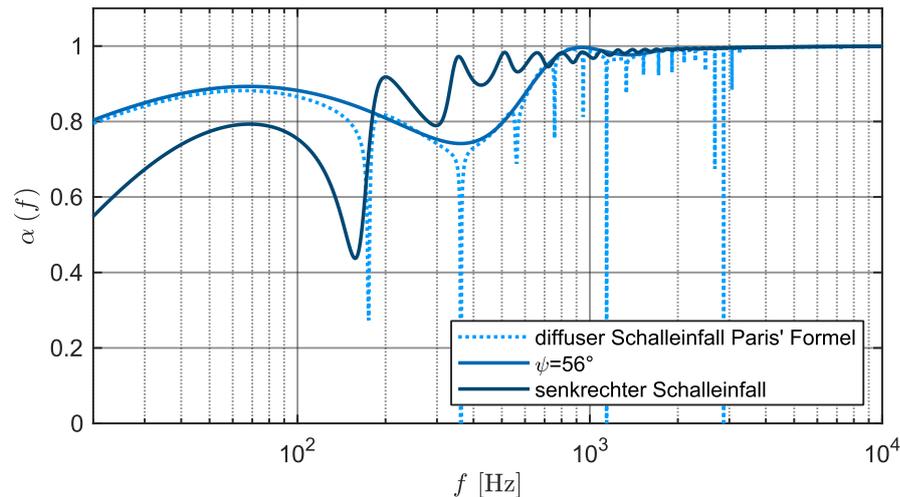


Abbildung 18: Mit dem Absorbermodell berechneter Absorptionsgrad eines Vorhangs Typ Lea im Abstand von 94 cm vor einer schallharten Wand

4.3.2.3 Impedanzrohr

Die Holzverkleidung der Wände im Raum *VR B* wurde im Kundt'schen Rohr untersucht. Um auch zukünftig gemessene Wandimpedanzen in der Simulation einsetzen zu können, wurde ein Impedanzrohr gemäß den Vorgaben in [Norm DIN EN ISO 10534-2] aufgebaut und der komplexe Reflexionsfaktor über das genormte Verfahren bestimmt.

Der Schalldruck wurde dabei simultan an drei Positionen unter Anregung mit einem weißen Rauschen gemessen. Die Auswertung der Übertragungsfunktionen erfolgte nach der in [Norm DIN EN ISO 10534-2] festgelegten Methode, dem Wellentrenungsverfahren. Die Übertragungsfunktionen zwischen den Mikrofonen und subsequent der komplexe Reflexionsfaktor wurden der normativen Vorgabe entsprechend berechnet. Das Vorgehen inkl. des Messaufbaus wird im Abschnitt A.6 des Anhangs detailliert beschrieben. Die Messgeräte sind dem Abschnitt A.9 des Anhangs zu entnehmen.

Der Innendurchmesser des Rohres von 102 mm begrenzt den Analysefrequenzbereich auf $f \leq 1,6$ kHz. Die gewählten Mikrofonabstände ermöglichen die Unterteilung in zwei Frequenzabschnitte, welche jeweils durch einen Mikrofonpaar analysiert werden. Die in den Frequenzbändern gemessenen komplexen Reflexionsfaktoren werden bei einer Grenzfrequenz von 170 Hz aneinandergesetzt.

Abbildung 19 zeigt die Messergebnisse der komplexen Wandimpedanz exemplarisch für eine in der Wandverkleidung des Raumes *VR B* verwendeten Systemplatte. In diesem Beispiel wird ein Hohlraum zwischen schallhartem Mauerwerk und der Verkleidungssystem von 100 mm ausgegangen, welcher vollständig mit Mineralwolle (hier: Steinwolle Rockwool Klimarock) gefüllt ist.

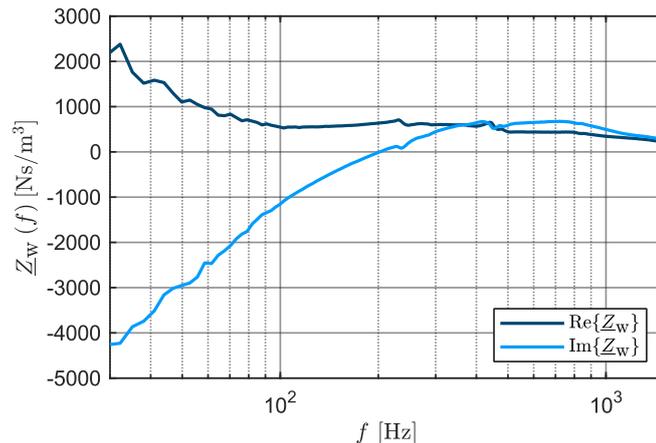


Abbildung 19: Probe einer Systemplatte aus Holzwerkstoff (links) sowie die dafür bestimmte Wandimpedanz mit 100mm Wandabstand inkl. Steinwollfüllung (rechts)

4.3.3 Diskretisieren der Domäne und Rechenzeit

Während der Rechenaufwand für die geometrische Schallfeldsimulation auf aktuellem Stand der Technik praktisch irrelevant ist [Vorländer 2010], bedarf die FEM für große Modelle erheblicher Ressourcen. Wenngleich die Ökonomie im Hinblick auf die Rechen-dauer nicht vollständig vernachlässigbar ist, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Maxi-mierung des durch die FEM-Simulation abgebildeten Frequenzbereiches angestrebt. Dies diente vorwiegend der Genauigkeitssteigerung im Hinblick auf Beugungseffekte und Eigenschwingungen.

Die untere Grenzfrequenz des Geltungsbereiches geometrischer Schallfeldsimulation ist mit der Schröder-Frequenz gegeben. Praktisch ist jedoch von einem Grenzbereich aus-zugehen, welcher beispielsweise mit $f_{\text{Schröder}} \leq f \leq 4 \cdot f_{\text{Schröder}}$ angegeben wird [Eve-rest, Pohlmann 2022]. In Verbindung mit der Gültigkeit in Abschnitt 4.3.1 benannter Approximationen bildet dies die Basis zur Bestimmung der oberen Grenzfrequenzen f_g für die FEM. Bei Einsatz des direkten Löser ist auch der verfügbare Arbeitsspeicher und damit die maximale Anzahl der Freiheitsgrade N_{DOF} zu berücksichtigen. Die gewähl-ten Trennfrequenzen sind Tabelle 5 zu entnehmen. Die Begrenzung auf diesen Fre-quenzbereich trägt der Annahme ungerichteter Schallquellen und Mikrofone Rechnung. Weiterhin stellt der Raum BRD so den hinsichtlich der Rechenzeit günstigsten; hinsicht-lich der erwarteten Simulationsgenauigkeit jedoch den ungünstigsten Fall dar.

Die Vernetzung der Luftvolumina innerhalb der Räume erfolgte automatisiert mit dem in *COMSOL* integrierten Verfahren. Hierzu wurde der Herstellerempfehlung folgend eine maximale Elementabmessung von $\lambda_{\text{min}}/5$ [COMSOL AB 2018] verwendet. Tabelle 5 führt die aus der maximalen Analysefrequenz $f_{\text{max FEM}}$ abgeleiteten Elementabmessun-gen sowie die resultierende Anzahl der Freiheitsgrade für die vier Raummodelle auf. Um

die einzelnen Raummoden möglichst exakt in den Übertragungsfunktionen abzubilden, wurde generell eine Frequenzauflösung von 2 Hz gewählt.

Tabelle 5: Grenzfrequenzen und resultierende Anzahl der Freiheitsgrade sowie Rechendauer für die COMSOL Modelle

Raum	$f_{\text{Schroeder}}$ [Hz]	f_g [Hz]	$f_{\text{max FEM}}$ [Hz]	$\lambda_{\text{min}}/5$ [m]	N_{DOF}	$\overline{t_{\text{calc}}}$ [h]
VR A	51	150	300	0,229	3357186	10,76
VR B	49	150	300	0,229	2374018	3,5
SR C	108	220	440	0,156	3013758	9,9
BR D	197	250	550	0,125	922895	2,57

Die Berechnungen im Rahmen vorliegender Arbeit erfolgten unter Verwendung eines modernen Workstation Computers². Es wurde sowohl der Einsatz des direkten als auch der eines iterativen Löser getestet. Zur iterativen Lösung des linearen Gleichungssystems aus der Helmholtz-Gleichung wurde der iterative Löser *GMRES (Generalized Minimum Residual)* eingesetzt. Dieser bedarf zur Maximierung der Recheneffizienz einer Vorkonditionierung. Bei der hier angewendeten sog. *Complex Shifted Laplacian* Vorkonditionierung wird die Wellenzahl in der Helmholtz-Gleichung um einen imaginären Anteil $j\zeta$ ergänzt, sodass die Lösung der vorkonditionierten Helmholtz-Gleichung in gedämpften Schwingungen besteht. [COMSOL AB 2022]

$$\Delta \underline{p} + (k^2 + j\zeta) \cdot \underline{p} = 0 \quad (4.18)$$

Es bestehen Unterschiede zwischen den Simulationsergebnissen der beiden Lösungsverfahren. Die Abbildung 20 zeigt exemplarisch Real- und Imaginärteil des simulierten Immissionsschalldruckes. Die Abbildungen 59 bis 63 im Anhang A.7 zeigen den zugehörigen Schalldruckpegel sowie gleiches für zwei weitere Messpunkte. Während der qualitative Kurverlauf in jedem der Fälle übereinstimmt, unterscheiden sich die absoluten Extremwerte. Tendenziell sind die Spitzenwerte der vorkonditionierten, iterativen Lösung geringer als die der direkt berechneten. Dies ist einerseits mit der in der Vorkonditionierung eingefügten Dämpfung, andererseits mit der Lösungsapproximation endlicher Genauigkeit des iterativen Lösungsalgorithmus zu begründen.

² Prozessor: Intel Xeon Gold 6128; 3,4 GHz; 6 Kerne
Arbeitsspeicher: 64 GB

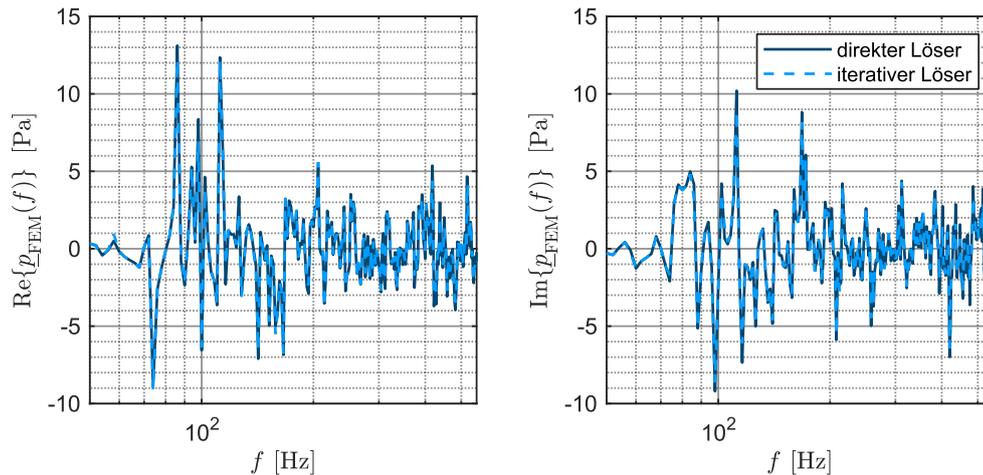


Abbildung 20: Mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionschalldruck (BR D, VR5, e914 3, 12)

Im Angesicht der in Abschnitt 7.1.2 weiter thematisierten, sehr guten Annäherung der Messung durch die Computersimulation sowie mit Rücksichtnahme auf die approximationsbedingten Fehler der geometrischen Simulation besteht kein Grund zur Annahme einer systematischen Verzerrung der Simulationsergebnisse in Abhängigkeit des gewählten Löser.

In Bezug auf die benötigte Rechenzeit und den gleichzeitig benötigten Arbeitsspeicher übertrifft der verwendete iterative Löser die direkte Lösung deutlich. Für den Raum *BR D* benötigte der direkte Lösungsalgorithmus gesamtheitlich ca. $t_{\text{calc}} \approx 12,7$ h, der iterative hingegen $t_{\text{calc}} \approx 2,6$ h für die Lösung im genannten Frequenzbereich. Einem Speicherbedarf von werden dabei ca. 25 GB physikalischer Arbeitsspeicher direkten Lösung benötigt, während die iterative Lösung ca. 4,5 GB erfordert.

Die Größe der zu lösenden Matrixgleichung ist durch die Anzahl der Freiheitsgrade gegeben. Das Raumvolumen und die gewählte obere Grenzfrequenz bestimmen folglich über den Rechenaufwand. Weiterhin sind jedoch auch die Randbedingungen relevant. [Erlangga 2008] stellte eine schnellere Konvergenz zur korrekten Lösung bei Einsatz des *GMRES*-Löser für eine Domäne mit absorbierenden Rändern gegenüber einer deren Begrenzungen ausschließlich der Neumann-Randbedingung genügen, fest. Diese Beobachtung deckt sich mit der hier durchgeführten raumakustischen Simulation. Bei Belegung mehrerer Grenzflächen des Raumes *VR B* mit der Robin-Randbedingung fiel die erforderliche Berechnungszeit erheblich gegenüber der Betrachtung mit vollständig schallharten Flächen im Zuschauerraum. Bei konstanter Anzahl der Freiheitsgrade reduzierte sich die mittlere Rechendauer von 599 s auf 90 s je Frequenzschritt. Da die Vernetzung und damit die Anzahl der Freiheitsgrade bei Anpassung der Wandimpedanz unverändert bleibt, ist auch der Speicherplatzbedarf konstant. Zur Simulation des

Schallfeldes im Raum $VR B$ wurden durchschnittlich 9,6 GB des physikalischen Arbeitsspeichers benötigt.

Der praktischen Anwendung für vier raumakustische Modelle zur Folge, hängt die benötigte Rechenzeit vom Raumvolumen, der oberen Grenzfrequenz sowie der mittleren Nachhallzeit ab. Obschon von der geringen Anzahl der betrachteten Fälle nicht auf die Allgemeinheit generalisiert werden kann, deutet sich ein approximativ linearer Zusammenhang zwischen der Rechenzeit t_{calc} und $V \cdot f_{\text{g FEM}}^3 \cdot \bar{T}_{60}$ an.

4.4 Kombination der Immissionspektren

Das Ergebnis der wellenakustischen und der geometrischen Simulation besteht jeweils in einem Schalldruckspektrum für den Immissionsort. Die lineare Kombination der beiden Spektren erfolgte nach dem Vorbild aus [Aretz et al. 2009]. Die Autoren zeigen dort die Hoch- und Tiefpassfilterung als einfache, jedoch effektive Methode zur Kombination der simulierten Immissionspektren auf. Die Filterung mit Hoch- bzw. Tiefpassfilter erfolgte im Frequenzbereich durch Multiplikation mit der jeweiligen Übertragungsfunktion. Die Grenzfrequenz der Filter ist die in Tabelle 5 aufgeführte Trennfrequenz f_{g} .

$$\underline{p}_{\text{sim}}(\omega) = \underline{p}_{\text{GA}}(\omega) \cdot \underline{H}_{\text{HP}}(\omega) + \underline{p}_{\text{FEM}}(\omega) \cdot \underline{H}_{\text{TP}}(\omega) \quad (4.19)$$

Es wurden Butterworth-Filter sechster Ordnung eingesetzt. Die resultierende Flankensteilheit von 36 dB je Oktave erfordert, dass jedes Schalldruckspektrum mindestens eine Oktave über die Grenzfrequenz hinausreicht, sodass der Grenzbereich möglichst ohne den Einfluss eines abrupten Endes abgebildet wird. Aus dieser Forderung ergeben sich die in Tabelle 5 aufgeführten maximalen Analysefrequenzen $f_{\text{max FEM}}$.

Für die betrachteten Abstände wie z.B. $d_{\text{QM}} = 12 \text{ cm}$ befindet sich das Mikrofon nicht außerhalb des Hallabstandes und zusätzlich im Nahfeld der Originalquelle. Damit ist auch der theoretische Gültigkeitsbereich der geometrischen Simulation überschritten [Aretz et al. 2009]. Es muss folglich von systematisch fehlerbehafteten Ergebnissen für $f > f_{\text{g}}$ ausgegangen werden.

Da der Phasengang der Quelle in der GA vernachlässigt wird nicht nur von einem systematischen Fehler in der synthetischen RÜF, sondern auch von einer Differenz zur wellenakustischen Simulation auszugehen. Hieraus können Fehler im Bereich der Trennfrequenz infolge kon- und destruktiver Interferenz beider Spektren resultieren [Aretz et al. 2009]. Exakt dieser Fehler tritt im Falle der RÜF $\underline{H}'_{\text{QM}}$ ein. Der Einfluss des Raumes ist dabei aufgrund des geringen Abstandes sehr gering und die Phasenlage des

simulierten Direktschalles unterscheidet sich zwischen den Methoden. Im Übergangsbereich weist gesamte Betragsspektrum eine starke Welligkeit auf, welche in den beiden ursprünglichen Simulationsergebnissen nicht enthalten ist, wie Abbildung 21 zeigt.

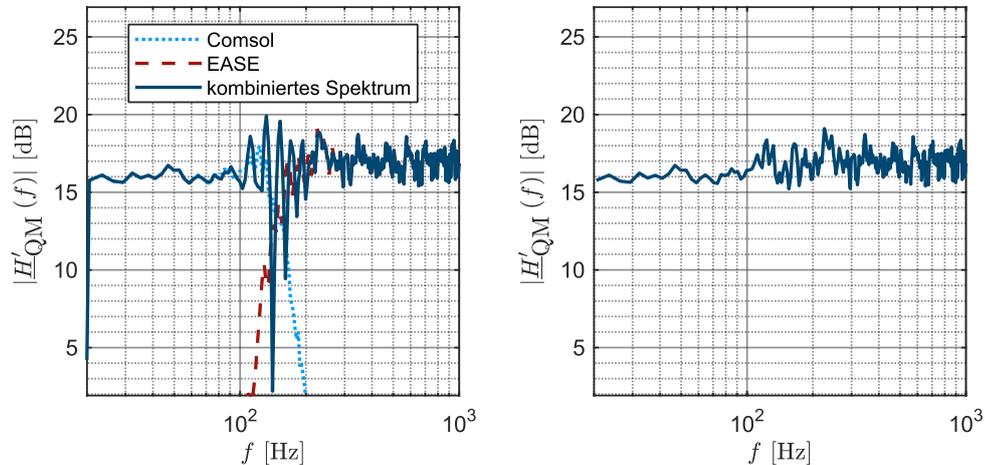


Abbildung 21: Betrag der Übertragungsfunktion aus den kombinierten Schalldruckspektren durch Filterung links und durch Aneinanderfügen (rechts) (VR A, e914 1)

Die Übertragungsfunktion \underline{H}'_{QM} bestimmt über die gesamtheitliche Übertragung der Beschallungsanlage. Der Fehler würde sich somit auch auf die prädizierte Verstärkung auswirken. Deshalb wurde diese RÜF nicht durch Filterung, sondern durch einfaches Zusammenfügen der beiden simulierten Spektren erzeugt. Der Wert bei der Grenzfrequenz ist dabei mit arithmetischem Mittelwert der Beträge und dem der beiden Phasengänge gegeben. Diese Form der Addition vermeidet Fehler durch Interferenz vollständig, stellt jedoch ein nicht lineares System dar. Das Verfahren lässt sich als „Zusammennähen“ (engl. *stitching*) der beiden Spektren bezeichnen. In Abbildung 21 ist eine Verbesserung des Betragsspektrums gegenüber der linearen Filterung deutlich zu entnehmen.

$$\underline{H}'_{QM}(f) = \begin{cases} \underline{H}'_{QM\text{ FEM}}(f) & \text{für } f < f_g \\ \frac{|\underline{H}'_{QM\text{ FEM}}(f)| + |\underline{H}'_{QM\text{ GA}}(f)|}{2} \cdot e^{j\frac{\varphi_{QM\text{ FEM}}(f) + \varphi_{QM\text{ GA}}(f)}{2}} & \text{für } f = f_g \\ \underline{H}'_{QM\text{ GA}}(f) & \text{für } f > f_g \end{cases} \quad (4.20)$$

Die weitere Rechnung gemäß Kapitel 5 erfolgte mit 2^{14} Samples, woraus eine Frequenzauflösung von 2,93 Hz resultiert. Um die Schalldruckspektren daran anzupassen wurde der Verbindung beider Spektren eine lineare Interpolation vorgeschaltet.

5 Anwendung des systemtheoretischen Modells

Das in Abschnitt 2.1.1 dargelegte systemtheoretische Modell inkl. der Gleichungen (2.1) und (2.3) bildet die Grundlage zur Berechnung des $AGbF$ im Frequenzbereich. Die praktische Umsetzung erfolgte in *MATLAB* unter der Verwendung von Funktionen der *Audio-* und der *Signal-Processing-Toolbox*. Zum Erhalt des praktisch maximalen Schalldruckes vor wahrnehmbaren Mitkopplungseffekten \underline{Y}_{LSP} wird die elektrische Verstärkung bis zum Erreichen des prädefinierten Wertes $L_{S \max}$ maximiert. Das Vorgehen mit und ohne Berücksichtigung des Phasenkriteriums erläutert Abschnitt 5.1.

Abweichend von der theoretischen Definition inkludieren die dem Modell der Beschallungsanlage zugeführten Übertragungsfunktionen bereits die Eigenschaften von Quelle und Empfänger. Dies gilt jeweils in Bezug auf die Kennempfindlichkeit. Folglich sind die Schalldruckpegelspektren durch die Originalquelle allein $L_{p \text{ dir}}$ sowie unter Verwendung der Beschallungsanlage mit (5.1) und (5.2) gegeben. Da Originalquelle und Hörer in erster Näherung als ungerichtet angenommen wurden, verblieb \underline{H}_{QH} unverändert. Abschnitt 5.2 thematisiert die unterschiedlichen Übertragungsfunktionen im Detail.

$$L_{p \text{ LSP}} = 20 \cdot \lg \left(\left| \underline{X} \cdot \frac{\underline{H}_{QH} - \underline{H}_{QH} \cdot \underline{H}''_{EL} \cdot \underline{H}''_{LM} + \underline{H}'_{QMPE} \cdot \underline{H}''_{EL} \cdot \underline{H}'_{LH}}{1 - \underline{H}''_{EL} \cdot \underline{H}''_{LM}} \right| \right) \text{ dB} \quad (5.1)$$

$$L_{p \text{ dir}} = 20 \cdot \lg(|\underline{X} \cdot \underline{H}_{QH}|) \text{ dB} \quad (5.2)$$

Das Schalldruckspektrum der Originalquelle \underline{X} hat keinen Einfluss auf das prädierte Verstärkungsmaß. Nachfolgend werden jedoch simulierte Immissionsspektren präsentiert. In den Berechnung vorliegender Arbeit wurde eine konstante Anregung von $L_{pX}(f) = 74 \text{ dB}$ je Terz (GA) bzw. je Anregungsfrequenz (FEM) angenommen

$$L_{pX} = 20 \cdot \lg \left(\frac{|\underline{X}|}{\sqrt{2} \cdot p_0} \right) \text{ dB} \quad (5.3)$$

5.1 Maximale elektrische Verstärkung

Die elektrische Übertragungsfunktion besteht, Gleichung (2.2) folgend, aus mehreren Anteilen. Der Betrag der Übertragungsfunktion elektrischer Signalverarbeitung wird im Rahmen vorliegender Arbeit als konstant über der Frequenz $|\underline{G}_{SV}(\omega)| = 1$ angenommen. Es findet keine zusätzliche lineare Verzerrung statt. Weiterhin werden Vor- und

Endverstärker als linear aufgefasst und der zusammengefasste Verstärkungsfaktor ebenfalls als frequenzunabhängig angenommen.

Die der digitalen Signalverarbeitung inhärenten Latenz τ_{EL} ist ein Eingabeparameter, wird als bekannt vorausgesetzt und fasst die Zeitverzögerungen aller beteiligten elektrischen Geräte zusammen. Als exemplarischer Wert für die praktisch zu erwartende digitale Audiosignalverarbeitung wurde die Latenz des bei den Messungen verwendeten Audiointerfaces in Verbindung mit derjenigen des jeweiligen Systemverstärkers eingesetzt. Für die Rechnungen im Raum $VR B$ ergibt sich damit beispielsweise $\tau_{EL} = 1,06$ ms. Von keiner zusätzlichen Filterung innerhalb der elektrischen Übertragungskette ausgehend, wird der Phasengang nicht zusätzlich verändert.

Abweichend zur Definition in Abschnitt 2.1.1 beinhaltet die elektrische Übertragungsfunktion \underline{H}''_{EL} in der hier thematisierten Umsetzung ebenfalls die Kennempfindlichkeiten von Lautsprecher und Mikrofon. Die Kennempfindlichkeit des Lautsprechers U_L besteht dabei aus seinem Kennschalldruck $\tilde{p}_{kenn\ GLL}$ und seinem elektrischen Kennwiderstand $Z_{L\ EL\ kenn}$. Eine möglicherweise von 1 W abweichende Aufnahmeleistung wird durch $P_{EL\ GLL}$ berücksichtigt. Dies setzt einen linearen Zusammenhang zwischen Ausgangsspannung des Endverstärkers und dem vom Lautsprecher im Freifeld erzeugten Schalldruck voraus. Moderne Leistungsverstärker weisen üblicherweise eine sehr geringe Ausgangsimpedanz auf, weswegen sie als ideale Spannungsquelle verstanden werden können. [D'Appolito 1999] Der Betragsverlauf der elektrischen Impedanz des Lautsprechers wirkt sich in diesem Fall vernachlässigbar gering auf den Schalldruckfrequenzgang des Lautsprechers aus [Goertz 2008].

$$U_L = \frac{\tilde{p}_{kenn\ GLL} \left(2000\pi \frac{1}{s}\right)}{\sqrt{P_{EL\ GLL} \cdot |Z_{L\ EL\ kenn}|}} \quad (5.4)$$

$$\underline{H}''_{EL}(\omega) = U_{M0} \cdot U_L \cdot |\underline{G}_V \cdot \underline{G}_E| \cdot e^{-i\omega\tau_{EL}} \quad (5.5)$$

Es sind zwei Ansätze zur Maximierung der elektrischen Verstärkung bis zur Stabilitätsgrenze zu betrachten. Der erste Ansatz vernachlässigt das Phasenkriterium analog zu den bestehenden Berechnungs- und Simulationsverfahren. Der Verstärkungsfaktor wird daher mit dem Betrag der Übertragungsfunktion zwischen Lautsprecher und Mikrofon \underline{H}''_{LM} , und dem prädeternierten Betragsmaximum der offenen Schleifenverstärkung $L_{S\ max}$ bestimmt. Der Verstärkungsfaktor berechnet sich mit Gleichung (5.7).

$$\underline{H}''_{LM} = \underline{H}_L(\omega) \cdot \underline{H}_{LM}(\omega) \cdot \underline{H}_M(\omega) \quad (5.6)$$

$$|\underline{G}_V \cdot \underline{G}_E| = \frac{1}{\max(|\underline{H}''_{LM}(\omega)|) \cdot 10^{\frac{L_{S \max}}{10} \text{ dB}}} \quad (5.7)$$

Im zweiten Ansatz wird das zum Eintreten der Systeminstabilität erforderliche Phasenkriterium berücksichtigt. Wie Abbildung 22 zeigt, weist der Phasenverlauf der Schleifenverstärkungsfunktion eine hohe Dichte von Nullstellen über der Frequenz und damit zahlreiche potenziell kritische Frequenzen auf. Die in den Abschnitten 4.2.3, 4.2.4 und 4.3.2 erläuterten Annahmen bei der Definition der Randbedingungen in Kombination mit den durch bauliche Abweichungen möglichen Laufzeitdifferenzen machen eine systematisch fehlerbehaftete Simulation wahrscheinlich. Weiterhin bedingt das Diskretisieren auf eine definierte Frequenzauflösung, dass der Phasengang an einer Nullstelle nicht den exakten Wert $|\varphi_S(\omega)| = 0^\circ$ annimmt, sondern sich diesem lediglich annähert. Folglich ist ein Grenzbereich zur Definition der f_{krit} festzulegen. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Phasenkriterium als erfüllt angesehen, sofern $|\varphi_S(\omega)| \leq 0,5^\circ$ ist. Mit wachsendem Grenzbereich steigt die Anzahl als kritisch identifizierter Frequenzen. Dabei können auch mehrere der detektierten Stellen denselben Nulldurchgang meinen.

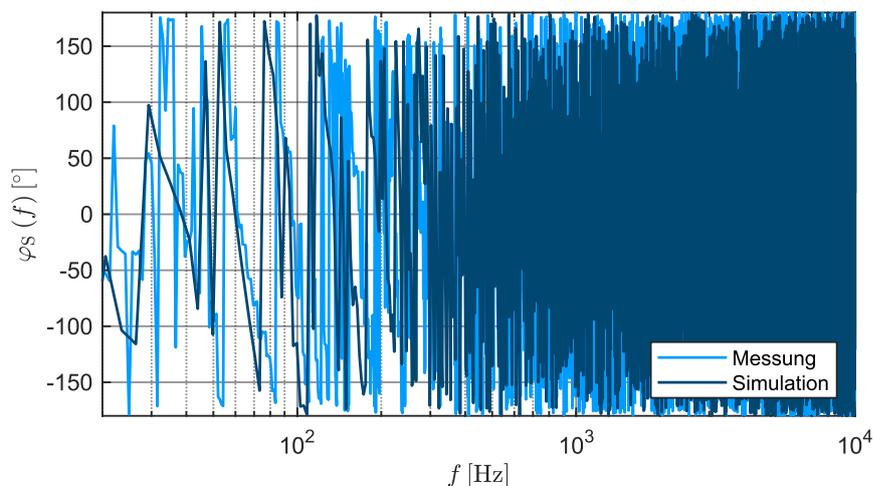


Abbildung 22: Phasenspektrum der simulierten und gemessenen Schleifenverstärkungsfunktion (BR D, VR5, e914 3)

Zur Identifikation der Nulldurchgänge im Phasenverlauf wurde die Schleifenverstärkungsfunktion zunächst auf empirisch festgesetzte Frequenzauflösung 0,01 Hz interpoliert. So konnten auch Nullstellen in einer hohen Dichte erkannt werden. In dem hochauflösten Phasenspektrum wurden anschließend alle Stellen identifiziert, bei welchen die Grenzbedingung erfüllt ist. Die Übertragung in den Originalfrequenzbereich erfolgte über das Minimum zwischen der identifizierten Nullstelle und den in der Rechnung tatsächlich verwendeten Frequenzen. Duplikate entfielen dabei. Abbildung 23 weist die als kritisch markierten Frequenzen einer Schleifenverstärkungsfunktion aus. Entgegen

der Beobachtung aus [Boner, Boner 1966] liegen die identifizierten Nullstellen nicht tendenziell an den Stellen des betragsmäßig größten Betragsanstieges. Sie sind vielmehr scheinbar stochastisch verteilt. Der maximal mögliche elektrische Verstärkungsfaktor wird unter Berücksichtigung des Phasenkriteriums analog zu Gl. (5.7) berechnet.

$$|\underline{G}_V \cdot \underline{G}_E| = \frac{1}{\max(|\underline{H}''_{LM}(\omega_{\text{krit}})|) \cdot 10^{\frac{L_{S \text{ max}}}{10 \text{ dB}}}} \quad (5.8)$$

Grundsätzlich ist davon auszugehen, dass das unter Verwendung des Phasenkriteriums prädizierte Verstärkungsmaß über der rein energetisch basierte Prognose liegt. Je mehr Frequenzen jedoch als kritisch markiert werden, desto stärker nähert sich das Ergebnis dieser Maximierung dem der rein energetischen Methode an.

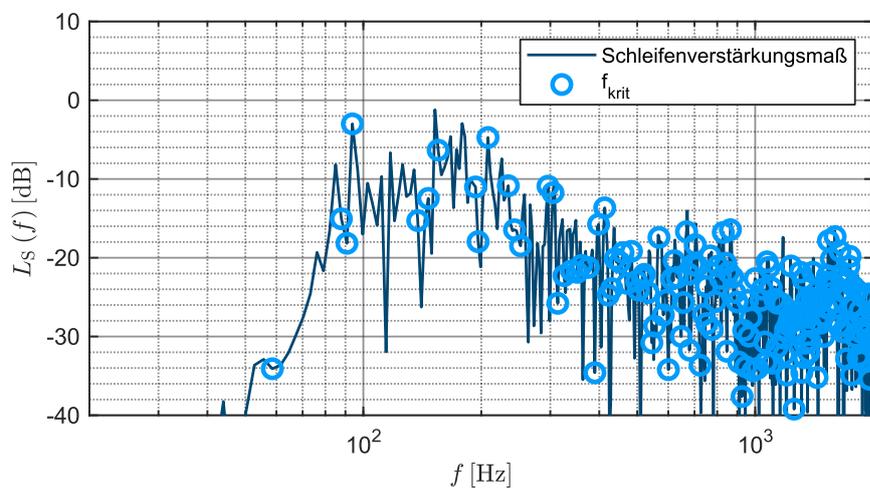


Abbildung 23: Betrag der maximierten Schleifenübertragungsfunktion mit Markierung der kritischen Frequenzen (BR D, VR5, e914 3)

5.2 Integration der simulierten Raumübertragungsfunktionen

Um in das Systemmodell eingesetzt werden zu können, müssen die RÜF aus den numerisch ermittelten Immissionsschalldrücken abgeleitet werden. Für die Übertragungsfunktion zwischen Originalquelle und Mikrofon ist zusätzlich der Nahbesprechungseffekt simulativ abzubilden.

Der Definition unter Punkt 2.3.2 folgend, ergeben sich die RÜF durch Bezug der simulierten Immissionsspektren auf den durch die Quelle bzw. den Lautsprecher unter Freifeldbedingungen in 1m Entfernung erzeugten Schalldruck bei $f = 1 \text{ kHz}$. Hierdurch wird einerseits der bereits in der Simulation abgebildeten Quellcharakteristik als auch der

Integration der Kennempfindlichkeiten in \underline{H}''_{EL} Rechnung getragen. Der Referenzschalldruck des Lautsprechers wurde den *GLL*-Datensätzen entnommen. Durch die Normalisierung auf den jeweiligen Referenzschalldruck und unter der Annahme eines linearen Systems hat der in der Simulation verwendete, absolute Schalldruck keinen Einfluss auf die RÜF. Um die Übertragungsfunktion zwischen Lautsprecher und Mikrofon inkl. der Übertragungseigenschaften der Wandler \underline{H}''_{LM} aus dem vom Mikrofon detektierten Schalldruck $\underline{p}_{sim M}(\omega)$ zu berechnen gilt beispielsweise

$$\underline{H}''_{LM}(\omega) = \frac{\underline{p}_{sim M}(\omega)}{\underline{p}_{kenn GLL} \left(2000\pi \frac{1}{s} \right)}. \quad (5.9)$$

Durch Einsetzen der so berechneten Übertragungsfunktionen in die Gleichungen (5.1) und (5.2), ergeben sich die Immissionsspektren, wie sie Abbildung 24 zeigt. Sie bestimmen über die frequenzabhängige Schalldruckverstärkung.

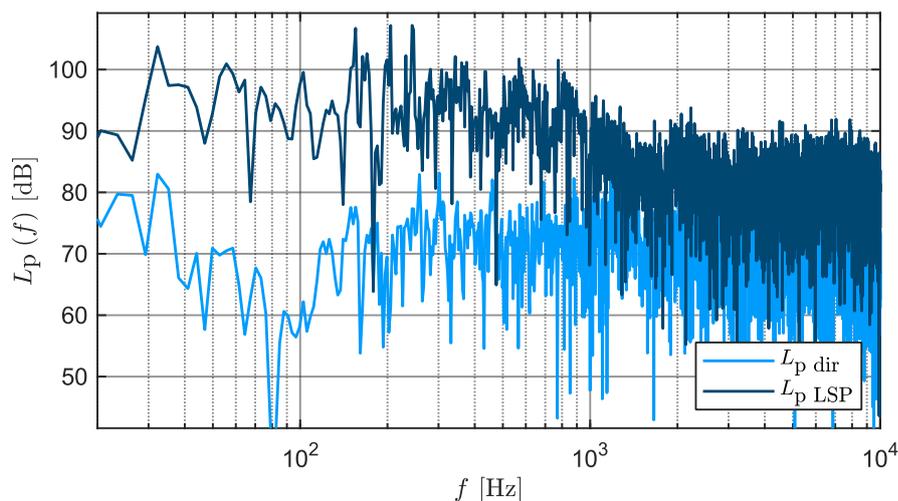


Abbildung 24: Simulierte Immissionsspektren mit und ohne Beschallungsanlage (SR C, Art715, ME36 2,110)

Im Fokus vorliegender Betrachtungen stehen ausschließlich Druckgradientenmikrofone zur Abnahme der Originalquelle. In der Übertragungsfunktion zwischen Quelle und Mikrofon \underline{H}'_{QM} ist darob zusätzlich zu den Richteigenschaften des Mikrofons auch der Nahbesprechungseffekt zu berücksichtigen. Hierzu wird die in Abschnitt 2.2.3 thematisierte Spannungsänderung in die Übertragungsfunktion des Mikrofons projiziert. In üblichen Anwendungen mit einem Abstand zwischen Mikrofon und Lautsprecher von $d_{LM} \gg 1$ m ist der Effekt auf die zugehörige Übertragungsfunktion und damit auch die Schleifenverstärkungsfunktion hingegen vernachlässigbar [Kroher 2011; Schulein 1976].

Die Richtcharakteristik eines idealen Druckgradientenempfängers ist die „Acht“. Die in vorliegender Arbeit exemplarisch herangezogenen Variationen einer Niere können durch die gewichtete Linearkombination aus idealem Druck- und Druckgradientenempfänger dargestellt werden. [Zollner, Zwicker 1993] Folglich ist Gl. (2.16) zur Verwendung in der Simulation anzupassen und das Ausgangsspannungsverhältnis zwischen dem gerichteten Mikrofon und einem idealen Druckempfänger bei senkrechtem Schalleinfall ist mit Gleichung (5.10) gegeben [Norm DIN EN 60268-4]. Die jeweilige Richtcharakteristik schlägt sich dabei im Faktor b nieder. Dieser ist $b = 2$ für die Nieren-, $b = 2,72$ für die Supernieren- und $b = 3,92$ für die Supernierencharakteristik [Zollner, Zwicker 1993].

$$\underline{G}_{\text{UPE}}(\omega, d_{\text{QM}}) = \frac{1}{b} + (b - 1) \cdot \left(1 + \frac{c_0}{j\omega \cdot d_{\text{QM}}} \right) \quad (5.10)$$

Die Integration der Spannungsverstärkung in die Übertragungsfunktion $\underline{H}'_{\text{QM}}$ resultiert in einer Verstärkung bei niedrigen Frequenzen. Die Verstärkung ist bei den hier betrachteten Mikrofonen geringer als bei einem idealen Druckgradientenempfänger, wie Abbildung 25 zeigt. Diese Synthese des Nahbesprechungseffektes setzt die Ausrichtung des Mikrofons auf die Originalquelle sowie die Dominanz des Direktschallfeldes der Originalquelle am Mikrofonort voraus.

$$\underline{H}'_{\text{QMPE}}(\omega) = \underline{H}'_{\text{QM}}(\omega) \cdot \underline{G}_{\text{UPE}}(\omega, d_{\text{QM}}) \quad (5.11)$$

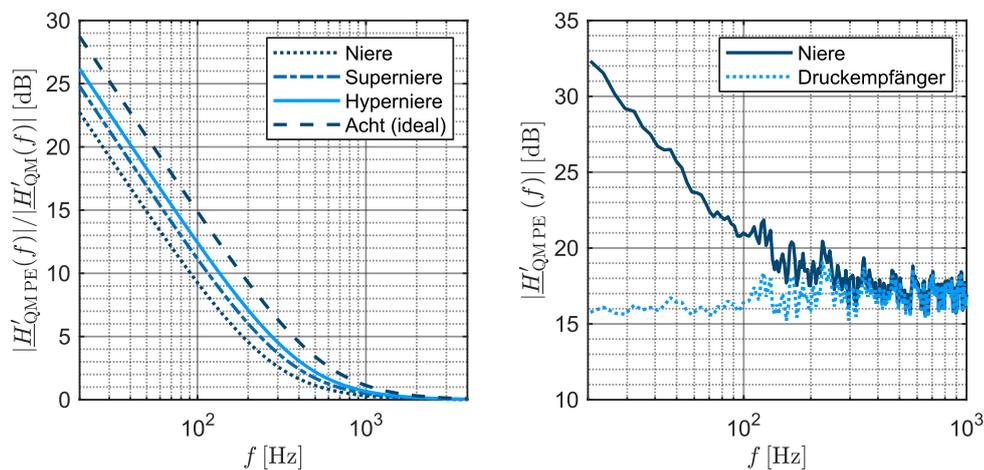


Abbildung 25: Nahbesprechungseffekt bei den unterschiedlichen Richtcharakteristiken (links) und sein Einfluss in einer simulierten RÜF (rechts: SR C, e914 2)

5.3 Darstellung der Ergebnisse

Die Differenz der simulierten Immissionspegelspektren, wie sie Abbildung 24 zeigt, ergibt den *Acoustic Gain before Feedback* $AGbF$. Das simulierte maximal erreichbare

Verstärkungsmaß differiert nach der Art der Maximierung. Grundsätzlich liegt das unter Verwendung des Phasenkriteriums ermittelte maximale Verstärkungsmaß über demjenigen auf Basis rein energetischer Maximierung, wie Abbildung 26 zeigt. Nachfolgend werden in Anlehnung an die Theorie ausschließlich die Ergebnisse unter Berücksichtigung des Phasenkriteriums präsentiert.

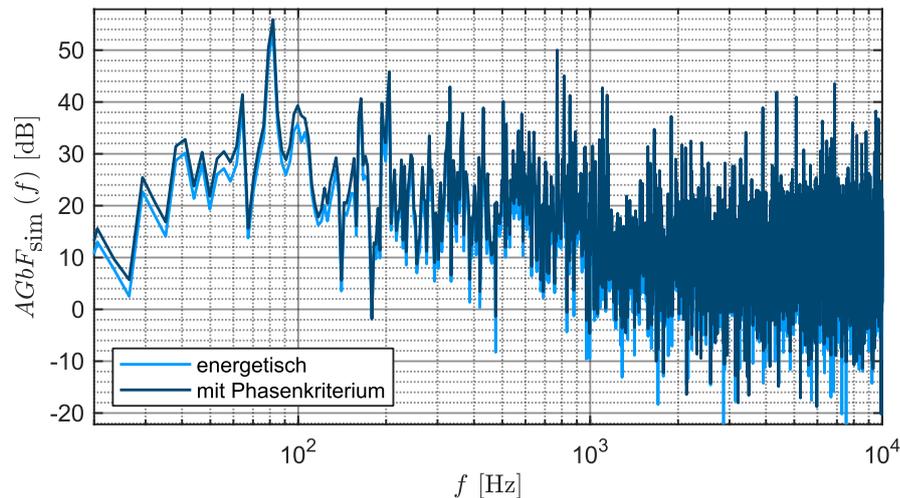


Abbildung 26: Simulierter AGbF ohne und mit Berücksichtigung des Phasenkriteriums (SR C, Art715, ME36 2,110)

Mit Blick auf die geometrische Simulation in Terzbändern und mit dem Ziel einer vereinfachten Interpretierbarkeit der frequenzabhängigen Verstärkung, bietet sich die energetische Zusammenfassung in Teiloktaven an, wie sie in der Praxis gebräuchlich ist [z.B. Müller 2008; Sinambari, Sentpali 2020]. Als Kompromiss zwischen Frequenzauflösung Interpretierbarkeit und praktikablen in-situ Messung mit einem Handschalldruckpegelmessgerät wurde die Zusammenfassung in Terzen gewählt. Somit können diejenigen Frequenzbereiche mit dem größten Beitrag an der Gesamtverstärkung identifiziert und bzgl. der erwarteten Zusammensetzung des Quellsignales beurteilt werden.

Die Verstärkung in Terzbändern ergibt sich aus der Differenz der Terzschalldruckpegel mit und ohne Beschallungsanlage. Dementsprechend erfolgte eine Bandpassfilterung der simulierten Immissionspektren für alle Terzbänder mit $20 \text{ Hz} < f_m < 20 \text{ kHz}$. Hierzu fanden Butterworth-Bandpassfilter zwölfter Ordnung Anwendung, welche den Anforderungen der Klasse 2 in [Norm DIN EN 61260-1] entsprechen, wie Abbildung 65 im Anhang zeigt. Auch diese Filterung erfolgte mit den Übertragungsfunktionen der Filter im Frequenzbereich. Der Schalldruckpegel eines Terzbandes ist schließlich die energetische Summe aller nach Filterung verbliebenen Beiträge.

$$L_{p \text{ LSP}}(f_m) = 20 \cdot \lg \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_{\text{LSP}}(f_i) \cdot H_{\text{BP}}(f_i, f_m))^2}}{\sqrt{2} \cdot p_0} \right) \text{ dB} \quad (5.12)$$

$$AGbF_{\text{sim}}(f_m) = L_{p \text{ LSP}}(f_m) - L_{p \text{ dir}}(f_m) \quad (5.13)$$

Ergänzend wurde anhand der Terzpegelspektren ein Einzahlwert errechnet. Der Gesamtpegel ergibt sich durch energetische Addition der Terzpegel wie Gleichung (5.14) wiedergibt.

$$AGbF_{\text{sim ges}} = \left(10 \cdot \lg \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{terz}}} 10^{\frac{L_{p \text{ LSP}}(f_{m i})}{10 \text{ dB}}} \right) - 10 \cdot \lg \left(\sum_{i=1}^{N_{\text{terz}}} 10^{\frac{L_{p \text{ dir}}(f_{m i})}{10 \text{ dB}}} \right) \right) \text{ dB} \quad (5.14)$$

Die Anwendung vorgenannter Schritte erfordert die Eingabe der Kenneigenschaften von Lautsprecher und Mikrofon, der Quell- und Empfangspositionen sowie der Dateipfade zu den Simulationsergebnissen aus *COMSOL* und *EASE*. Hierfür wurde eine grafische Benutzeroberfläche erstellt, wie sie Abbildung 27 zeigt. Hiermit wird das Modell für eine dedizierte Kombination aus Sender und Empfänger angewendet. Die simulierte Schleifenverstärkung und das erreichbare Verstärkungsmaß sind direkt ersichtlich.

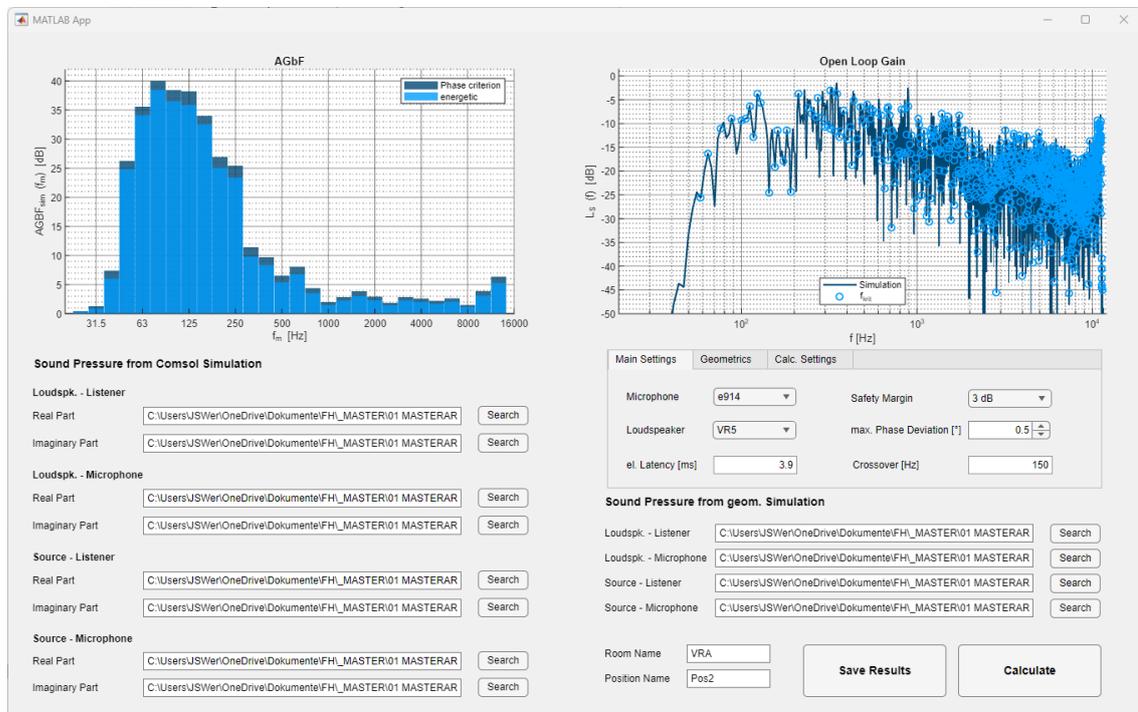


Abbildung 27: Bedienoberfläche zur Berechnung des AGbF an einem Immissionsort

6 Messungen

Die Simulationsergebnisse müssen hinsichtlich ihrer praktischen Aussagefähig- und Anwendbarkeit geprüft werden. Aus diesem Grund wurden exemplarisch Messungen in den Räumen *VR A*, *SR C* und *BR D* durchgeführt. Tabelle 6 listet die untersuchten Kombinationen auf. Insgesamt wurden 369 Messdatensätze aufgenommen.

Tabelle 6: Anzahl der Messpositionen je Raum

Raum	Lautsprecher- positionen	Hörerorte	Quell-/ Mikrofonpositionen (in Relation zum Lautsprecher)			Gesamtanzahl
			ME36	e914	e945	
VR A	1	27	2	2	1	135
SR C	1	19	2	2	2	114
BR D	2	12	3	4	3	120

Messaufbau und die Durchführung werden in nachfolgenden Abschnitten dargelegt. Der Vergleich zwischen den gemessenen und simulierten Werten findet sich hingegen in Kapitel 7.

6.1 Messaufbau und Geräte

Der verwendete Messaufbau bildet einerseits eine einfache Beschallungsanlage aus Mikrofon, elektrischer Verstärkerkette und Lautsprecher und andererseits ein Mehrkanal FFT-Messsystem ab. Er wird in Abbildung 28 schematisch gezeigt. Sämtliche verwendeten Geräte sind dem Anhang A.9, die Messpositionen Anhang A.10 zu entnehmen.

Die als ungerichtet angenommene Originalquelle wird für vorliegende Arbeit durch einen omnidirektional abstrahlenden Dodekaederlautsprecher substituiert. Die von diesem Lautsprecher emittierte Schalleistung ist entgegen der Annahme in der Simulation nicht konstant über der Frequenz. Der Frequenzgang des Dodekaeders wirkt sich jedoch sowohl auf den Immissionsschalldruck als auch auf denjenigen ohne Einsatz der Beschallungsanlage aus. Folglich überwiegt die Forderung nach einer ungerichteten Abstrahlung der konstanten Anregung über der Frequenz. Der Einfluss der Übertragungsfunktion der Quelle wird in den Abschnitten 6.4 und 7.2 detaillierter thematisiert.

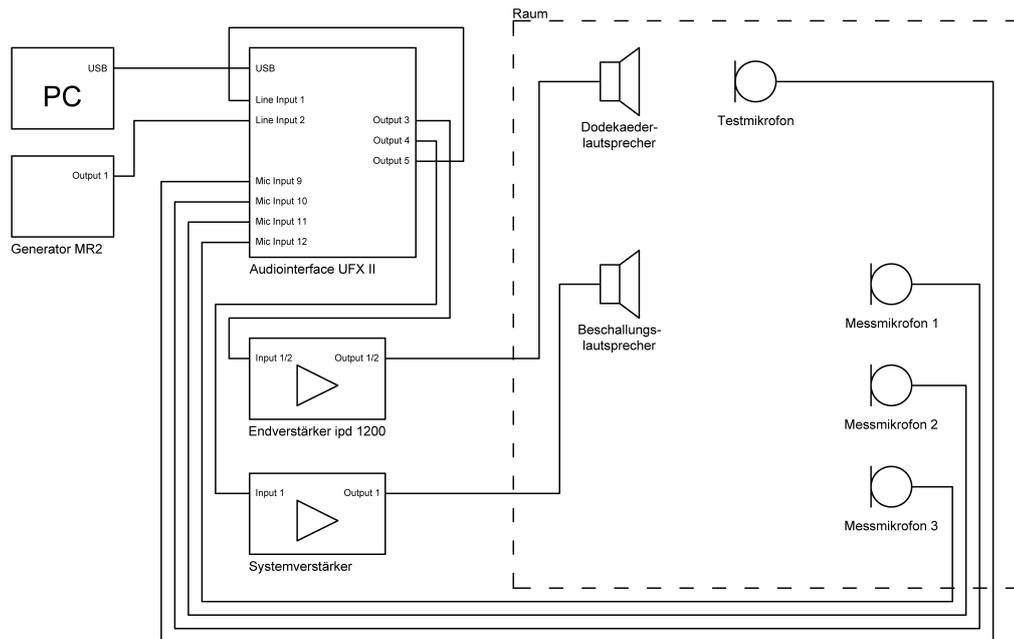


Abbildung 28: Blockschaltbild Messaufbau AGbF, Schleifenverstärkungs- und Raumübertragungsfunktionen

Für alle Wandlungsprozesse zwischen analoger und digitaler Domäne sowie die Signalverteilung wurde ein Mehrkanal-Audiointerface eingesetzt, welches damit das Zentrum des Aufbaus bildet. So können beliebige Audiosignale über ein Computersystem mit einer Abtastrate von $f_s = 48 \text{ kHz}$ aufgenommen und analysiert werden.

In den hier angeführten Beispielen diene sowohl ein passiver als auch ein aktiver ein Punktquellenlautsprecher als Beschallungsanlage. Die Signalverarbeitung innerhalb des zugehörigen Systemverstärkers ist dabei vom Hersteller vorgegeben. Zur Aufnahme des von der Originalquelle erzeugten Schalldruckes wurden die in Tabelle 4 angeführten Druckgradientenmikrofone verwendet. Sowohl die Vorverstärkung des Mikrofonsignales als auch dessen Weiterleitung an den Endverstärker bildete das benannte Audiointerface ab. Im Sinne der Effizienzsteigerung wurde der Schalldruck zeitgleich an drei Positionen unter Verwendung von 1/4"-Messmikrofonen erfasst. Zur Signalerzeugung und Auswertung fand die Messsoftware *Smaart Suite V 9.1.1* Anwendung.

Die Messpositionen im Publikumsbereich wurden auf Basis der Lautsprecherposition festgelegt. Davon ausgehend wurde eine Messpunktreihe mit einem Abstand von 0,9 m bzw. 0,6 m zwischen den einzelnen Immissionspunkten in einer Höhe von 1,2 m entsprechend der Ohrhöhe sitzender Personen [Ahnert, Goertz 2008] definiert. Durch die erhöhte Quellposition ergibt sich damit nicht nur eine Variation der Distanzen zwischen Lautsprecher bzw. Originalquelle und Empfänger sondern auch des Winkels θ zwischen Lautsprecher und Immissionsort. Um sowohl den Übergang zwischen

direktschalldominantem und diffusem Schallfeld als auch die Richtwirkung des Lautsprechers detaillierter zu betrachten, wurden weiterhin Messpositionen variierender Höhe $0,6 \text{ m} \leq z \leq 3,0 \text{ m}$ festgelegt. Mit wachsender Höhe verändert sich dabei auch die y -Koordinate des Messpunktes, sodass auch der Einfluss der horizontalen Richtwirkung des Lautsprechers in den Messwerten betrachtet wird. Alle Mess-, Quell- und Mikrofonpositionen sind den Grundrissdarstellungen im Abschnitt A.10 des Anhangs zu entnehmen.

6.2 Nachhallzeit

Die Nachhallzeit dient einerseits der Validierung der geometrischen Simulation und bestimmt andererseits über die Schröder-Frequenz, wie sie Tabelle 5 zu entnehmen ist. der Erfassung der Nachhallzeit wurde in jedem der drei Räume mit mind. drei Senderpositionen und jeweils mind. drei zufällig verteilten Mikrofonpositionen gemessen. Die Emissions- und Immissionsstandorte wurden derart gewählt, dass keine reziproken Kombinationen im Messdatensatz enthalten sind. Die Messpositionen sind nicht identisch mit denen zur Ermittlung des $AGbF$. Tabelle 25 im Anhang A.10 listet ihre Anzahl auf. Der Messaufbau genügt den Vorgaben der [Norm DIN EN ISO 3382-1] bzw. mindestens dem Standardverfahren gem. [Norm DIN EN ISO 3382-2].

Zur Berechnung der Nachhallzeit fand das Verfahren der integrierten Impulsantwort Anwendung, wobei die Zeit der Schalldruckpegelabnahme um 30 dB (T_{30}) linear auf 60 dB (T_{60}) extrapoliert wurde. Die Raumimpulsantwort jeder Quell-Empfänger-Kombination ist das Ergebnis aus der Mittelung von acht einzelnen Messergebnissen. Die Anregung erfolgte mit einem exponentiellen Gleitsinus. Die Messergebnisse in Terzbändern sind der Abbildung 34 im Kapitel 7 zu entnehmen.

6.3 Maximal erreichbare Verstärkung

Das maximale Verstärkungsmaß an den Immissionsorten ergibt sich aus der Differenz gemessener Schalldruckpegel. Es wurde jeweils ein Schalldruckpegelspektrum bei Anregung durch die Originalquelle allein sowie eines unter Verwendung der Beschallungsanlage gemessen. Die Wahl fiel dabei auf ein Sicherheitsmaß 3 dB zur Stabilitätsgrenze, welches auf die Steigerung der Schalldruckpegeldifferenz am Immissionsort abzielt. Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 2.1.4 erläuterten Klangveränderungen muss in praktischer Anwendung ggf. ein höherer Sicherheitsabstand, wie beispielsweise $L_{S \max} = -5 \text{ dB}$ gemäß [Kuttruff 2017], aus Tabelle 1 gewählt werden.

Um die Anlage mit $L_{S \max} = -3 \text{ dB}$ unterhalb der Instabilitätsgrenze zu betreiben, wurde die elektrische Verstärkung bis zur einsetzenden Instabilität sukzessive in 0,1 dB Schritten erhöht und anschließend um das gewählte Sicherheitsmaß reduziert. Die Messung

entspricht diesbezüglich dem praktisch relevanten Betrieb der Anlage in einem bestimmten Sicherheitsabstand unterhalb der realen Stabilitätsgrenze.

Die Schalldruckpegeldifferenz ist das erzielbare Verstärkungsmaß $AGbF$. Da nach einem Schalldruckverhältnis gesucht wird, sind Anforderungen an die Anregung des Systems auf eine ausreichend hohe Bandbreite $20 \text{ Hz} \leq f \leq 20 \text{ kHz}$ sowie einen großen Signal-Rausch-Abstand gegenüber möglichen Hintergrundgeräuschen beschränkt. Zur Anregung wurde ein weißes Rauschen mit einem Schalldruckpegel von $L_p \approx 85 \text{ dB}$ am Mikrofonort gewählt. Es geht ein hoher Signal-Rausch-Abstand (SNR) bei hohen Frequenzen einher. Zu hohen Frequenzen wächst die Messsicherheit gegenüber dem häufig verwendeten Rosa Rauschen, welches einen näherungsweise konstanten SNR über der Frequenz erzielt [Müller 2008].

Die Schalldruckpegelspektren wurden mit einer Frequenzauflösung von $\Delta f \approx 2,93 \text{ Hz}$ erfasst. Der Schalldruckpegel wurde an jedem der Immissionsorte über 30 s gemittelt, um den Einfluss der stochastischen Anregung zu minimieren.

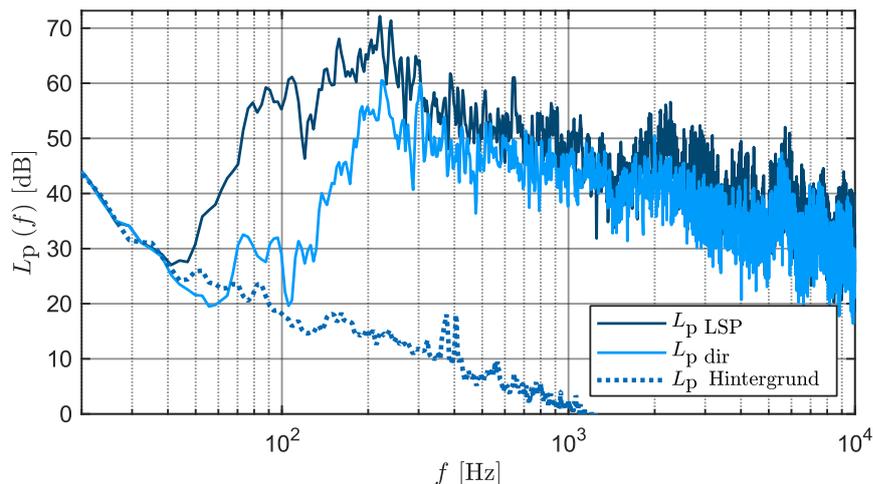


Abbildung 29: gemessene Immissionsspektren (SR C, Art715, e945 2, 110)

Wie in der Simulation, wurden aus den Messwerten Terzschalldruckpegel gebildet. Analog zur Simulation fanden Butterworth-Bandpassfilter zwölfter Ordnung Anwendung. Die Filterung erfolgte auch hier im Frequenzbereich gemäß Gl. (5.12). Abbildung 30 stellt exemplarisch die Terzpegel zu den in Abbildung 29 gezeigten Spektren dar.

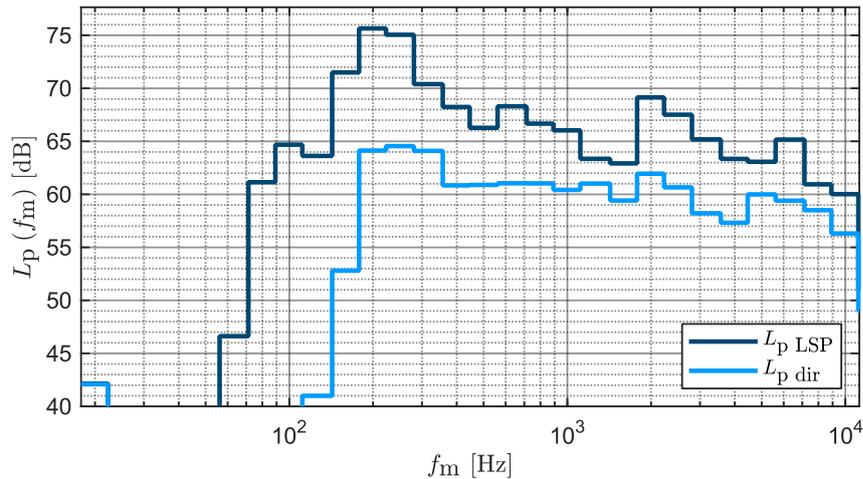


Abbildung 30: Terzpegelspektren aus den gemessenen Immissionsspektren
(SR C, Art715, e945 2, 110)

6.4 Übertragungsfunktionen und Schleifenverstärkungsfunktion

Zur Prüfung der simulierten RÜF wurde diese ebenfalls im Rahmen der Messreihen erfasst. Die Systemanregung erfolgte dabei durch einen Gleitsinus mit exponentiell ansteigender Sweep-Rate, welcher auch als logarithmischer Sweep bezeichnet wird [z.B. Ahnert, Feistel 2009, S. 122]. Analog zur Messung der Nachhallzeit wurde je Messpunkt der Mittelwert aus acht Einzelmessungen gebildet, um stochastische Störeinflüsse zu minimieren.

Die Zeitverzögerung aufgrund der Wandlungsprozesse wurde durch eine analoge Rückführung des Referenzsignales ausgeschlossen. Somit sind in den gemessenen Übertragungsfunktionen einzig die Latenzen durch den jeweiligen Leistungsverstärker sowie die Laufzeiten in Folge der Schallausbreitung enthalten. Die Latenzen der verwendeten elektrischen Geräte sind in Tabelle 24 im Anhang zu finden.

Ohne jegliche Weiterverarbeitung ist jede gemessene Übertragungsfunktionsfunktion der Quotient der komplexen Spektren der digitalen Aus- und Eingangssignale. Damit die Messergebnisse der getroffenen Definition der RÜF genügen, bedarf es einer rechnerischen Anpassung. Neben der Kennempfindlichkeit des Mikrofons in der Beschallungslage U_{M0} bzw. des verwendeten Messmikrofons U_{M0m} , ist auf der Eingangsseite auch der Verstärkungsfaktor des Mikروفonvorverstärkers \underline{G}_V sowie eine Wandlungskonstante des AD-Wandlers U_{UFXin} zu berücksichtigen. In Analogie dazu, bedarf es zur Umrechnung des digitalen Ausgangssignales in den Referenzschalldruck des Lautsprechers ebenfalls einer Wandlerkonstante U_{UFXout} für den DA-Wandler, eines

Verstärkungsfaktors des Endverstärkers \underline{G}_E sowie einer Kennempfindlichkeit des Lautsprechers U_L . Verallgemeinernd sind $U_{\text{UFX in}}$, G_{UFX} und $U_{\text{UFX out}}$ für jedes Audiointerface individuell zu bestimmen. Für die Messungen im Rahmen dieser Arbeit gilt $U_{\text{UFX in}} = 114,091 \cdot 10^{-3} \frac{1}{V}$, $G_{\text{UFX}} = \sqrt{10}$ und $U_{\text{UFX out}} = 4,741 \text{ V}$. Während am Eingang von keiner Verzögerung ausgegangen wird, ist Latenz in der Übertragungskette nach dem Audiointerface τ_{EL} zu kompensieren.

$$\underline{H}''_{\text{LM meas}}(\omega) = \frac{\underline{H}''_{\text{LM raw}}(\omega)}{U_{M0} \cdot |\underline{G}_V| \cdot U_{\text{UFX in}} \cdot G_{\text{UFX}} \cdot U_{\text{UFX out}} \cdot |\underline{G}_E| \cdot e^{-i\omega\tau_{\text{EL}}} \cdot U_L} \quad (6.15)$$

$$\underline{H}'_{\text{LH meas}}(\omega) = \frac{\underline{H}'_{\text{LH raw}}(\omega)}{U_{M0m} \cdot G_{Vm} \cdot U_{\text{UFX in}} \cdot G_{\text{UFX}} \cdot U_{\text{UFX out}} \cdot |\underline{G}_E| \cdot e^{-i\omega\tau_{\text{EL}}} \cdot U_L} \quad (6.16)$$

Analog dazu ergeben sich die Korrekturen für die RÜF zwischen Quelle und Hörer bzw. Mikrofon mit den Gleichungen (6.17) und (6.18). Die Substitution der Originalquelle mit einem Lautsprecher erfordert die Korrektur dessen Übertragungsverhaltens über der Frequenz. Abbildung 31 zeigt den Betrag der Übertragungsfunktion des verwendeten Dodekaederlautsprechers gemäß Herstellerangaben im Fernfeld und für eine Messung an einer der Mikrofonpositionen. Die zum Vergleich mit der Simulation herangezogenen RÜF wurden mit der entsprechenden Übertragungsfunktion des Dodekaederlautsprechers korrigiert.

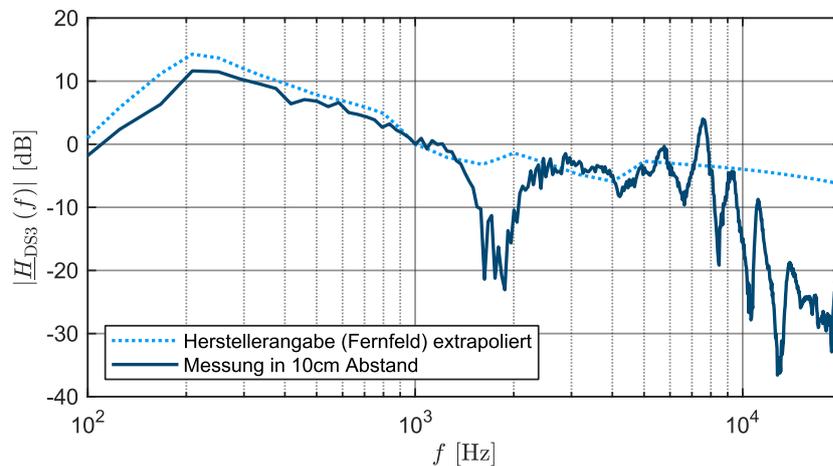


Abbildung 31: Betrag der Übertragungsfunktion des verwendeten Dodekaederlautsprechers

$$\begin{aligned} & \underline{H}'_{\text{QM meas}}(\omega) \\ &= \frac{\underline{H}'_{\text{QM raw}}(\omega)}{U_{M0} \cdot |\underline{G}_V| \cdot U_{\text{UFX in}} \cdot G_{\text{UFX}} \cdot U_{\text{UFX out}} \cdot G_{EQ} \cdot e^{-i\omega\tau_{\text{ELQ}}} \cdot U_{L\text{DS3}} \cdot |\underline{H}_{\text{DS3 NF}}(\omega)|} \end{aligned} \quad (6.17)$$

$$\begin{aligned} & \underline{H}_{\text{QH meas}}(\omega) \\ &= \frac{\underline{H}_{\text{QH raw}}(\omega)}{U_{\text{M 0 m}} \cdot G_{\text{V m}} \cdot U_{\text{UFX in}} \cdot G_{\text{UFX}} \cdot U_{\text{UFX out}} \cdot G_{\text{EQ}} \cdot e^{-i\omega\tau_{\text{ELQ}}} \cdot U_{\text{L DS3}} \cdot |\underline{H}_{\text{DS3 FF}}(\omega)|} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Für den Abgleich mit der Simulation wurde ebenfalls die Schleifenverstärkungsfunktion gemessen. Hierbei diente erneut ein weißes Rauchen, welches über einen externen Generator *MR2-Pro* zugeführt wurde, zur Anregung. Die Schleifenverstärkungsfunktion ergibt sich als eine spezielle Übertragungsfunktion aus dem Quotienten der Spektren von Mikrofon- und Ausgangssignal. G_{UFX} muss auch hier kompensiert werden. Die Spektralanalyse erfolgte mit einer Frequenzauflösung von $\Delta f \approx 0,73$ Hz, und es wurde jeweils der Mittelwert aus mindestens 100 Spektren gebildet. Der Einsatz des Audiointerfaces ermöglicht den Abgriff der Signale ohne eine Rückwirkung auf die Übertragungskette. Somit kann die Schleifenverstärkungsfunktion nicht nur bei geöffneter, sondern auch bei geschlossener Schleife erfasst werden. Abbildung 32 zeigt dies exemplarisch. $|\underline{L}_{\text{closed}}|$ und $|\underline{L}|$ unterscheiden sich bei $L_{\text{S max}} = -3$ dB kaum. Der Betrag der Schleifenverstärkung erreicht sein Maximum im Bereich $80 \text{ Hz} \leq f \leq 300 \text{ Hz}$. Die erste Frequenz der Systeminstabilität und die damit auftretende übermäßige Verstärkung ist in diesem Frequenzband zu erwarten.

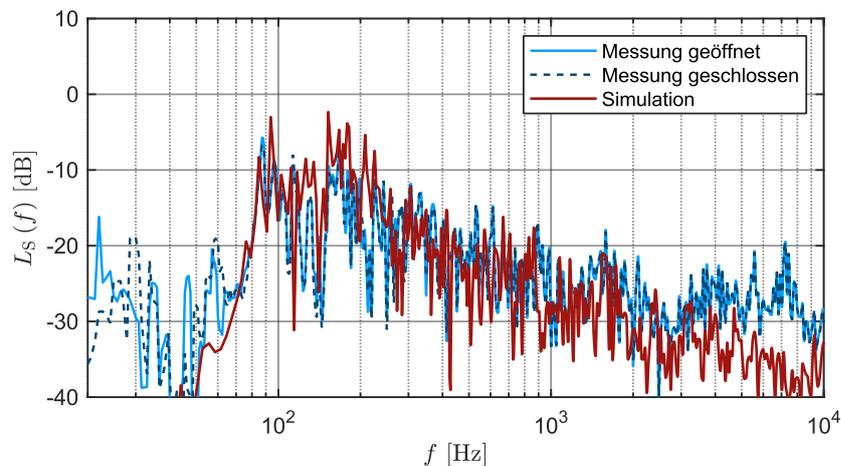


Abbildung 32: gemessener und simulierter Betrag der Schleifenverstärkungsfunktion (geglättet auf 48tel-Oktaven; BR D, VR5, e914 2)

6.5 Fehlerbetrachtung

Die physische Ausdehnung der Mikrofone und Lautsprecher wird in der Simulation vernachlässigt. Die räumliche Ausdehnung der Lautsprecher kann jedoch Differenzen in der Laufzeit und damit im Phasengang der RÜF zwischen Simulation und Messung verursachen. Weiterhin stellen die verwendeten Geräte mit ihren Stativen Hindernisse in der Schallausbreitung dar. Unter approximativer Annahme eines Rohrdurchmessers von

0,02 m und 0,05 m für Mikrofon- und Lautsprecherstative, ist infolge der Beugung um die Hindernisse im Frequenzbereich $f \leq 1,6$ kHz bzw. $f \leq 650$ Hz von einer vernachlässigbar geringen Auswirkung auf das Schallfeld auszugehen. Andererseits ist durch die Kombination von Beugung und Reflexion eine Schallstreuung für $f \geq 8,6$ kHz (0,02 m Durchmesser) bzw. $f \geq 3,4$ kHz zu erwarten [Ahnert, Feistel 2023; Lerch, Sessler, Wolf 2009]. Letztere sind nicht Bestandteil der Simulation.

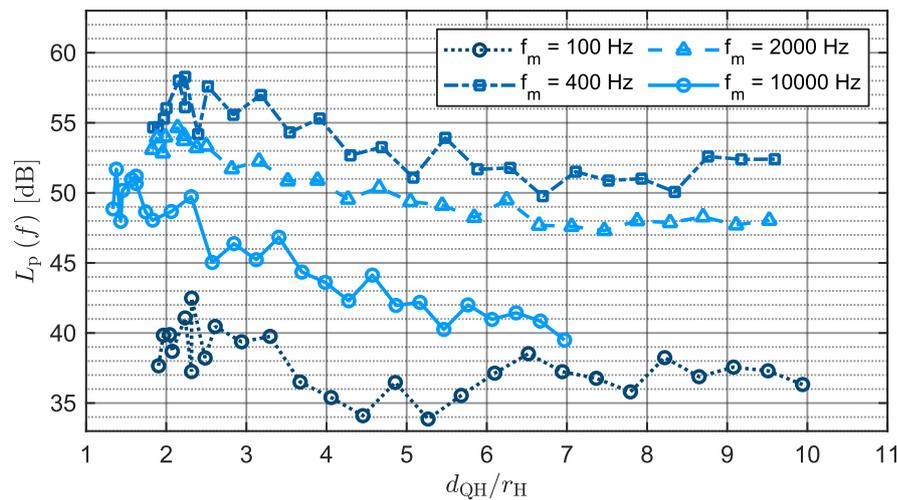


Abbildung 33: Gemessener Schalldruckpegel der Originalquelle in ausgewählten Terzbändern über dem Abstand im Raum VR A

Allein auf Basis der verwendeten Messgeräte ist keine höhere Messgenauigkeit als ± 1 dB (Klasse 2) zu erreichen [Feldmann 2009; Norm DIN EN 61672-1]. Die Festlegung der anregenden Signalamplitude steht zusätzlich im Zielkonflikt alle Verstärkerstufen und elektroakustischen Wandler in ihrem linearen Arbeitsbereichen zu betreiben und gleichzeitig einen möglichst großen Signal-Rausch-Abstand herzustellen. Abbildung 33 stellt den Schalldruckpegel in Abhängigkeit der Distanz zwischen Emissions- und Immissionsort dar. Es wird deutlich, dass aufgrund der Abstrahleigenschaften des verwendeten Dodekaederlautsprechers der erreichte Schalldruckpegel und damit auch der SNR für Terzen niedriger Mittenfrequenz ($f_m \leq 100$ Hz) sehr gering sind. Folglich sind für diesen Frequenzbereich Messfehler wahrscheinlich. Für höhere Frequenzen ist jedoch festzustellen, dass der gemessene Immissionspegel ab einem Abstand von $d_{QH}/r_H \geq 6$ in erster Näherung einen über dem Abstand konstanten Wert annimmt. In diesem Bereich kann darob von einem ideal diffusen Schallfeld ausgegangen werden.

Trotz der Korrektur des Anregungsspektrums ist ein Messfehler in Folge der mangelhaften Anregung um $f \approx 2$ kHz zu erwarten. In diesem Frequenzband genügt die Amplitude des Anregungssignales nicht gesichert, um einen ausreichend hohen Signal-Rausch-Abstand bei der Messung des Immissionspegels zu erzeugen. Weiterhin verringert sich gemäß Abbildung 31 der Einbruch im Frequenzgang der Quelle mit der Überlagerung

aller einzelnen Lautsprecher signale im Fernfeld des Dodekaeders. Somit besteht von vornherein eine Differenz zwischen $L_{p \text{ dir}}$ und $L_{p \text{ LSP}}$, welche das Messergebnis systematisch verzerrt. Bei den betroffenen Frequenzen wird ein geringeres Verstärkungsmaß gemessen als die Anlage tatsächlich erzielt.

Die manuelle Platzierung der Messmikrofone impliziert einen Fehler hinsichtlich der tatsächlichen Messposition in einem Bereich $< 10 \text{ cm}$. Zur Erfassung energetischer Kenngrößen des Schallfeldes ist eine derartige Toleranz als unproblematisch anzusehen [vgl. Witew 2022, S. 168]. Im Falle der Raumübertragungsfunktionen besteht jedoch die Möglichkeit eines Messfehlers. Differenzen in der Laufzeit durch Wegunterschiede einzelner reflektierter Anteile führen zu Unterschieden in der Phasenlage zwischen korrektem und tatsächlich genutztem Messpunkt. Aus der komplexen Überlagerung resultieren somit Abweichungen zwischen dem gemessenen Immissionsspektrum und demjenigen am korrekten Messpunkt in Folge der kon- bzw. destruktiven Interferenz.

Während der Messung befanden sich keine Personen im Raum, wodurch zusätzliche Hindernisse und Absorptionsflächen vermieden wurden. Das Platzieren der benötigten Verstärkertechnik außerhalb des Messraumes minimiert den Störschalldruckdruckpegel. Dennoch bestehen Differenzen zwischen den Raummodellen und den messtechnisch untersuchten Räumen. Für den Messaufbau musste eine der Türen um einen Spalt von ca. 2 cm geöffnet werden, um die benötigten Kabel hindurchzuführen. Derartige Abweichungen sind als Simplifikationen im Rahmen der Modellierung zu verstehen.

7 Ergebnisse

Die simulierten und berechneten Werte sind qualitativ und quantitativ zu bewerten. Die erreichte Genauigkeit in der Prädiktion hängt neben der Gültigkeitsvoraussetzung für die systemtheoretische Abbildung der Beschallungsanlage im Raum inkl. der genannten Approximationen wesentlich von der exakten Simulation des Raumschallfeldes ab. Abschnitt 7.1 zeigt darob zunächst Abweichungen zwischen Messung und Simulation auf. Mögliche Fehlerquellen sind außerdem Bestandteil nachfolgender Ausführungen.

Die Validität des prädizierten Verstärkungsmaßes als Einzahlwert oder als Terzspektrum wird im folgenden Passus 7.2 durch den Vergleich mit den deterministisch berechneten sowie den gemessenen Werten geprüft. In der Bewertung des Fehlers ist zwischen Unter- und Überschätzung des tatsächlichen Verstärkungsmaßes zu differenzieren. Während eine zu niedrige Vorhersage als Sicherheitsmaß gewertet werden kann, führt die Überschätzung der erreichbaren Verstärkung zu einer scheinbaren Bestätigung eines möglicherweise verbesserungswürdigen Beschallungskonzeptes. Bei praktischer Umsetzung kann in diesem Fall die prädizierte Verstärkung nicht erreicht werden, was die Nutzbarkeit der Anlage beschränkt.

7.1 Validität der raumakustischen Simulation

Als erster Indikator für die exakte Abbildung des Raumschallfeldes durch die geometrische Simulation wird die Nachhallzeit herangezogen. Die Auswertung durch einen Vergleich der simulierten mit den gemessenen Werten erfolgt unter Punkt 7.1.1. Zur Prüfung der wellenakustischen Simulation müssen die Raumübertragungsfunktionen im Detail betrachtet werden. Dies erfolgt auch mit Blick auf den geometrisch simulierten Frequenzbereich im nachfolgenden Abschnitt 7.1.2.

7.1.1 Nachhallzeit

Ein Vergleich der frequenzabhängigen Nachhallzeiten zeigt die simulative Approximationsqualität für den Abklingvorgang in Bezug auf den Energieabfall über der Zeit an. Abbildung 34 stellt die gemessenen und simulierten Werte in Terzen gegenüber. Es ist ausschließlich der Bereich oberhalb der Grenzfrequenz f_g zu betrachten, in welchem die geometrische Schallfeldsimulation in das Modell eingeht. Der Bereich der FEM ist in Abbildung 34 blau hinterlegt. Die Nachhallzeit im Raum $BR D$ wird sehr gut angenähert. Für den Raum $VR A$ bestehen Abweichungen im mittleren Frequenzbereich, welche auf die approximative Abbildung der Vorhänge im Bühnenhaus zurückzuführen sind.

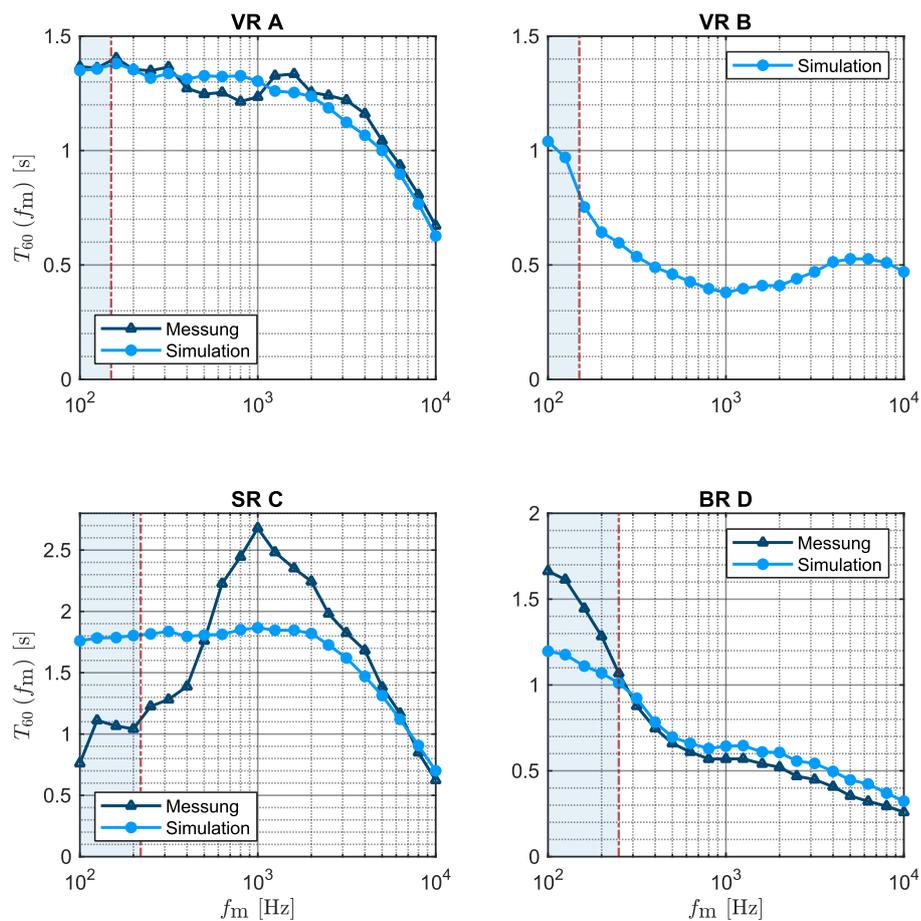


Abbildung 34: simulierte und gemessene Nachhallzeit der exemplarisch gewählten Räume (blau interlegt Bereich der FEM Simulation)

Im Falle des Raumes *SR C* besteht jedoch eine starke Abweichung zwischen den simulierten und gemessenen Werten. Die hohe Nachhallzeit um $f = 1$ kHz ist auf ein Flatterecho zwischen den parallelen schallharten Wänden zurückzuführen. Der gemessene Nachhallzeitverlauf impliziert eine wesentlich höhere äquivalente Absorptionsfläche für $f < 400$ Hz als sie in der Simulation angenommen wurde. Dies kann sowohl durch den real umgesetzten Decken- als auch durch den Fußbodenaufbau verursacht werden. Der Parkettboden besteht analog zum Raum *BR D* aus mindestens einem schwingfähigen System, dessen konkreter Aufbau zum Zeitpunkt der Modellerstellung unbekannt war. Der Deckenaufbau weicht sowohl in der tatsächlichen Konstruktionstiefe als auch durch eine nicht vollständig schallharte Rohdecke vom Modell ab. Eine höhere Konstruktionstiefe erweitert die Wirksamkeit des porösen Absorbers zu niedrigeren Frequenzen [Fasold, Veres 1998]. Auf eine exakte, nachträgliche Anpassung der Raummodelle anhand der gemessenen Nachhallzeit wurde jedoch verzichtet. Dies vermeidet die Verzerrung zu einer in der Praxis und ohne vorliegende Messdaten nicht erreichbare Simulationsgenauigkeit.

7.1.2 Raumübertragungsfunktionen

Die Anwendung des theoretischen Modelles erfordert die möglichst exakte Abbildung der RÜF. Die Simulationsgenauigkeiten unterscheiden sich stark zwischen den unterschiedlichen Räumen. Für den Raum *BR D* nähert die FEM Simulation die gemessenen Betragsspektren qualitativ sehr gut an, wie Abbildung 35 exemplarisch zeigt. Modal bedingte, lokale Extrema werden gut abgebildet. Der qualitative Betragsverlauf wird auch durch die geometrische Simulation in den hier untersuchten Fallbeispielen angenähert. In der Abbildung einzelner Extrema steht die geometrische Simulation der FEM jedoch erwartungsgemäß nach.

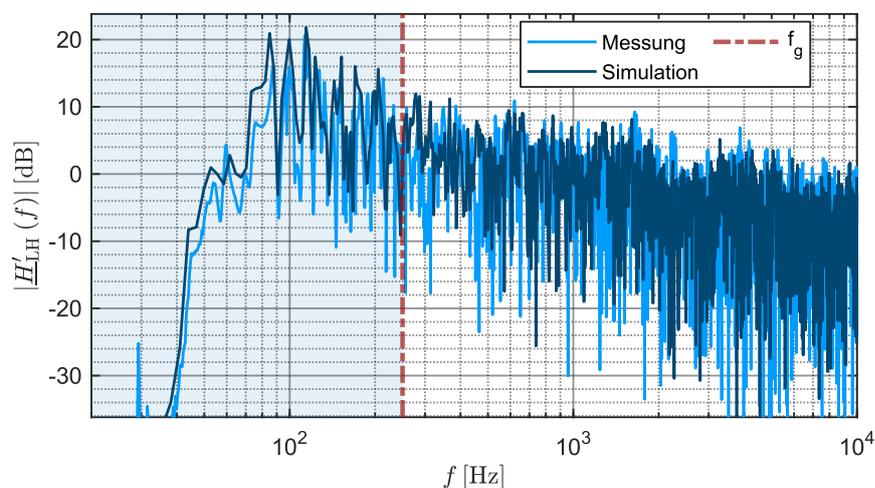


Abbildung 35: gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (BR D, VR5, e914 3, 16)

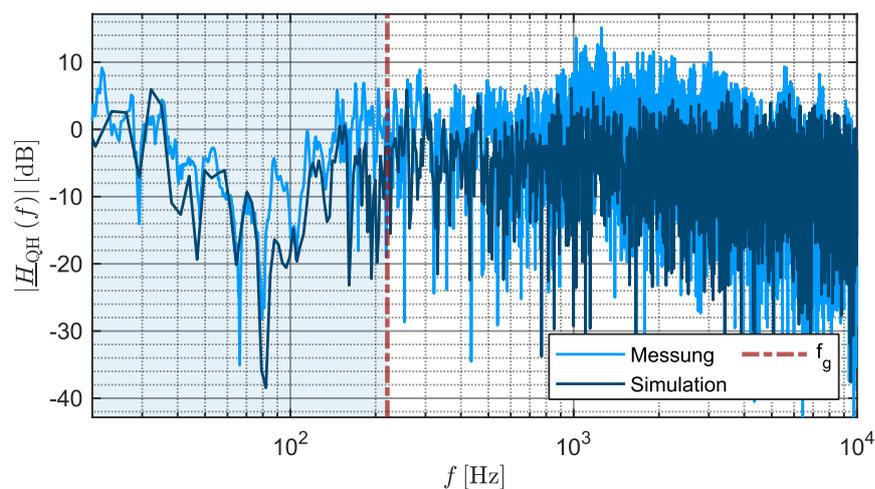


Abbildung 36: gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Quelle und Hörer (SR C, Art715, e945 2, 110)

Das in Abbildung 36 gezeigte Beispiel für \underline{H}_{QH} zeigt deutliche Differenzen zwischen Simulation und Messung. Im Bereich $1 \text{ kHz} \leq f \leq 3 \text{ kHz}$ liegen die Messwerte deutlich über der simulativen Vorhersage. Hier zeichnet sich die Unterschätzung der Diffusschallenergie, wie es der Nachhallzeitverlauf bereits andeutet, ab. Weiterhin ist auch die FEM Simulation deutlich weniger exakt als für den Raum *BR D*. Diese Abweichungen sind auf die Randbedingungen zurückzuführen. Die bei der Modellierung getroffenen Annahmen approximieren die realen Bedingungen unzureichend. Die Anpassung der Wandimpedanzen auf Basis der gemessenen Nachhallzeit würde hier eine erhebliche Verbesserung der simulierten Spektren ergeben [Müller-Giebeler, Vorländer 2023].

Ein offensichtlich systematischer Fehler im Bereich der Grenzfrequenz zwischen den beiden Simulationmethoden konnte in den Betragsspektren im Allgemeinen nicht festgestellt werden. Vielmehr ist der Übergang durch die Entwicklung von der exakten Abbildung einzelner Extrema zur vorwiegend tendenziellen Abbildung des Kurvenverlaufes erkennbar.

Abbildung 37 zeigt den arithmetischen Mittelwert der Pegeldifferenz aller 22 simulierten und gemessenen Übertragungsfunktionen \underline{H}''_{LM} . Diese RÜF bestimmt über die Schleifenverstärkungsfunktion. Die durch Farbfüllung ausgewiesene Standardabweichung zeigt eine hohe Streuung. Es ist jedoch eine tendenzielle Überschätzung des Betrages für $f < 400 \text{ Hz}$ erkennbar. Die große Streuung für $f < 80 \text{ Hz}$ ist mit einem zu geringen Signal-Rausch-Abstand bei der Messung zu begründen.

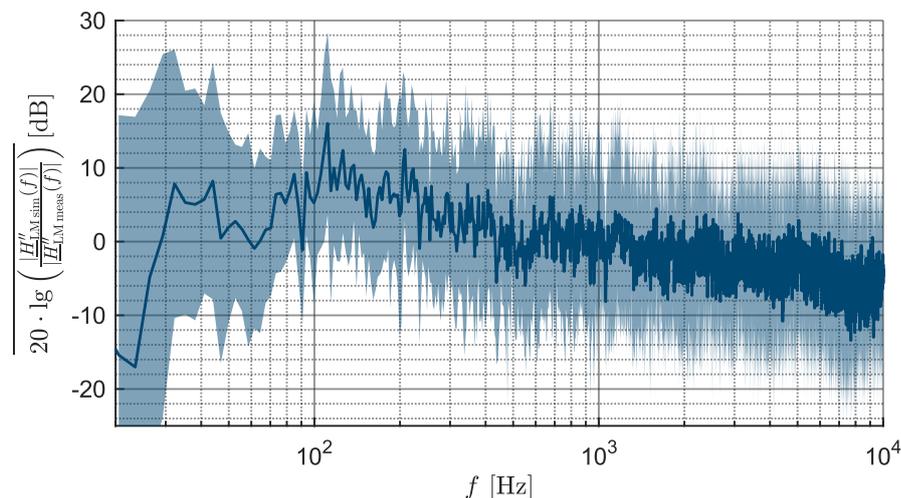


Abbildung 37: Mittlere Pegeldifferenz zwischen simuliertem und gemessenem Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon (VR A; SR C; BR D)

Für den Phasengang bestehen deutliche Abweichungen, wie Abbildung 22 (Abschnitt 5.1) exemplarisch zeigt. Im Falle der geometrischen Simulation ist dies einerseits auf den systematischen Fehler der Modellierung, andererseits auf die Approximationen der

Randbedingungen zurückzuführen. Weder geht der Phasengang der Quelle noch die Phasenverschiebung bei der Reflexion an den Grenzflächen in das Ergebnis ein. Die in 4.2.5.2 beschriebene Annahme des Raumes als minimalphasiges System kann als systemtheoretisch begründete Approximation, nicht aber als physikalische Modellierung auf Basis der Wandmaterialien verstanden werden. Bei guter Approximation der Randbedingungen liefert die FEM eine gute Näherung des Phasenganges, wie Abbildung 73 im Anhang zeigt.

7.2 Prädiktion des absoluten Verstärkungsmaßes

Zur Bewertung der Simulation wird zunächst die simplifizierende Methode für ungerichtete Sender und Empfänger bei freier Schallausbreitung herangezogen. Deutlich größere Übereinstimmung ist von der Rechnung unter Berücksichtigung der Bündelungseigenschaften und des diffusen Schallfeldes nach [Ahnert 2022] zu erwarten. Der Vergleich der berechneten und simulierten Werte mit den Messwerten zeigt ihre praktische Relevanz auf.

7.2.1 Freie Schallausbreitung und ungerichtete Wandler

Die starke Simplifikation des Systems für die Rechnung mit Gleichung (3.1) beschränkt das Verfahren auf eine erste Indikation. Durch Vernachlässigung sämtlicher Reflexionen im Raum ist aus energetischer Betrachtung eine Überschätzung des maximalen Verstärkungsmaßes erwartbar.

Die Vernachlässigung sämtlicher Bündelungseigenschaften führt hingegen zu einer systematischen Unterschätzung der energetischen Übertragung zwischen Quelle und Mikrofon sowie zwischen Lautsprecher und Immissionsort gegenüber den realen Werten. Andererseits wird die Übertragung zwischen Mikrofon und Lautsprecher tendenziell überschätzt. Gesamtheitlich kann dies die Unterschätzung der erreichbaren Verstärkung zur Folge haben. Innerhalb der hier betrachteten Fallbeispiele tritt jedoch ausschließlich die Überschätzung ein. Demnach dominiert der Einfluss des Raumes über denjenigen der Richtcharakteristiken.

Abbildung 38 stellt den mit Gleichung (3.1) berechneten Wert den simulativ ermittelten in Abhängigkeit von der Messposition gegenüber. Dabei wächst der Abstand zwischen Hörerort und Lautsprecher mit der Nummer des Messpunktes. Im Gegensatz zur stark simplifizierten Rechnung mit (3.1) zeigt die Simulation keinen monotonen Pegelabfall über dem Abstand. Vielmehr schwanken die Werte scheinbar stochastisch um einen Mittelwert. Dies lässt ein dominierendes Diffusschallfeld vermuten. Es wird weiterhin ersichtlich, dass die Rechnung auf Basis der freien Schallausbreitung empfindlich auf die

Abstandsänderung zwischen Lautsprecher und Mikrofon reagiert. Während sich das präzierte Verstärkungsmaß bei Vergrößerung des Abstandes d_{LM} um ca. 50% in der numerischen Simulation marginal ändert, wächst die rechnerische Vorhersage im Mittel um 5,9 dB.

Das deterministisch berechnete Verstärkungsmaß liegt in jedem der betrachteten Fälle deutlich über dem simulierten, wie aus Tabelle 27 im Anhang hervorgeht. Aus der Beschränkung auf die Direktschallenergie resultiert eine konsequente Überschätzung der erzielbaren Verstärkung. Die Differenz wächst erwartungsgemäß mit dem Abstand d_{LM} . Infolge der Überschätzung kann diese Rechenmethode ausschließlich zum Nachweis eines ungenügenden Verstärkungsmaßes herangezogen werden.

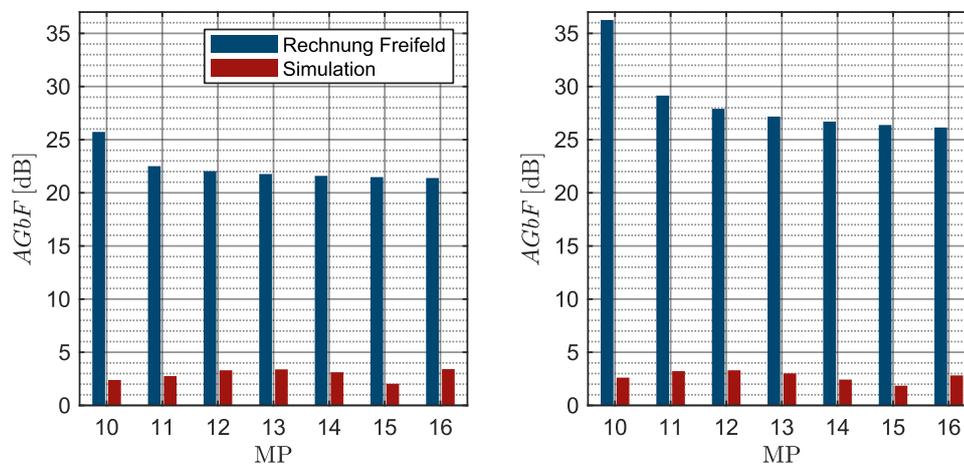


Abbildung 38: berechnetes und simuliertes maximales Verstärkungsmaß je Messpunkt (links: BR D, VR5, e914 3; rechts: BR D, VR5, e914 6)

7.2.2 Direkt- und Diffusschallfeld

Bündelungsgrad und Richtungsfaktor der elektroakustischen Wandler sind frequenzabhängig. Demnach kann der deterministische Ansatz nach [Ahnert 2022] mit Gleichung (3.8) ebenfalls frequenzabhängig, beispielsweise in Terzen, angewendet werden. Das Ergebnis entspricht dem je Frequenzband maximal erreichbaren Verstärkungsmaß $AGbF_{det}$, wie es Abbildung 39 exemplarisch darstellt. Die mögliche Verstärkung je Frequenzband wächst folgerichtig mit der Bündelung durch Mikrofon und Lautsprecher. Das errechnete Spektrum ist jedoch nicht zweifelsfrei praktisch relevant. Das maximale Verstärkungsmaß je Frequenzband kann per definitionem nur gesichert erreicht werden, sofern die Übertragung auf dieses Band beschränkt wird. Das errechnete Terzpegelspektrum ist damit verfahrensbedingt nicht identisch mit dem innerhalb vorliegender Arbeit simulierten.

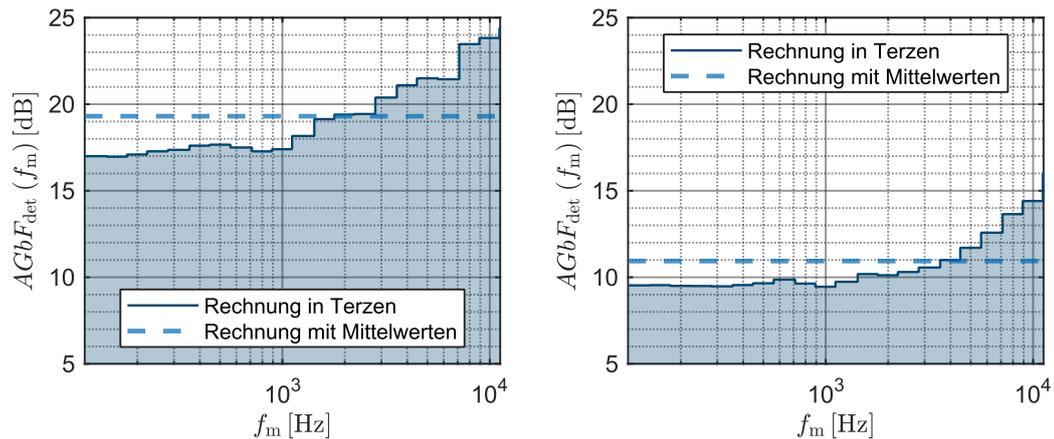


Abbildung 39: deterministisch nach [Ahnert 2022] berechnetes Verstärkungsmaß
(links: VR A, VR5, e914 2, 105; rechts: SR C, Art715, e914 2, 105)

Folglich muss auch für dieses Verfahren ein Einzahlwert zum Vergleich mit anderen Ansätzen herangezogen werden. Es bestehen jedoch unterschiedliche Möglichkeiten selbigen zu ermitteln. Um die Bündelungseigenschaften von Mikrofon und Lautsprecher über die gesamte Bandbreite der Übertragung zu berücksichtigen, ist es möglich, Bündelungsgrad und Richtungsfaktor durch energetische bzw. arithmetische Mittelung über der Frequenz zusammenzufassen. Der so berechnete Wert wird ebenfalls in Abbildung 39 dargestellt. Physikalisch orientiert, ist das Frequenzband, in welchem das System zuerst seine Stabilitätsgrenze erreicht, dasjenige, in dem die Bündelung von Lautsprecher und Mikrofon gering oder diese nicht auf Nutzschallquelle bzw. Hörer ausgerichtet sind. Das erreichbare Verstärkungsmaß über alle Frequenzbänder wird folglich mit (7.1) vom Minimum innerhalb der Übertragungsbandbreite bestimmt. Bei sehr geringen Verstärkungen kann das Sicherheitsmaß dabei auch zu negativen Prognosen führen (siehe Tabelle 11). Diese Werte sind mit $AGbF_{\text{det}} = 0$ dB gleichzusetzen.

$$AGbF_{\text{det}} \approx \min \left(10 \cdot \lg \left(\frac{\xi_{\text{QM}}(f_m) \cdot \xi_{\text{LH}}(f_m)}{\xi_{\text{LM}}(f_m) \cdot \xi_{\text{QH}}(f_m)} \right) \text{dB} - 13,8 \text{ dB} \right) \quad (7.1)$$

Die Übertragungsfunktionen von Mikrofon und Lautsprecher gehen nicht in die Rechnung ein. Deshalb wird eine beispielsweise mit der Frequenz fallende Empfindlichkeit, wie sie das Mikrofon e945 aufweist, nicht berücksichtigt. Es wird ein idealisiert frequenzunabhängiges Übertragungsverhalten angenommen.

Abbildung 40 stellt die berechneten den simulativ ermittelten Einzahlwerten für die Messpunkte in aufsteigender Entfernung zum Lautsprecher gegenüber. Die Rechnung mit den Mittelwerten von Bündelungsgrad und Richtungsfaktor weist qualitativ die identische Tendenz wie die Rechnung auf Basis der freien Schallausbreitung und kugelförmiger Abstrahlung auf. Die Berücksichtigung der auf das Mikrofon rückwirkenden

Diffusschallenergie resultiert hier jedoch erwartungsgemäß in einem geringeren Absolutwert. Bei Verwendung des Minimalwertes als Einzahlwert zeichnet sich diese Tendenz hingegen nicht ab. Hierin ist die Richtwirkung des Lautsprechers in den Messpositionen 100 bis 103 ersichtlich. Diese Positionen liegen im Verhältnis zu den Messpunkten ab Nummer 110 weit außerhalb der Hauptabstrahlrichtung, weswegen dort ein geringeres Verstärkungsmaß als an den folgenden Messpunkten erzielt wird.

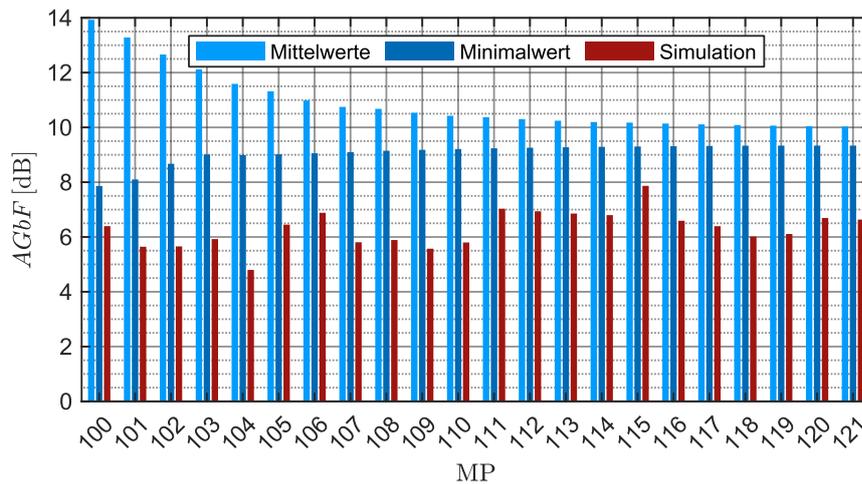


Abbildung 40: berechnetes und simuliertes maximales Verstärkungsmaß je Messpunkt (VR A, VR5, e914 1)

Die Prädiktion der deterministischen Methoden wird über die Differenz zu den simulativ vorhergesagten Werten beurteilt. Dabei wird ein arithmetischer Mittelwert über alle Hörerorte je Mikrofon-Quell-Position gebildet. Die mittlere Pegeldifferenz für jede der 27 exemplarisch betrachteten Mikrofon-Quell-Positionen ist der Tabelle 27 im Anhang A.11 zu entnehmen. Die in Abbildung 38 angedeutete Überschätzung durch die simplifizierte Rechnung allein auf Basis der Abstände ist dabei eindeutig ersichtlich. Die so berechneten Werte liegen im Mittel 16,8 dB über den simulierten. Dieser Fehler sinkt bei Berücksichtigung der Richteigenschaften und des diffusen Schallfeldes stark. Für $AGbF_{det}$ liegen die berechneten Werte im Mittel sogar 4,3 dB unter den simulativ ermittelten.

7.2.3 Gemessene Gesamtverstärkung

Das aus den Terzpegeln berechnete Gesamtverstärkungsmaß indiziert die Leistungsfähigkeit der Anlage in einer bestimmten Konstellation. Dabei wird die spektrale Zusammensetzung dieses Verstärkungsmaßes und damit die Relevanz für das zu übertragende Nutzsignal jedoch nicht abgebildet. Die praktische Interpretierbarkeit des Einzahlwertes ist darob fraglich. Das Ergebnis eines Vergleiches zwischen unterschiedlichen Lautsprechern und Mikrofonen ist praktisch ebenfalls lediglich bedingt relevant.

Tabelle 7 zeigt die Pegeldifferenzen zwischen den Einzählwerten aus Simulation und Messung. Zusätzlich werden die nach [Ahnert 2022] deterministisch berechneten Verstärkungsmaße mit der Messung verglichen. Bei den dargestellten Werten handelt es sich um die arithmetischen Mittelwerte des Gesamtverstärkungsmaßes über alle Messpunkte im jeweiligen Raum. Während die deterministische Vorhersage zur Unterschätzung tendiert, streuen die Abweichungen zwischen Messung und Simulation stark zwischen Über- und Unterschätzung.

Tabelle 7: Mittlere Differenz zwischen prädictiertem und gemessenem maximalen Verstärkungsmaß

Raum	Mik. und Position	$\overline{AGbF}_{sim} - \overline{AGbF}_{meas ges}$	$\overline{AGbF}_{det} - \overline{AGbF}_{meas ges}$
VR A	e914 1	-3,3 dB	-0,6 dB
VR A	e914 2	3,9 dB	3,5 dB
VR A	e945 2	2,9 dB	1,5 dB
VR A	ME36 1	-6,4 dB	-3,6 dB
VR A	ME36 3	-5,5 dB	-6,1 dB
SR C	e914 2	3,3 dB	-0,5 dB
SR C	e914 3	2,6 dB	0,5 dB
SR C	e945 2	5,8 dB	1,6 dB
SR C	e945 3	3,8 dB	0,8 dB
SR C	ME36 2	1,7 dB	-2,4 dB
SR C	ME36 3	1,2 dB	-1,9 dB
BR D	e914 3	-0,8 dB	-2,1 dB
BR D	e914 4	3,6 dB	0,6 dB
BR D	e914 5	0,1 dB	-2,7 dB
BR D	e914 6	-1,5 dB	-2,2 dB
BR D	e945 2	-1,2 dB	-2,8 dB
BR D	e945 3	1,6 dB	-0,1 dB
BR D	e945 4	3,2 dB	-1,8 dB
BR D	ME36 1	-3,2 dB	-7,1 dB
BR D	ME36 2	-1,8 dB	0,1 dB
BR D	ME36 3	-1,5 dB	-5,2 dB

Mit Ausnahme von drei Positionen, liefert die Simulation im kleinsten der Räume, BR D, eine exaktere Approximation der Messwerte als der deterministische Ansatz. Verallgemeinernd ist die Differenz zwischen den beiden Methoden jedoch gering. Aufgrund der großen Streuung zwischen Über- und Unterschätzung beträgt die mittlere Abweichung der Simulation gegenüber den Messwerten 0,4 dB und bei der deterministischen Rechnung $-1,5$ dB. Werden die Beträge der Pegeldifferenzen betrachtet, weicht die Simulation im Mittel um 2,8 dB, die Rechnung um 2,3 dB von den Messwerten ab. Damit sind die beide Prädiktionmethoden zwar im Einzelfall aber nicht generalisierbar messgenau und eine gesicherte Vorhersage normativ geforderter Werte ist nicht möglich.

7.2.4 Frequenzabhängige Verstärkung

Die Darstellung des simulierten und gemessenen Verstärkungsmaßes in Terzändern dient der Beurteilung seiner praktischen Relevanz im jeweiligen Anwendungsfall. Abbildung 41 zeigt das frequenzabhängige Verstärkungsmaß exemplarisch für zwei unterschiedliche Konstellationen. In beiden Fällen wird der größte energetische Anteil der Verstärkung im Bereich $63 \text{ Hz} \leq f_m \leq 125 \text{ Hz}$ prädiziert. Dies entspricht gleichzeitig dem Frequenzbereich, in welchem das System mit der ersten selbsterhaltenden Oszillation instabil wird. Grundsätzlich ist eine tendenzielle Überschätzung der Messwerte durch die Simulation erkennbar. Die spektrale Verteilung des Verstärkungsmaßes wird simulativ in grober Näherung vorhergesagt. Eine wesentliche Abweichung besteht im Falle des Art715 im Raum SR C für $125 \text{ Hz} < f_m \leq 1 \text{ kHz}$. Diese simulative Überschätzung zeichnet sich ebenfalls in der RÜF \underline{H}'_{LH} ab, wie Abbildung 72 im Anhang zeigt und besteht auch für die anderen Mikrofone. Da für die RÜF \underline{H}_{QH} eine solche Tendenz nicht besteht, ist auf eine signifikante Differenz zwischen der Abstrahlung des realen Lautsprechers und dessen Modell zu schließen.

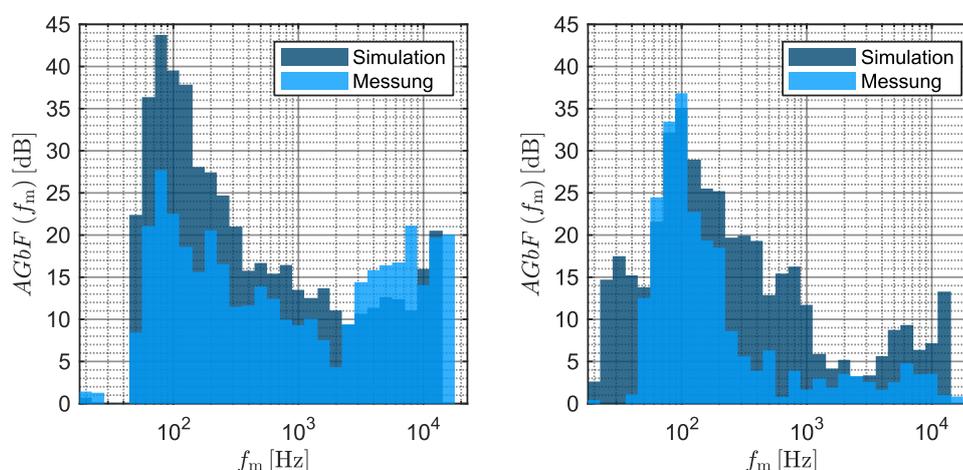


Abbildung 41: Gemessenes und simuliertes Verstärkungsmaß in Terzen
(links: VR A, VR5, e914 2, 23; rechts: SR C, Art715, e914 2, 23)

Die Abbildungen 42 bis 44 visualisieren die Differenzen zwischen Messung und Simulation terzbandabhängig. Weitere dieser Abbildungen sind im Abschnitt A.11 des Anhan- ges zu finden. Je Mikrofon- und Quellposition wurde dafür über alle Immissionspunkte arithmetisch gemittelt. Obschon keine gesicherte Normalverteilung vorliegt, wird die Standardabweichung genutzt, um die Streuung um den Mittelwert zu indizieren. Sie wird mit Fehlerbalken in den Diagrammen ausgewiesen.

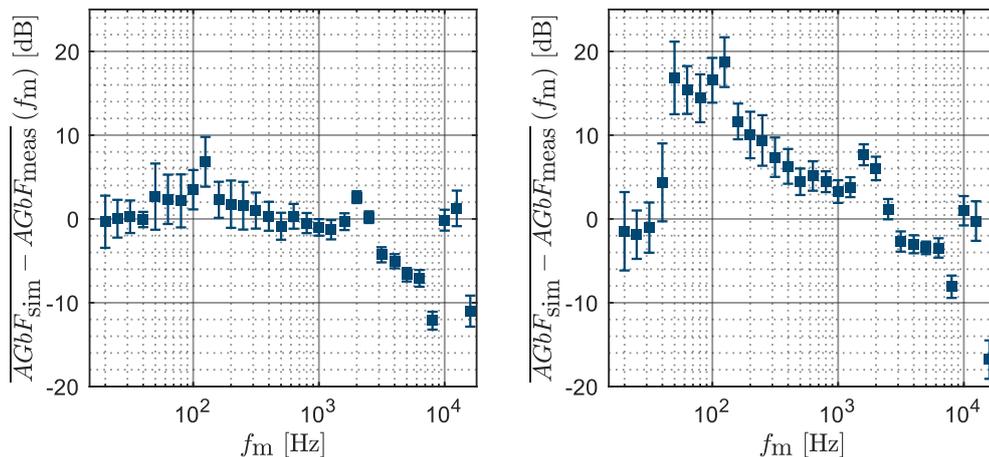


Abbildung 42: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: VR A, VR5, e914 1; rechts: VR A, VR5, e914 2)

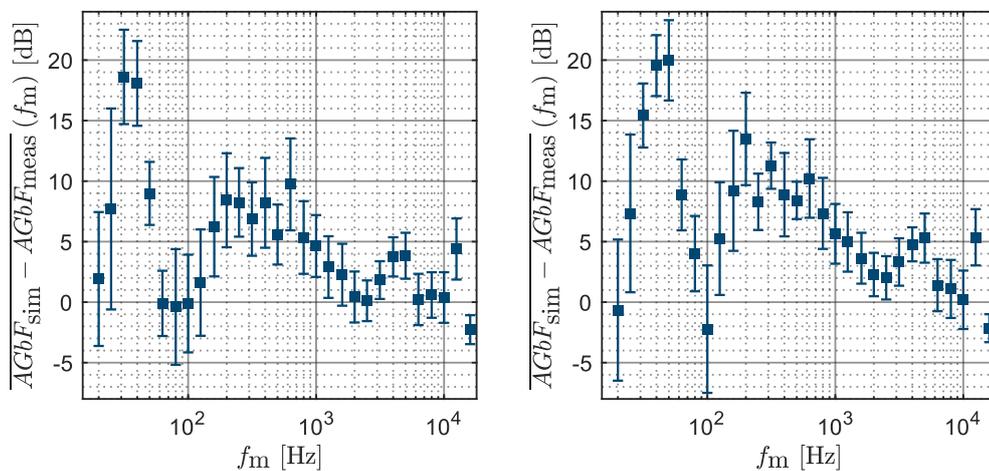


Abbildung 43: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: SR C, Art715, ME36 2; rechts: SR C, Art715, ME36 3)

Wiewohl es sich um das gleiche Mikrofon und den gleichen Lautsprecher handelt, differieren die Fehlermaße in Abbildung 42 erheblich. Quell- und Lautsprecherposition sind in beiden Konstellationen identisch. Die Position e914 2 befindet sich in einem Abstand von $d_{QM} = 0,08$ m, e914 1 in einem Abstand von $d_{QM} = 0,2$ m zur Quelle. Die Ursache des Fehlers ist damit auf die RÜF \underline{H}'_{QM} und \underline{H}''_{LM} einzugrenzen. Eine fehlerhafte

Abbildung des Mikrofons wird aufgrund des deutlich geringeren Fehlers für dasselbe Mikrofon im Raum *BR D* ausgeschlossen (siehe Abbildungen 78 und 79). Auch im Falle des Mikrofons *ME36* ist im Raum *BR D* ein Ansteigen des Fehlers mit der Verringerung des Abstandes d_{QM} festzustellen. Der geringe Abstand zwischen Quelle und Mikrofon unterschreitet die Gültigkeitsvoraussetzungen der geometrischen Akustik. Aufgrund des geringen Fehlers bei gleichen Abstandsbedingungen im Raum *BR D* wird im Falle *VR A*, *e914 2* jedoch von einem Messfehler infolge ungenauer Identifikation der Stabilitätsgrenze ausgegangen.

In allen Fehlerdiagrammen sind Abweichungen um $f_m = 2$ kHz erkennbar. Diese sind auf den Messfehler durch den verwendeten Dodekaederlautsprecher zurückzuführen. In den Räumen *VR A* und *BR D* besteht die größte Diskrepanz zwischen Messung und Simulation im Bereich $63 \text{ Hz} \leq f_m \leq 160 \text{ Hz}$. Hier liegt eine konsequente Überschätzung vor. Die größte Abweichung in Form einer Überschätzung besteht für den Raum *SR C*. Neben dem absoluten Fehler ist hier auch die Streuung deutlich höher als in den Ergebnissen der anderen Fallbeispiele. Die Überschätzung im Bereich $125 \text{ Hz} < f_m \leq 1 \text{ kHz}$ weist auch hier auf eine fehlerbehaftete Abbildung des Lautsprechers hin.

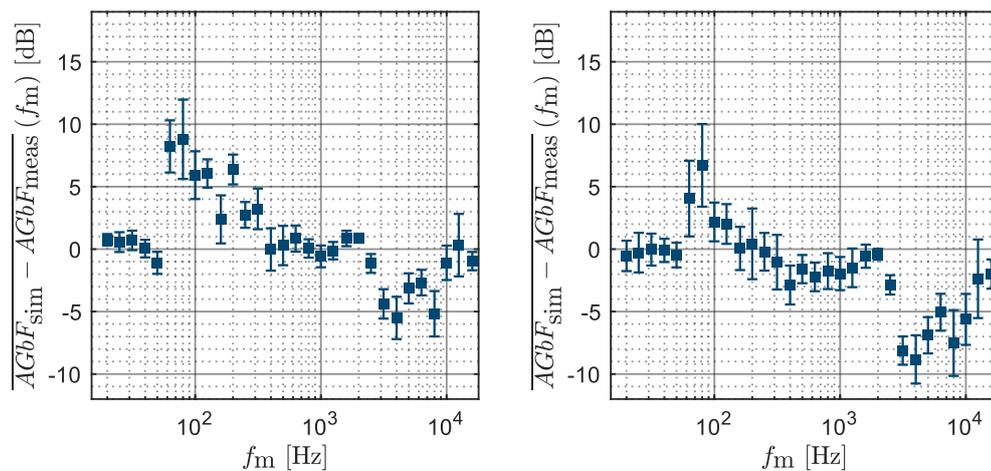


Abbildung 44: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: *BR D*, *VR5*, *e945 3*; rechts: *BR D*, *VR5*, *e945 4*)

Im Allgemeinen ist die geringste Abweichung zwischen Messung und Simulation für den Raum *BR D* festzustellen. Im Frequenzbereich menschlicher Sprache, $100 \text{ Hz} \leq f_m \leq 10 \text{ kHz}$ [Dickreiter 2014], beträgt die über die Terzen und Hörerorte gemittelte Pegeldifferenz zwischen Simulation und Messung $\overline{AGbF_{sim} - AGbF_{meas}} = -0,8 \text{ dB}$. Werden die Beträge der Pegeldifferenzen gemittelt, ergibt sich eine mittlere Abweichung von $\overline{|AGbF_{sim} - AGbF_{meas}|} = 2,2 \text{ dB}$. Bei arithmetischer Mittelwertbildung über alle untersuchten Konstellationen und zugehörige Hörerorte besteht eine Abweichung von 1,6 dB bzw. 4,3 dB bei Verwendung der Beträge.

7.3 Schleifenverstärkung und Systeminstabilität

Um diejenige Frequenz vorherzusagen, bei welcher das System zuerst instabil wird, bedarf es nicht nur einer genauen Simulation des Betrages, sondern eben auch des Phasenganges der Schleifenverstärkungsfunktion. Die geringe Differenz des $AGbF$ mit und ohne Berücksichtigung des Phasenkriteriums lässt auf eine hohe Dichte der detektierten Nullstellen in $\varphi_S(\omega)$ schließen. Abbildung 45 zeigt die kumulative Summe der Nullstellenanzahl $N_{NST}(f)$ über der Frequenz. In den simulierten Funktionen $\varphi_S(\omega)$ wird eine deutlich höhere Nullstellenzahl detektiert als in den Messungen. Hier zeigt sich die ungenügende Simulationsgenauigkeit der geometrischen Schallfeldsimulation in Bezug auf die Phasenlage. Der zur Frequenz proportionale Anstieg $N_{NST}(f)$ für $f > 2$ kHz weist in den simulierten Werten auf eine raumunabhängig konstante Nullstellendichte hin. Nach [Schroeder 1959] und [Kuttruff 2017] besteht für $f > f_{Schroeder}$ ein stochastisch überlagerter linearer Zusammenhang zwischen der Änderung des Phasenwinkels der RÜF und der Nachhallzeit. Mit zu höheren Frequenzen abfallender Nachhallzeit würde daraus ein Abflachen des Anstieges $N_{NST}(f)$ resultieren. Dies konnte jedoch in den Fallbeispielen dieser Arbeit nicht beobachtet werden. Die stochastische Verteilung der Nullstellen scheint zu dominieren.

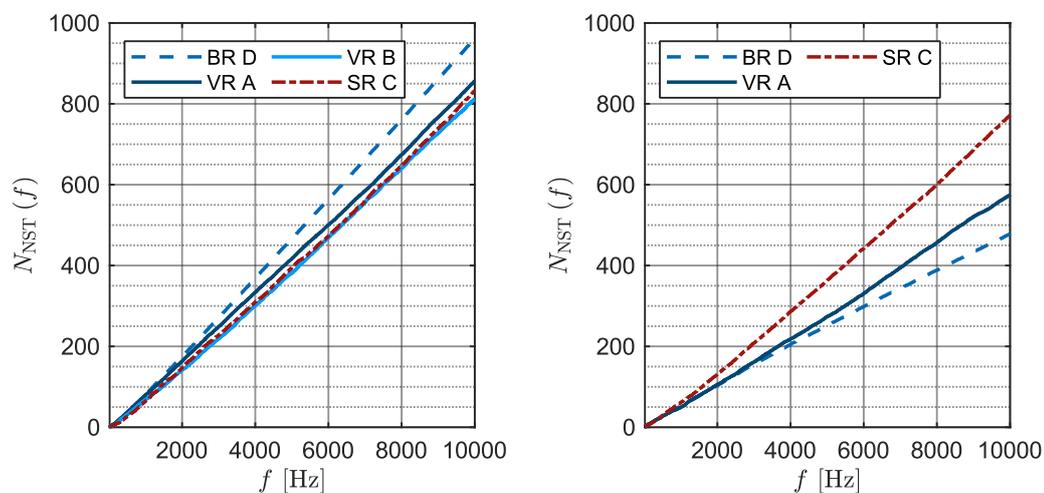


Abbildung 45: Kumulierte Anzahl detektierter Nullstellen im Phasengang der Schleifenverstärkungsfunktion (links: Simulation; rechts: Messung)

In der Praxis werden die kritischen Frequenzen durch den Betrieb der Anlage geringfügig oberhalb der Mitkopplungsschwelle ermittelt. Abbildung 46 zeigt in diesem Zustand gemessene Immissionsspektren. Die darin enthaltenen Extrema weisen die Frequenzen der selbsterhaltenden Oszillationen eindeutig aus. Das am weitesten herausstehende Maximum gehört zu der ersten Frequenz der Systeminstabilität.

Die kritische Frequenz mit dem höchsten Schleifenverstärkungsmaß ist diejenige, bei welcher die erste selbsterhaltende Oszillation vorhergesagt wird. Die Exaktheit dieser Prädiktion wird auch von der Identifikationsgenauigkeit der Nullstellen im Phasengang der Schleifenverstärkungsfunktion bestimmt. Systematisch ist diese durch die gewählte Frequenzauflösung auf eine Genauigkeit von $\pm 1,5$ Hz begrenzt.

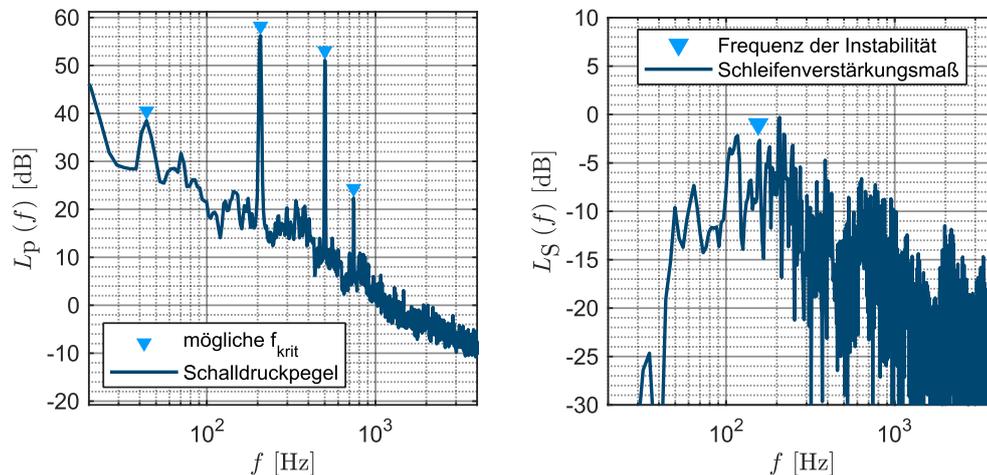


Abbildung 46: Links: möglicherweise kritischer Frequenzen aus dem gemessenen Schalldruckpegelspektrum bei Systeminstabilität; rechts: Prädiktion anhand der Schleifenverstärkungsfunktion (SR C, Art715, ME36 2, 104)

Tabelle 8 stellt den berechneten Frequenzen der Instabilität die gemessenen gegenüber. Die Frequenzen werden nicht korrekt prädiziert. Die fehlerhafte Vorhersage ist dem in 7.1.2 thematisierten Fehler in der simulierten RÜF zwischen Lautsprecher und Mikrofon zuzuschreiben. Nahezu alle Frequenzen der ersten selbsterhaltenden Schwingung liegen erwartungsgemäß im Bereich niedriger Frequenzen, welcher durch die wellenakustische Simulation abgedeckt wurde. Da der Betragsverlauf der RÜF speziell für die FEM im Raum *BR D* gute Übereinstimmungen mit der Messung zeigt, ist die Abweichung hauptsächlich auf eine fehlerhafte Prädiktion des Phasenganges zurückzuführen. Im Raum *SR C* werden für jede Position mikrofonunabhängig die gleichen Frequenzen für die Systeminstabilität vorhergesagt, während sie sich messtechnisch unterscheiden. Dies weist auf einen Fehler im simulativen Phasengang des Mikrofons durch die frequenzunabhängige Zuweisung von $\arg(\underline{H}_M(\omega)) = 0^\circ$ hin. Fehler im Phasengang des Lautsprechers sind jedoch ebenfalls möglich.

Tabelle 8: simulierte und gemessene erste Frequenz der Systeminstabilität

Raum	Mikrofon-Quell-Position	Simulation [Hz]	Messung [Hz]
VR A	e914 2	126	170
VR A	e945 2	126	3393
VR A	ME36 3	126	170
SR C	e914 2	155	126
SR C	e914 3	205	82
SR C	e945 2	155	3009
SR C	e945 3	155	208
SR C	ME36 2	205	554
SR C	ME36 3	155	208
BR D	e914 3	94	167
BR D	e914 4	94	114
BR D	e914 5	117	144
BR D	e914 6	179	144
BR D	e945 2	196	167
BR D	e945 3	208	167
BR D	e945 4	132	167

7.4 Änderung der Randbedingungen

Neben den absoluten Werten ist die Änderung der prädizierten Größe bei Anpassung der Randbedingungen für die Planung einer Beschallungsanlage relevant. Aus diesem Grund wird im Folgenden die Positionsänderung der Originalquelle inkl. Mikrofon sowie die Änderung des Verstärkungsmaßes durch die absorptiven Oberflächen im Raum *VR B* betrachtet.

7.4.1 Wahl des Mikrofons

Eine praktische Anwendung des Simulationsverfahrens besteht im Vergleich des *AGbF* für unterschiedliche Mikrofone und damit der Prüfung ihrer Eignung für den speziellen Anwendungsfall. Das bestgeeignete Mikrofon ist in erster Näherung dasjenige, mit dem das größte Verstärkungsmaß erzielt wird. Dabei entscheiden auch Pegeldifferenzen

unterhalb der Wahrnehmungsschwelle. Die Tabellen 9 bis 11 zeigen die über alle Hörerpositionen gemittelten Verstärkungsmaße aus Prädiktion und Messung mit einer Markierung des jeweils höchsten Wertes. Die spektrale Verteilung des Verstärkungsmaßes wird dabei nicht berücksichtigt.

In den Räumen *VR A* und *BR D* stimmen sowohl die simulativ als auch die deterministisch bestimmten Tendenzen überein. Hier kann simulativ das bestgeeignete Mikrofon vorherbestimmt werden. Dennoch besteht im Raum *VR A* eine Überschätzung des absoluten Verstärkungsmaßes. Dies gilt ebenfalls für den Raum *SR C*. Die deterministisch berechneten Werte liegen hier deutlich unterhalb der Simulation, sodass sie die tatsächlich gemessenen Werte besser approximieren. Die größte Differenz zwischen \overline{AGbF}_{det} und $\overline{AGbF}_{sim\ ges}$ besteht für den Raum *VR B*. Dabei unterscheiden sich auch die als am besten geeignet vorhergesagten Mikrofontypen.

Tabelle 9: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum *VR A*

	e914 2	e945 2
\overline{AGbF}_{det} [dB]	16,9	17,9
$\overline{AGbF}_{sim\ ges}$ [dB]	17,3	19,3
\overline{AGbF} [dB]	13,4	16,4

Tabelle 10: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum *SR C*

	e914 2	e945 2	ME36 2	e914 3	e945 3	ME36 3
\overline{AGbF}_{det} [dB]	9,5	10,4	11,1	9,6	10,6	11,3
$\overline{AGbF}_{sim\ ges}$ [dB]	13,4	14,7	15,1	11,7	13,6	14,4
$\overline{AGbF}_{meas\ ges}$ [dB]	10	8,8	13,5	9,1	9,8	13,1

Tabelle 11: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum *BR D*

	e914 3	e945 3	ME36 3
\overline{AGbF}_{det} [dB]	1,4	3,7	-2,5
$\overline{AGbF}_{sim\ ges}$ [dB]	2,8	5,5	1,2
$\overline{AGbF}_{meas\ ges}$ [dB]	3,5	3,9	2,8

Tabelle 12: Mittlerer AGbF bei unterschiedlichen Mikrofonen an gleicher Position im Raum VR B

	e914 1	e945 1	ME36 1	e914 2	e945 2	ME36 2
$\overline{AGbF}_{\text{det}}$ [dB]	16,6	17,3	18,2	16,2	16,6	17,5
$\overline{AGbF}_{\text{sim ges}}$ [dB]	26,9	32	30,5	28,1	31,8	29,7

Das numerisch simulierte Verstärkungsmaß in Terzbändern gibt deutlich detaillierteren Aufschluss über mögliche Verbesserungen bei Wechsel der Richtcharakteristik. Abbildung 47 stellt das Verbesserungsmaß bei Austausch des Mikrofons e914 (Niere) durch das ME36 (Hyperniere) im Raum SR C und dasjenige für den Austausch des Mikrofons e914 durch das e945 (Superniere) im Raum VR A dar. Die Abbildungen im Anhang A.14 zeigen weitere Beispiele. Es ist eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung für $f_m \geq 125$ Hz festzustellen. Die Abweichungen für niedrigere Frequenzen sind der Messungenauigkeit in Folge unzureichender Anregung zuzuschreiben. Die in 7.1.1 thematisierte fehlerbehaftete Prädiktion der Nachhallzeit im Raum SR C hat dabei geringen Einfluss auf das Verbesserungsmaß. Die Ansicht der Terzpegelspektren bescheinigt der Simulation eine höhere Prädiktionsgenauigkeit für den Einfluss des Mikrofons als sich aus dem Einzahlwert ableiten ließe.

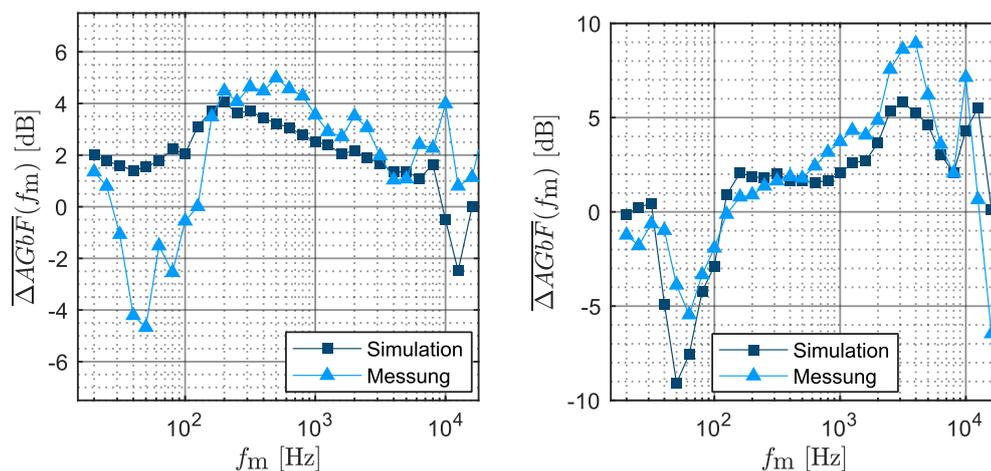


Abbildung 47: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: ME36 2 gegen e914 2, SR C; rechts e945 2 gegen e914 2, VR A)

7.4.2 Position von Quelle und Mikrophon

Bei freier Schallausbreitung sinkt der Betrag der Schleifenverstärkungsfunktion mit dem Quadrat des Abstandes. Mit wachsender Entfernung zwischen Lautsprecher und

Mikrofon wird ein größeres Verstärkungsmaß erzielt. Dies trifft in geschlossenen Räumen aufgrund der an den Grenzflächen reflektierten Schallenergie nicht zu.

Das für Freifeldbedingungen berechnete Verstärkungsmaß wächst mit der Erhöhung der Distanzen d_{LM} und d_{QH} erwartungsgemäß, wie Tabelle 13 zeigt. Für die Rechnung nach [Ahnert 2022] und die Simulation verändert es sich jedoch scheinbar marginal. Das Mikrofon befindet sich außerhalb des Hallabstandes, womit die unveränderten Werte für $\overline{\Delta AGbF}_{det}$ zu erklären sind. Auch für den Raum *SR C* sagt $\overline{\Delta AGbF}_{det}$ keine Änderung des maximalen Verstärkungsmaßes voraus. Mit der Simulation wird hingegen eine minimale Verringerung des *AGbF* vorhergesagt. Die prädierten und gemessenen mittleren Verbesserungsmaße sind jedoch so gering, dass praktisch von keiner Veränderung der maximalen Verstärkung durch Positionsänderung auszugehen ist. Die Fehlertoleranz eines Schalldruckpegelmessgerätes der Klasse 2 nach [Norm DIN EN 61672-1] liegt mit ± 1 dB [Feldmann 2009] bereits oberhalb der vorhergesagten Verbesserungsmaßes.

Tabelle 13: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon

Raum	Mikrofon	$\overline{\Delta AGbF}_{det FF}$	$\overline{\Delta AGbF}_{det}$	$\overline{\Delta AGbF}_{sim ges}$	$\overline{\Delta AGbF}_{meas ges}$
	ME36	7,3 dB	0,7 dB	0,8 dB	
VR B	e914	7,3 dB	0,4 dB	-1,2 dB	
	e945	7,3 dB	0,7 dB	0,2 dB	
	ME36	3,8 dB	0,2 dB	-0,8 dB	-0,3 dB
SR C	e914	3,8 dB	0,1 dB	-1,7 dB	-1 dB
	e945	3,8 dB	0,2 dB	-1,1 dB	1 dB

Das Verstärkungsmaß in Terzbändern in Abbildung 48 zeigt, dass für den Frequenzbereich menschlicher Sprache eine mittlere Steigerung von 3,8 dB für das *e914* bzw. 3,0 dB für das *ME36* durch die Positionsänderung erreicht wird. Für $f_m \leq 125$ Hz ist die Streuung sehr hoch, wenngleich auch dort eine Verstärkung verzeichnet wird. Die Zusammenfassung der Terzpegel maskiert diese Verbesserung. Während sich die absoluten Verbesserungsmaße zwischen den Mikrofonen unterscheiden, bleibt der qualitative Kurvenverlauf des Terzspektrums gleich. Dies impliziert, dass der Frequenzgang des Verbesserungsmaßes nicht von den Richteigenschaften des Mikrofons, sondern von den Abstrahleigenschaften des Lautsprechers und dem resultierenden Raumschallfeld abhängt.

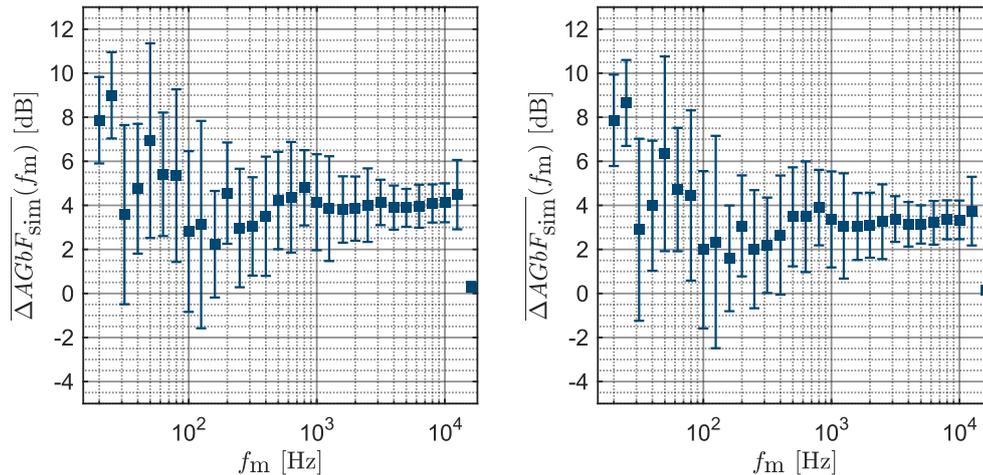


Abbildung 48: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (links: VR B, GeoM6, e914; rechts: VR B, GeoM6, ME36)

Abbildung 49 zeigt das simulativ prädizierte Verbesserungsmaß im Vergleich zu gemessenen Werten. Erneut besteht mit der Abweichung zwischen 100 Hz und 250 Hz der Hinweis auf die fehlerbehaftete Abbildung des Lautsprechers. Allgemein liegen die Messwerte unterhalb der Vorhersage, wenngleich die absolute Differenz gering ist. Für diesen Raum wird keine Verbesserung des $AGbF$ durch die Positionsänderung von Mikrofon und Originalquelle erreicht. Nichtsdestotrotz verändert sich im Falle des e914 die Rückwirkung bei hohen Frequenzen derart, dass sich die erste Frequenz der Instabilität von ca. 3010 Hz auf 85 Hz verschiebt (siehe Tabelle 8).

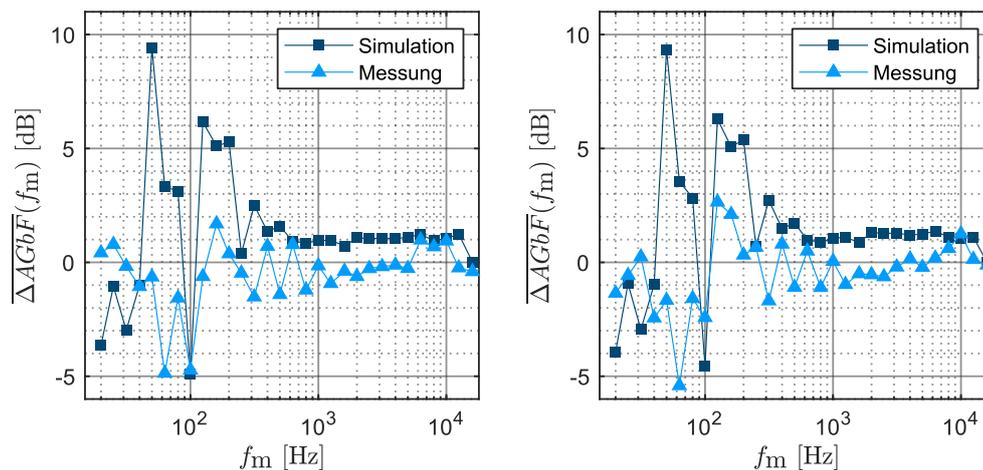


Abbildung 49: Simuliertes und gemessenes mittleres Verbesserungsmaß bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (links: SR C, Art715, e914; rechts: SR C, Art715, ME36)

7.4.3 Absorptionsmaßnahmen im Zuschauerraum

Die Modellierung des Raumes *VR B* in zwei unterschiedlichen Zuständen zeigt den Einfluss der absorbierenden Grenzflächen im Zuschauerraum. Tabelle 14 listet das Verbesserungsmaß des *AGbF* bei Einbringung absorbierender Grenzflächen auf. Der deterministische und der numerische Ansatz liefern dabei Werte in gleicher Größenordnung. Simulativ wird ein im Mittel 0,7 dB höheres Verbesserungsmaß prädictiert.

Abbildung 50 zeigt das über alle Hörerorte gemittelte Verbesserungsmaß exemplarisch. Vergleichend wird die rechnerische Pegeländerung des Schalldruckes im Diffusfeld dargestellt. A_2 ist dabei die äquivalente Absorptionsfläche bei eingebrachten Absorbentien, A_1 diejenige bei Absorption ausschließlich im Bühnenhaus. Ein Vergleich zu den im Anhang A.15 dargestellten Verstärkungsmaßen der weiteren Mikrofone zeigt, dass der Einfluss ihrer Übertragungscharakteristika in diesem Fall vernachlässigbar gering ist.

Tabelle 14: Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung von Absorptionsmaßnahmen im Zuschauerraum *VR B*

Mikrofon- Quell-Position	$\overline{\Delta AGbF}_{det}$ [dB]	$\overline{\Delta AGbF}_{sim ges}$ [dB]
ME36 1	10	10,8
ME36 2	9,4	11,3
e914 1	10,1	8,7
e914 2	9,7	10,6
e945 1	10	9,6
e945 2	9,4	11,6

Wenngleich eine Korrelation zwischen der Änderung der Diffusfeldenergie und der des prädictierten Verbesserungsmaßes erkennbar ist, bestehen Differenzen vorwiegend für $f > 2$ kHz. Damit bestimmt die Energiedichte des diffusen Schallfeldes nicht allein über die Änderung des *AGbF*. Aufgrund der stark in den Zuschauerraum gerichteten Abstrahlung des Lautsprechers bei hohen Frequenzen wird die zugehörige Energie dem Schallfeld entzogen, bevor sie auf das Mikrofon rückwirken kann. Das entspricht der gezielten Dämpfung erster Reflexionen, wie sie in [Terrell, Reiss 2009] benannt wurde. Wie in [Kroher 2011] angedeutet, beeinflusst die äquivalente Absorptionsfläche den *AGbF*. Für gerichtet abstrahlende Schallquellen besteht jedoch keine direkte Proportionalität.

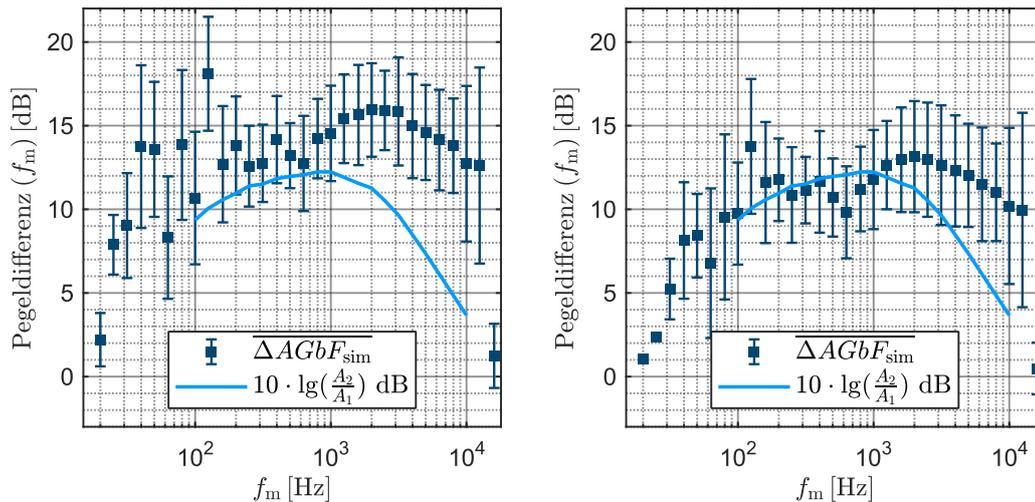


Abbildung 50: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, e945 1; rechts: VR B, GeoM6, e945 2)

Während deterministisch stets für die Mikrofon-Quell-Position 1 ein höheres Verbesserungsmaß vorhergesagt wird, profitieren nach numerischer Simulation die Mikrofone an Position 2 stärker von der zusätzlichen Absorption. In letztgenanntem Fall ist die Verbesserung an der näher am Lautsprecher gelegenen Mikrofonposition geringer als bei der entfernten. Dies lässt auf einen stärkeren Einfluss der Reflexionen aus dem Zuschauerraum an der entfernteren Position schließen. Die Erhöhung der äquivalenten Absorptionsfläche im Zuschauerraum mindert die von dort ins Bühnenhaus reflektierte Schallenergie. Die Steigerung der maximalen Verstärkung durch Absorption im Zuschauerraum ist damit abhängig von der Position des Mikrofons auf der Bühne.

7.5 Praktische Anwendung

Die einfache Rechnung allein auf Basis der Abstände benötigt die wenigsten Eingabeparameter, resultiert jedoch in konsequenter Überschätzung des maximalen Verstärkungsmaßes. Die Methode kann somit ausschließlich ein unzureichendes Verstärkungsmaß nachweisen. Sofern das nach dieser Methode berechnete Verstärkungsmaß nicht den Anforderungen genügt, wird in der Praxis kein höherer Wert erreicht. Für die Planung einer Beschallungsanlage ist die Prädiktionsgenauigkeit der Methode als unzureichend zu bewerten.

Die Ergebnisse der deterministischen Methode nach [Ahnert 2022] approximieren die gemessenen Werte erheblich genauer. Das Verfahren benötigt jedoch mehr Eingabeparameter. Analog zur numerischen Simulation sind die Richtungsfaktoren von Lautsprecher und Mikrofon in Abhängigkeit von Winkel und Frequenz nötig. Zusätzlich müssen das Raumvolumen und die frequenzabhängige Nachhallzeit bekannt sein. Liegt

letztgenannte nicht aus einer Messung vor, muss sie rechnerisch über die Formel nach Eyring [Eyring 1930] oder Sabine (siehe z.B. [Fasold, Veres 1998, S. 136–140; Sinam-bari, Sentpali 2020, S. 418 f.]) abgeschätzt bzw. numerisch ermittelt werden. Für die numerische Berechnung der Nachhallzeit sind die erforderlichen Eingabedaten identisch mit denen für die geometrisch simulative Methode.

Das deterministische Verfahren liefert prinzipiell das maximale Verstärkungsmaß als Einzahlwert. Plausible Ergebnisse werden bei Verwendung des Minimalwertes aus der Rechnung in Terzbändern erzielt, was frequenzabhängige Eingabedaten erfordert. Der Einzahlwert gibt keinen Aufschluss über die spektrale Verteilung des Verstärkungsmaßes und somit die praktische Relevanz der Verstärkung. Die Übertragungseigenschaften der Anlage müssen separat untersucht werden.

In Betracht des geringen absoluten Fehlers in den prädizierten Einzahlwerten sind sowohl der deterministische Ansatz als auch die simulative Methode als Planungswerkzeuge anwendbar. Zur Berücksichtigung des unter 7.2.2 aufgezeigten Fehles ist dabei ein Sicherheitsmaß von 3 dB einzusetzen.

Der Aufwand zur Gewinnung aller erforderlichen Randbedingungen stellt ein Hindernis für die praktische Anwendung dar. Die Untersuchungen vorliegender Arbeit zeigen jedoch, dass bereits Approximationen zur guten Annäherung real gemessener RÜF genügen. Dies setzt die Kenntnis des detaillierten Aufbaus von Wänden und Decken voraus.

Gegenwärtig ist der Einsatz der Computersimulation zur Planung einer Beschallungsanlage gängige Praxis [Feistel, Ahnert 2022; Ahnert, Goertz 2008]. Im Rahmen dieser raumakustischen Simulation besteht in der Anwendung kein Mehraufwand zur Ermittlung der RÜF. Ein zusätzlicher Aufwand besteht jedoch bei der Beschreibung des Mikrofons. In der in dieser Arbeit vorgestellten Fassung, ist sowohl die Beschreibung des Mikrofons als auch die Schnittstelle zwischen der numerischen Simulation des Raumschallfeldes durch den jeweiligen Anwender abzubilden. Mit einer Automatisierung durch die Integration in ein bestehendes Softwarepaket ginge eine starke Reduktion des praktisch relevanten Zeitaufwandes einher.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die Vermeidung wahrnehmbarer Klangänderungen aufgrund der elektroakustischen Mitkopplung ist eines der Ziele bei der Planung einer Beschallungsanlage. Zielstellung der Untersuchungen vorliegender Arbeit war es, Möglichkeiten zur Prädiktion des *Acoustic Gain before Feedback AGbF* aufzuzeigen. Der Fokus lag hierbei auf dem Einsatz moderner Methoden der Schallfeldsimulation anhand konkreter Fallbeispiele.

Im Rahmen vorliegender Arbeit wurde eine Simulationsmethode für den *AGbF* auf Basis eines systemtheoretischen Modelles und unter Verwendung der geometrischen Schallfeldsimulation sowie der FEM entwickelt. Aufgrund ihrer Bedeutung für das erreichbare Verstärkungsmaß wurden darin zudem die frequenz- und winkelabhängigen Empfindlichkeiten von Mikrofon und Lautsprecher modelliert.

Die Ergebnisse der numerischen Simulation wurden mit zwei bestehenden Verfahren verglichen sowie deren praktische Relevanz diskutiert. Für eine realitätsbezogene Validierung der Ergebnisse wurde ein Messverfahren zur Ermittlung des *AGbF* vorgestellt. Die simulierten oder berechneten Verstärkungsmaße weichen im Mittelwert geringfügig, im Einzelfall jedoch mitunter stark von den Messergebnissen ab.

8.1 Schallfeldsimulation

Die FEM ist für die Simulation der Raumübertragungsfunktionen sehr leistungsfähig, sodass bei physikalisch motivierter Approximation der Randbedingungen die gemessenen gut mit den simulierten RÜF übereinstimmen. Der Aufwand hinsichtlich Rechenzeit und Arbeitsspeicher ist jedoch sehr hoch. Um letzteren deutlich zu minimieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein iterativer Lösungsansatz mit Vorkonditionierung verwendet, sodass ihre praktische Anwendung in der Raumakustik möglich ist.

Auch die Leistungsfähigkeit der geometrischen Simulation wird durch die Randbedingungen bestimmt. Der Betragsverlauf der RÜF sowie die Nachhallzeit können qualitativ angenähert werden. Sie steht der wellenakustischen Schallfeldsimulation dennoch deutlich nach. Die ungenaue Simulation der Phasenspektren zu Fehlern im prädizierten *AGbF*. So werden die ersten Frequenzen der Systemstabilität für $f > 200$ Hz nicht korrekt vorherbestimmt.

8.2 Prädiktionsgenauigkeit

Die Vorhersage des *Acoustic Gain before Feedback* ist mit unterschiedlichen Methoden möglich. Die Abschätzung allein auf Basis der Distanzen zwischen den Emissions- und

Immissionspunkten genügt nicht zur Planung einer Beschallungsanlage. Tabelle 15 listet deshalb grundlegende Differenzen zwischen dem komplexen deterministischen Ansatz und der numerischen Simulation auf. Der praktische Aufwand zur Gewinnung der erforderlichen Eingabedaten ist für beide Methoden hoch. Dennoch bestimmt die korrekte Approximation der Randbedingungen über die absolute Prädiktionsgenauigkeit. Der zum Nachweis der exakten Vorhersage erforderliche maximale Fehler von 1 dB wird mit keiner der betrachteten Methoden erreicht. Unter Verwendung eines Sicherheitsmaßes sind die Methoden jedoch als Planungswerkzeug einsetzbar.

Tabelle 15: Differenzen zwischen der bestehenden Berechnungsmethoden und der numerischen Simulation des AGbF

	deterministische Rechnung	numerische Simulation
Eingabeparameter Raum	<ul style="list-style-type: none"> • äquivalente Absorptionsfläche (ggf. aus separater Simulation) • Positionen und Winkel 	<ul style="list-style-type: none"> • dreidimensionales Modell • Positionen und Winkel • Streugrade • Absorptionsgrade • Wandimpedanzen
Rechenaufwand	gering	hoch
Ausgabe	Einzahlwert	Terzspektrum
mittlerer Fehler Einzahlwert	$ \overline{AGbF_{det} - AGbF_{meas}} = 2,3 \text{ dB}$	$ \overline{AGbF_{sim ges} - AGbF_{meas}} = 2,8 \text{ dB}$
mittlerer Fehler im Sprachbereich		$ \overline{AGbF_{sim} - AGbF_{meas}} = 4,3 \text{ dB}$

Ein praktisch relevanter Vorteil der im Rahmen vorliegender Arbeit entwickelten Simulation gegenüber den bestehenden Methoden ist die frequenzabhängige Darstellung des maximalen Verstärkungsmaßes. Die Prädiktion ist dabei jedoch ebenfalls nicht messgenau, wiewohl die spektrale Verteilung qualitativ angenähert wird.

Der Vergleich unterschiedlicher Mikrofone hinsichtlich der Stabilitätsgrenze ist ungeachtet der absoluten Werte sowohl auf deterministischer als auch auf simulativer Basis durchführbar. Die eindeutige Bewertung des Verbesserungsmaßes ist dabei nur mit der frequenzabhängigen Simulation möglich. Der Einfluss des Simulationsfehlers in den Übertragungsfunktionen ist dabei gering.

Trotz der systemtheoretischen Änderung hat die Mikrofonposition außerhalb des Hallabstandes keine Relevanz für den AGbF. Hierbei überschätzt die Simulation die tatsächliche Änderung geringfügig.

Das maximal erreichbare Verstärkungsmaß wächst in zusätzlicher Abhängigkeit vom Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon mit der Absorptionsfläche im Zuschauer-raum. Der Einfluss zusätzlicher Absorptionsfläche wird rechnerisch wie simulativ abgebildet. Aufgrund der gerichteten Abstrahlung des Lautsprechers besteht jedoch kein proportionaler Zusammenhang zwischen äquivalenter Absorptionsfläche und erreichbarer Verstärkung.

8.3 Weiterführende Untersuchungen

Im ersten Schritt weiterführender Betrachtungen sind die Randbedingungen der Schallfeldsimulation zu überarbeiten. Für die praktische Anwendung der FEM in der Raumakustik könnte eine Messdatenbank der Wandimpedanz gebräuchlicher Strukturen aufgebaut werden. Obschon im Einzelfall bereits eine hohe Genauigkeit erzielt wurde, ist davon auszugehen, dass der Fehler zu realen Messergebnissen unter Einsatz gemessener Randbindungen wie der Schalleistung der Quelle und aller Wandimpedanzen weiter sinkt. Hierzu zählt insbesondere die Abbildung des Phasenganges aller RÜF, dessen korrekte Simulation ein wesentlicher Aspekt der Weiterentwicklung ist. Hierzu kann zunächst der wellenakustisch simulierte Frequenzbereich vergrößert werden. Dies erfordert die Überarbeitung des Modelles, da die Richtcharakteristik einfacher Mehrwege-Punktquellenlautsprecher für Frequenzen $f > 300$ Hz zu berücksichtigen ist.

Im Rahmen vorliegender Arbeit wurden ausschließlich Punktquellenlautsprecher betrachtet. In praktischen Beschallungsaufgaben finden jedoch häufig Line-Arrays Anwendung. Folglich ist die Erweiterung der Simulation um die Abbildung nicht idealer Linienquellen nötig. Diesbezüglich ist eine Ausgabeschnittstelle für die geometrische Simulation zu erstellen und eine simplifizierte Abbildung des Lautsprecherarrays in der wellenakustischen Simulation festzulegen.

Zur praktischen Anwendung des untersuchten Simulationsverfahrens bietet sich die Integration in ein bestehendes Softwarepaket an. Hierdurch würde sich die Anzahl der vom Nutzer einzugebenden Parameter gegenüber der alleinstehenden Anwendung deutlich reduziert.

Das vorgestellte Messverfahren kann in zwei wesentlichen Punkten weiterentwickelt werden. Die Originalquelle ist durch eine kompaktere omnidirektionale Schallquelle mit einer über der Frequenz konstanten Abstrahlung im Nahfeld zu substituieren. Weiterhin könnten die Messergebnisse durch den Einsatz eines Algorithmus zur Feedbackdetektion homogenisiert und damit verbessert werden. Die automatisierte Einstellung der maximalen elektrischen Verstärkung trüge zur Steigerung der Wiederholgenauigkeit bei.

Literaturverzeichnis

Die verwendeten Referenzen werden in Literatur und Quellen unterschieden. Während die Literatur aktuelles Wissen wiedergibt, werden die Quellen zum Gegenstand der Untersuchungen oder Weisen den Ursprung bestimmter Kenndaten nach. Bei den Quellen handelt es sich beispielsweise um Herstellerangaben in Form von Datenblättern oder Bedienungsanleitungen.

Literatur

- [Ahnert 2022] AHNERT, Wolfgang: *System Design Approaches*. In: AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk (Hrsg.). *Sound Reinforcement for Audio Engineers*. Milton, New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2022, S. 173–214
- [Ahnert, Feistel 2009] AHNERT, Wolfgang; FEISTEL, Stefan: *Einmessung und Verifizierung raumakustischer Gegebenheiten und von Beschallungsanlagen*. In: MÖSER, Michael (Hrsg.). *Messtechnik der Akustik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 115–184
- [Ahnert, Feistel 2023] AHNERT, Wolfgang; FEISTEL, Stefan: *Fortschritte im Projektdesign auf Basis von akustischen Simulationen*. In: Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. (Hrsg.). *Fortschritte der Akustik - DAGA 2023: 49. Jahrestagung für Akustik, 06.-09. März 2023 in Hamburg*, 2023, S. 1304–1306
- [Ahnert, Goertz 2008] AHNERT, Wolfgang; GOERTZ, Anselm: *Beschallungstechnik, Beschallungsplanung und Simulationen*. In: WEINZIERL, Stefan (Hrsg.). *Handbuch der Audio-technik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 491–549
- [Ahnert, Noy 2022] AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk: *Room Acoustics and Sound System Design*. In: AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk (Hrsg.). *Sound Reinforcement for Audio Engineers*. Milton, New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2022, S. 20–67
- [Ahnert, Tennhardt 2008] AHNERT, Wolfgang; TENNHARDT, Hans-Peter: *Raumakustik*. In: WEINZIERL, Stefan (Hrsg.).

- Handbuch der Audiotechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 181–266
- [Aretz et al. 2009] ARETZ, Marc; NÖTHEN, René; VORLÄNDER, Michael; SCHRÖDER, Dirk: *Combined broadband impulse responses using FEM and hybrid ray-based methods*. In: *Proc. of the EAA Symposium on Auralization*, 2009
- [Bartsch 2003] BARTSCH, Guido: *Effiziente Methoden für die niederfrequente Schallfeldsimulation*. Zugl.: Aachen, Techn. Hochsch., Diss., 2002 (Driesen Edition Wissenschaft). Taunusstein: Driesen, 2003
- [Behler 2022a] BEHLER, Gottfried K.: *Loudspeakers*. In: AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk (Hrsg.). *Sound Reinforcement for Audio Engineers*. Milton, New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2022, S. 68–107
- [Behler 2022b] BEHLER, Gottfried K.: *Microphones*. In: AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk (Hrsg.). *Sound Reinforcement for Audio Engineers*. Milton, New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2022, S. 108–130
- [Beranek 1993] BERANEK, Leo Leroy: *Acoustics*. 1993 Edition. New York, N.Y.: American Inst. of Physics, 1993
- [Bernstein 2019] BERNSTEIN, Herbert: *Elektroakustik: Mikrofone, Klangstufen, Verstärker, Filterschaltungen und Lautsprecher*. 2., aktualisierte Auflage. Wiesbaden, Heidelberg: Springer Vieweg, 2019
- [Boner, Boner 1966] BONER, C. P.; BONER, C. R.: *Behavior of Sound System Response Immediately Below Feedback*. In: *Journal of the Audio Engineering Society* Volume 14 (1966), Nr. 3, S. 200–203
- [Boner, Boner 1969] BONER, C. Paul; BONER, Richard E.: *The Gain of a Sound System*. In: *Journal of the Audio Engineering Society* Volume 17 (1969), Issue 2, S. 147–150
- [Brekhovskikh, Godin 1990] BREKHOVSKIKH, Leonid M.; GODIN, Oleg A.: *Acoustics of Layered Media I: Plane and Quasi-Plane Waves* (Springer Series on Wave Phenomena 5). Berlin, Heidelberg: Springer, 1990

- [Brinkmann et al. 2019] BRINKMANN, Fabian; ASPÖCK, Lukas; ACKERMANN, David; LEPA, Steffen; VORLÄNDER, Michael; WEINZIERL, Stefan: *A round robin on room acoustical simulation and auralization*. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 145 (2019), Nr. 4, S. 2746–2760
- [Bürck 1938] BÜRCK, Werner: *Akustische Rückkopplung und Rückwirkung*. Würzburg: Konrad Triltsch Verlag, 1938
- [Cipriano et al. 2015] CIPRIANO, Renato; HERSBERGER, Robi; HAUSER, Gabriel; NOY, Dirk; STORYK, John: *Low Frequency Behavior of Small Rooms*. Convention Paper 9461. In: *139rd Audio Engineering Society Convention*. New York, 2015
- [Cox, D'Antonio 2017] COX, Trevor J.; D'ANTONIO, Peter: *Acoustic absorbers and diffusers: Theory, design and application*. Third edition. Boca Raton: CRC Press, 2017
- [D'Appolito 1999] D'APPOLITO, Joseph: *Lautsprecher-Meßtechnik: PC-gestützte Analyse analoger Systeme*. Aachen: Elektor-Verl., 1999
- [Davis 1969] DAVIS, Don: *Analyzing Loudspeaker Location for Sound Reinforcement Systems*. In: *Journal of the Audio Engineering Society* Volume 17 (1969), Issue 6, S. 685–689. URL <http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=1537> – Überprüfungsdatum 02.10.2022
- [Delany M. E., Bazley 1970] DELANY M. E.; BAZLEY, E. N.: *Acoustical Properties of Fibrous Absorbent Materials*. In: *Applied Acoustics* Volume 3 (1970), S. 105–116
- [Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. 2006] DEUTSCHE GESELLSCHAFT FÜR AKUSTIK E.V.: *DEGA-Empfehlung 101: Akustische Wellen und Felder*. Berlin: 2006
- [Dickreiter 2014] DICKREITER, Michael: *Schallquellen*. In: DICKREITER, Michael; DITTEL, Volker; HOEG, Wolfgang; WÖHR, Martin (Hrsg.). *Handbuch der Tonstudioteknik*. 8., überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin: de Gruyter; Saur, 2014, S. 66–114

- [El-Messiry 1989] EL-MESSIRY, Mohamed A.: *Effect of orientation and directional factors of loudspeakers on the acoustic feedback*. In: *Applied Acoustics* 26 (1989), Nr. 4, S. 293–303
- [Erlangga 2008] ERLANGGA, Yogi A.: *Advances in Iterative Methods and Preconditioners for the Helmholtz Equation*. In: *Archives of Computational Methods in Engineering* 15 (2008), Nr. 1, S. 37–66
- [Everest, Pohlmann 2022] EVEREST, Frederick Alton; POHLMANN, Ken C.: *Master handbook of acoustics*. Seventh Edition. New York, Chicago: McGraw Hill, 2022
- [Eyring 1930] EYRING, Carl F.: *Reverberation Time in "Dead" Rooms*. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 1 (1930), 2A, S. 168
- [Fasold, Veres 1998] FASOLD, Wolfgang; VERES, Eva: *Schallschutz und Raumakustik in der Praxis: Planungsbeispiele und konstruktive Lösungen*. 1. Aufl. Berlin: Verl. für Bauwesen, 1998
- [Fastl, Zwicker 2007] FASTL, Hugo; ZWICKER, Eberhard: *Psychoacoustics: Facts and models*. 3rd edition (Springer series in information sciences 22). Berlin, New York: Springer, 2007
- [Feistel, Ahnert 2007] FEISTEL, Stefan; AHNERT, Wolfgang: *Modelling of Loudspeaker Systems Using High-Resolution Data*. In: *Journal of the Audio Engineering Society* Vol. 55 (2007), Nr. 7/8, S. 571–597
- [Feistel, Ahnert 2022] FEISTEL, Stefan; AHNERT, Wolfgang: *Acoustic Modelling - Basics*. In: AHNERT, Wolfgang; NOY, Dirk (Hrsg.). *Sound Reinforcement for Audio Engineers*. Milton, New York: Routledge Taylor & Francis Group, 2022, S. 251–282
- [Feistel, Ahnert, Bock 2005] FEISTEL, Stefan; AHNERT, Wolfgang; BOCK, Steffen: *New Data Format to Describe Complex Sound Sources*. Convention Paper 6631. In: *119th Audio Engineering Society Convention*. New York, 2005
- [Feldmann 2009] FELDMANN, Joachim: *Schallpegelmesstechnik und ihre Anwendung*. In: MÖSER, Michael (Hrsg.).

- Messtechnik der Akustik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, S. 55–114
- [Friesecke 2007] FRIESECKE, Andreas: *Die Audio-Enzyklopädie: Ein Nachschlagewerk für Tontechniker*. München: Saur, 2007
- [Frisch 2004] FRISCH, H.: *Beschallungstechnik*. In: MÜLLER, Gerhard; MÖSER, Michael (Hrsg.). *Taschenbuch der Technischen Akustik*. Dritte, erweiterte und überarbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004, S. 441–459
- [Girod, Rabenstein, Stenger 2003] GIROD, Bernd; RABENSTEIN, Rudolf; STENGER, Alexander: *Einführung in die Systemtheorie: Signale und Systeme in der Elektrotechnik und Informationstechnik ; mit 113 Beispielen sowie 200 Übungsaufgaben mit Lösungen*. 2., korrigierte und aktualisierte Aufl. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: Teubner, 2003
- [Goertz 1996] GOERTZ, Anselm: *Einsatz von digitalen Filtern zur Vermeidung der akustischen Rückkopplung in Beschallungsanlagen*. Aachen, RWTH Aachen. Dissertation. 1996
- [Goertz 2008] GOERTZ, Anselm: *Lautsprecher*. In: WEINZIERS, Stefan (Hrsg.). *Handbuch der Audiotechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008
- [Hübelt, Schmid 2006] HÜBELT, Jörn; SCHMID, Hella: *Charakterisierung der akustischen Eigenschaften offenporiger Straßenbeläge: Bericht zum Forschungsprojekt 02.239-2003-LRB* (Berichte der Bundesanstalt für Straßenwesen V, Verkehrstechnik 133). Bremerhaven: Wirtschaftsverl. NW Verl. für neue Wissenschaft GmbH, 2006
- [Koch, Stämpfle 2018] KOCH, Jürgen; STÄMPFLE, Martin: *Mathematik für das Ingenieurstudium*. 4., aktualisierte Auflage. München: Hanser, 2018
- [Kroher 2011] KROHER, Nadine: *Acoustic feedbacks in sound reinforcement systems: Investigating the Larsen effect*. Saarbrücken: AV Akademikerverlag, 2011

- [Kuttruff 2017] KUTTRUFF, Heinrich: *Room acoustics*. Sixth edition. Boca Raton, London, New York: CRC Press/Taylor & Francis Group, 2017
- [Kuttruff, Mommertz 2004] KUTTRUFF, Heinrich; MOMMERTZ, E.: *Raumakustik*. In: MÜLLER, Gerhard; MÖSER, Michael (Hrsg.). *Taschenbuch der Technischen Akustik*. Dritte, erweiterte und überarbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004, S. 331–366
- [Lerch, Sessler, Wolf 2009] LERCH, Reinhard; SESSLER, Gerhard Martin; WOLF, Dietrich: *Technische Akustik: Grundlagen und Anwendungen*. Berlin: Springer, 2009
- [Lotze 2006] LOTZE, E.: *Luftschallabsorption*. überarbeitet von Schirmer, W. In: SCHIRMER, Werner (Hrsg.). *Technischer Lärmschutz: Grundlagen und praktische Maßnahmen zum Schutz vor Lärm und Schwingungen von Maschinen ; mit 40 Tabellen*. 2., bearb. und erw. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 2006 (VDI-Buch), S. 191–217
- [Maempel 2014] MAEMPEL, Hans-Joachim: *Klanggestaltung*. In: DICKREITER, Michael; DITTEL, Volker; HOEG, Wolfgang; WÖHR, Martin (Hrsg.). *Handbuch der Tonstudiotchnik*. 8., überarbeitete und erweiterte Auflage. Berlin: de Gruyter; Saur, 2014, S. 370–421
- [Mateljan 1989] MATELJAN, Ivo: *Loudspeaker Minimum Phase Estimation*. In: *13th International Congress on Acoustics ICA*, 1989
- [Meyer 2008] MEYER, Jürgen: *Musikalische Akustik*. In: WEINZIERL, Stefan (Hrsg.). *Handbuch der Audiotechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 123–180
- [Mommertz 2000] MOMMERTZ, Eckard: *Determination of scattering coefficients from the reflection directivity of architectural surfaces*. Technical note. In: *Applied Acoustics Volume 60* (2000), S. 201–203
- [Möser 2015] MÖSER, Michael: *Technische Akustik*. 10. Auflage (VDI-Buch). Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2015

- [Müller 2008] MÜLLER, Swen: *Messtechnik*. In: WEINZIERL, Stefan (Hrsg.). *Handbuch der Audiotechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008, S. 1087–1169
- [Müller-Giebeler, Vorländer 2023] MÜLLER-GIEBELER, Mark; VORLÄNDER, Michael: *Präzise Modellierung diffuser Schallfelder zur inversen Bestimmung akustischer Materialparameter*. In: Deutsche Gesellschaft für Akustik e.V. (Hrsg.). *Fortschritte der Akustik - DAGA 2023: 49. Jahrestagung für Akustik, 06.-09. März 2023 in Hamburg, 2023*, S. 1289–1291
- [Norm DIN 1320] Norm DIN 1320. 12.2009. *Akustik – Begriffe*
- [Norm DIN 15906] Norm DIN 15906. 06.2009. *Tagungsstätten*
- [Norm DIN 18041] Norm DIN 18041. 03.2016. *Hörsamkeit in Räumen*
- [Norm DIN EN 60268-4] Norm DIN EN 60268-4. 08.2019. *Elektroakustische Geräte – Teil 4: Mikrofone*
- [Norm DIN EN 60268-5] Norm DIN EN 60268-5. 04. 2010. *Elektroakustische Geräte – Teil 5: Lautsprecher*
- [Norm DIN EN 61260-1] Norm DIN EN 61260-1. 10.2014. *Elektroakustik - Bandfilter für Oktaven und Bruchteile von Oktaven - Teil 1: Anforderungen*
- [Norm DIN EN 61672-1] Norm DIN EN 61672-1. 07. 2014. *Elektroakustik - Schallpegelmesser - Teil 1: Anforderungen*
- [Norm DIN EN ISO 10534-2] Norm DIN EN ISO 10534-2. 10.2001. *Akustik – Bestimmung des Schallabsorptionsgrades und der Impedanz in Impedanzrohren - Teil 2: Verfahren mit Übertragungsfunktion*
- [Norm DIN EN ISO 3382-1] Norm DIN EN ISO 3382-1. 10.2009. *Akustik – Messung von Parametern der Raumakustik – Teil 1: Aufführungsräume*
- [Norm DIN EN ISO 3382-2] Norm DIN EN ISO 3382-2. 09.2008. *Akustik – Messung von Parametern der Raumakustik – Teil 2: Nachhallzeit in gewöhnlichen Räumen*
- [Norm DIN EN ISO 354] Norm DIN EN ISO 354. 12. 2003. *Messung der Schallabsorption in Hallräumen*

- [Norm DIN IEC 60268-2] Norm DIN IEC 60268-2. 08.1994. *Elektroakustische Geräte - Teil 2: Allgemeine Begriffe und Berechnungsverfahren*
- [Norm DIN VDE 0833-2] Norm DIN VDE 0833-2. 10.2017. *Gefahrenmeldeanlagen für Brand, Einbruch und Überfall - Teil 2: Festlegungen für Brandmeldeanlagen*
- [Norm ISO 17497-1] Norm ISO 17497-1. 2004. *Akustik - Messung der Schallstreuungseigenschaften von Oberflächen - Teil 1: Messung des Streugrades für allseitigen Schalleinfall im Hallraum*
- [Nyquist 1932] NYQUIST, H.: *Regeneration Theory*. In: *Bell System Technical Journal* Vol. 11 (1932), S. 126–147
- [Ochmann, Lippert, Estorff 2017] OCHMANN, Martin; LIPPERT, Stephan; ESTORFF, Otto von: *Numerische Methoden der Technischen Akustik*. In: MÜLLER, Gerhard; MÖSER, Michael (Hrsg.). *Fachwissen Technische Akustik*. Berlin: Springer Vieweg, 2017
- [Oppenheim, Schafer 1998] OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W.: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. 3., durchgesehene Auflage. Reprint 2015 (Grundlagen der Schaltungstechnik). Berlin/Boston: De Gruyter Oldenbourg, 1998
- [Pei, Lin 2006] PEI, S.-C.; LIN, H.-S.: *Minimum-Phase FIR Filter Design Using Real Cepstrum*. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs* 53 (2006), Nr. 10, S. 1113–1117
- [Pepper, Heinrich 2017] PEPPER, Darrell W.; HEINRICH, Juan C.: *The finite element method: Basic concepts and applications with MATLAB®, MAPLE, and COMSOL*. Third edition (Series in computational and physical processes in mechanics and thermal sciences). Boca Raton, London, New York: CRC Press Taylor & Francis Group CRC Press is an imprint of the Taylor & Francis Group an informa business, 2017
- [Savioja, Svensson 2015] SAVIOJA, Lauri; SVENSSON, U. Peter: *Overview of geometrical room acoustic modeling techniques*. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 138 (2015), Nr. 2, S. 708–730

- [Schmalle et al. 2011] SCHMALLE, Holger; NOY, Dirk; FEISTEL, Stefan; HAUSER, Gabriel; AHNERT, Wolfgang; STORYK, John: *Accurate Acoustic Modeling of Small Rooms*. Convention Paper 8457. In: *131st Audio Engineering Society Convention*. New York, 2011
- [Schroeder 1959] SCHROEDER, Manfred R.: *Measurement of Reverberation Time by Counting Phase Coincidences*. In: CREMER, L. (Hrsg.). *Proceedings of the third International Congress on Acoustics: Volume II - Applications*. Amsterdam, London, New York, Princeton: Elsevier, 1959, S. 897–901
- [Schroeder 1964] SCHROEDER, M. R.: *Improvement of Acoustic-Feedback Stability by Frequency Shifting*. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 36 (1964), Nr. 9, S. 1718–1724
- [Schulein 1976] SCHULEIN, Robert B.: *Microphone Considerations in Feedback-Prone Environments*. In: *Journal of the Audio Engineering Society* Volume 24 (1976), Issue 6, S. 434–445
- [Sinambari, Sentpali 2020] SINAMBARI, Gholam Reza; SENTPALI, Stefan: *Ingenieurakustik: Physikalische Grundlagen, Anwendungsbeispiele und Übungen*. 6., überarbeitete Auflage. Wiesbaden, Heidelberg: Springer Vieweg, 2020
- [Standard AES-4id-2001 (r2007)] Standard AES-4id-2001 (r2007). 24.05.2007. *AES information document for room acoustics and sound reinforcement systems — Characterization and measurement of surface scattering uniformity*
- [Standard AES56-2008] Standard AES56-2008. 2009, reaffirmed 2019. *AES standard on acoustics - Sound source modeling - Loudspeaker polar radiation measurements*
- [Terrell, Reiss 2009] TERRELL, Michael; REISS, Joshua D.: *Optimising the re-enforcement effect of early reflections on aspects of live musical performance using the image source method*. Convention Paper 7897. In: *127th Audio Engineering Society Convention*. New York, 2009
- [van Waterschoot, Moonen 2011] VAN WATERSCHOOT, Toon; MOONEN, Marc: *Fifty Years of Acoustic Feedback Control: State of the Art*

- and Future Challenges*. In: *Proceedings of the IEEE* 99 (2011), Nr. 2, S. 288–327
- [Vorlaender, Feistel 2022] VORLAENDER, Michael; FEISTEL, Stefan: *Show your scattering coefficients*. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 152 (2022), Nr. 4, A209
- [Vorländer 2010] VORLÄNDER, Michael: *Performance of computer simulations for architectural acoustics*. In: *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics, ICA 2010*, 2010
- [Vorländer 2020] VORLÄNDER, Michael: *Auralization: Fundamentals of Acoustics, Modelling, Simulation, Algorithms and Acoustic Virtual Reality*. second edition. Cham: Springer Nature Switzerland AG; ASA Press, 2020
- [Vorländer, Mommertz 2000] VORLÄNDER, Michael; MOMMERTZ, Eckard: *Definition and measurement of random-incidence scattering coefficients*. In: *Applied Acoustics* 60 (2000), Nr. 2, S. 187–199
- [Werner 2019] WERNER, Martin: *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB®: Grundkurs mit 16 ausführlichen Versuchen*. 6., vollständig überarbeitete Auflage (Lehrbuch). Wiesbaden, Heidelberg: Springer Vieweg, 2019
- [Witew 2022] WITEW, Ingo B.: *Measurements in room acoustics : Uncertainties and influence of the measurement position*. Berlin/Germany, RWTH Aachen University, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik. Dissertation. 2022. URL <https://directory.doa-books.org/handle/20.500.12854/96282> – Überprüfungsdatum 12.05.2023
- [Xiang, Blauert 2021] XIANG, Ning; BLAUERT, Jens: *Acoustics for engineers: Troy lectures*. Third edition. Berlin, Heidelberg, Cham: Springer; ASA Press Springer, 2021
- [Zollner, Zwicker 1993] ZOLLNER, Manfred; ZWICKER, Eberhard: *Elektroakustik*. 3., verb. und erw. Aufl. 1993, 1., korrigierter Nachdruck 2003. Berlin, Heidelberg: Springer, 1993

Quellen

- [AFMG Ahnert Feistel Media Group o. J.] AFMG AHNERT FEISTEL MEDIA GROUP: *EASE 4.4 User's Manual*. Berlin: o. J. URL <https://www.afmg.eu/en/ease-44-users-manual> – Überprüfungsdatum 26.04.2023
- [Alcons Audio 2021] ALCONS AUDIO: *technical specifications VR5*. URL <https://www.alconsaudio.com/wp-content/plugins/download-attachments/includes/download.php?id=14955> – Überprüfungsdatum 28.01.2023
- [Biamp Systems 2021] BIAMP SYSTEMS: *Calculating PAG and NAG*. URL https://support.biamp.com/General/Audio/Calculating_PAG_and_NAG – Überprüfungsdatum 24.09.2022
- [COMSOL AB 2018] COMSOL AB: *Acoustics Module: User's Guide*. COMSOL 5.4. Stockholm: 2018. URL <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.aco/AcousticsModuleUsersGuide.pdf> – Überprüfungsdatum 13.01.2023
- [COMSOL AB 2022] COMSOL AB: *COMSOL Multiphysics: Reference Manual*. Version: COMSOL 6.1. 2022. URL <https://doc.comsol.com/6.1/docserver/#!/com.comsol.help.comsol/helpdesk/helpdesk.html> – Überprüfungsdatum 14.04.2023
- [Knauf Gips KG 2022] KNAUF GIPS KG: *Detailblatt D12.de - Knauf Cleaneo Akustik-Plattendecken: Cleaneo Classic*. URL <https://www.knauf.de/wmv/?id=1005> – Überprüfungsdatum 10.11.2022
- [NEXO S.A. o. J.] NEXO S.A.: *GEO M6 Shortform Datasheet*. URL https://www.nexo-sa.com/wp-content/uploads/GEO_M6_Datasheets.pdf – Überprüfungsdatum 03.01.2023
- [RCF S.P.A. 2022] RCF S.P.A.: *ART 715-A MKII: AKTIVER 2-WEG LAUTSPRECHER*. Datasheet. URL <https://www.rcf.it/en/products/product-detail/art-715-a->

mkii?p_p_id=it_dvel_rcf_products_frontend_web_portlet_ProductDownloadsPortlet&p_p_lifecycle=2&p_p_state=normal&p_p_mode=view&p_p_resource_id=downloadProductFileEntry&p_p_cacheability=cacheLevelPage&_it_dvel_rcf_products_frontend_web_portlet_ProductDownloadsPortlet_productCode=STP0153&_it_dvel_rcf_products_frontend_web_portlet_ProductDownloadsPortlet_profileId=253113 – Überprüfungsdatum 15.05.2023

[Sennheiser electronic GmbH & Co. KG 2010] SENNHEISER ELECTRONIC GMBH & CO. KG: *ME 36: hypercardioid installed sound microphone*. URL https://assets.sennheiser.com/global-downloads/file/329/ME_36.pdf – Überprüfungsdatum 27.12.2022

[Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.a] SENNHEISER ELECTRONIC GMBH & CO. KG: *Produktdatenblatt evolution wired e 945*. URL https://assets.sennheiser.com/global-downloads/file/10893/SP_1219_v1.0_e_945_Product_Specification_DE.pdf – Überprüfungsdatum 27.12.2022

[Sennheiser electronic GmbH & Co. KG o. J.b] SENNHEISER ELECTRONIC GMBH & CO. KG: *Produktdatenblatt (V1.1) evolution wired e914*. URL https://assets.sennheiser.com/global-downloads/file/10887/SP_1217_v1.1_e_914_Product_Specification_DE.pdf – Überprüfungsdatum 26.05.2022

Anhang

A.1 Raummodelle

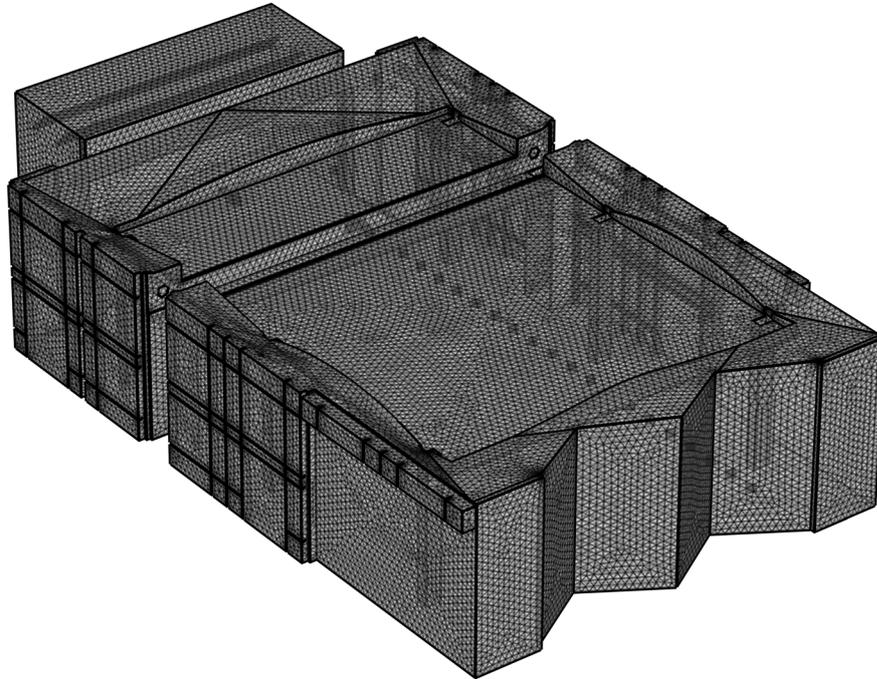


Abbildung 51: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes VR A

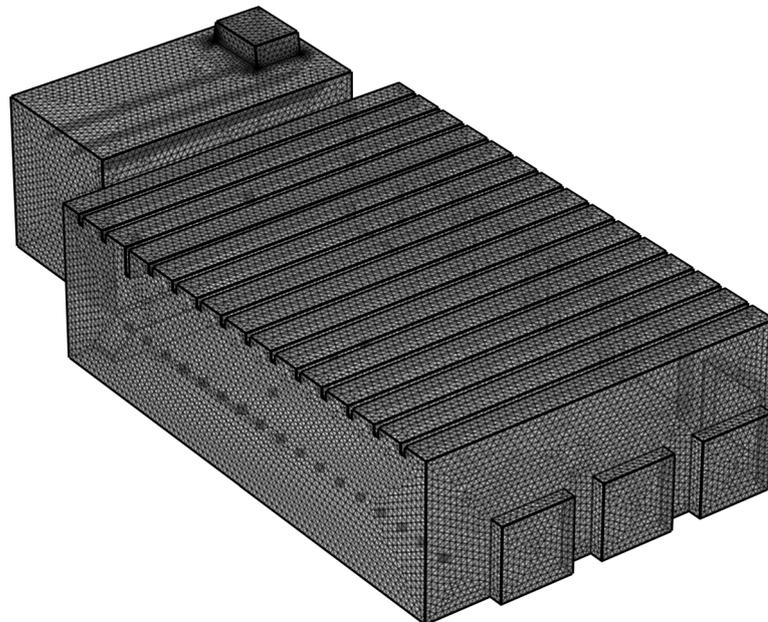


Abbildung 52: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes VR B

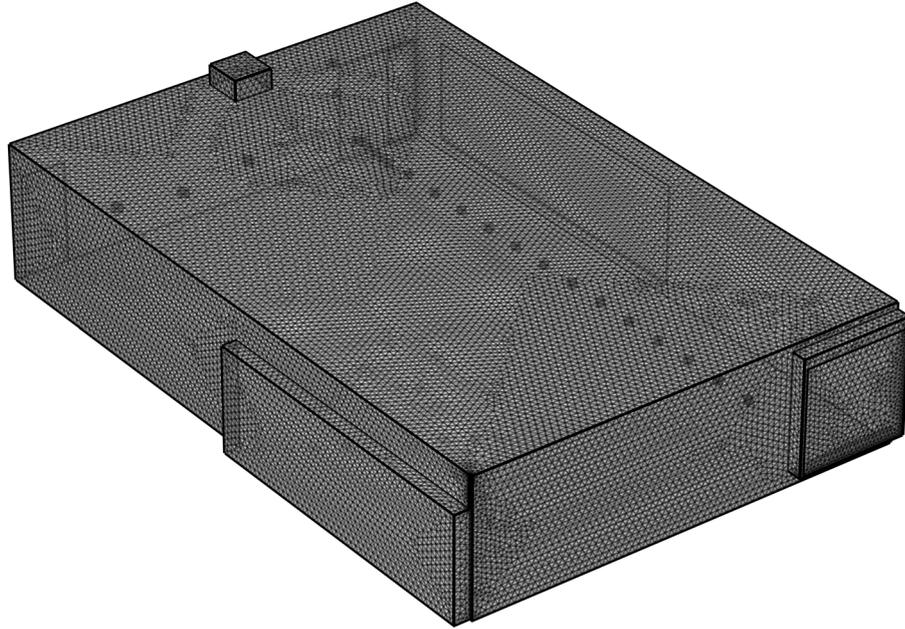


Abbildung 53: Vernetztes COMSOL Modell des Raumes SR C

A.2 Absorptionsgrade

Tabelle 16: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes VR A

f_m [Hz]	α														Ursprung									
	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000		2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000		
Strukturierte Betonwand	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	EASE 4.4 Materialdatenbank (CONCRETE S)
Beton glatt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]
Heizkörper vor Betonwand	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	EASE 4.4 Materialdatenbank (CONCRETE S)
Fenster mit Isolierverglasung	0,3	0,28	0,26	0,23	0,2	0,18	0,15	0,11	0,1	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0	0	0	0	[Norm DIN 18041, S. 41]
Teppich auf schallhartem Untergrund	0,03	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,08	0,09	0,14	0,18	0,23	0,28	0,33	0,38	0,43	0,49	0,54	0,6	0,65	0,71	0,71	0,71	0,71	EASE 4.4 Materialdatenbank
Gipskarton Trockenbauwand doppelt beplankt	0,16	0,15	0,14	0,12	0,1	0,09	0,08	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]
Knauf Cleaneo 8/18 Q mit Mineralwolle hinterlegt, 200mm Konstruktionstiefe	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,72	0,73	0,75	0,73	0,72	0,7	0,7	0,7	0,7	0,72	0,73	0,75	0,73	0,72	0,7	0,68	0,68	0,68	[Knauf Gips KG 2022, S. 41]
Parkett aufgeklebt	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	[Norm DIN 18041, S. 41]
Parkett hohllegend	0,16	0,15	0,13	0,11	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	[Norm DIN 18041, S. 41]
Bühnenboden	0,11	0,1	0,09	0,08	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	[Vorländer 2020, S. 334]

Tabelle 17: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes VR B

f_m [Hz]	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000	2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000	Ursprung	
Spanplatte auf festem Untergrund	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	EASE 4.4 Materialdatenbank
Beton glatt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]
Fenster mit Isolierverglasung	0,3	0,28	0,26	0,23	0,2	0,18	0,15	0,11	0,1	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0	0	0	[Norm DIN 18041, S. 41]
LIGNO Akustik light 3G_33_a70g, Profil 625-20-4, 30 mm Wandabstand, mit Mineralwolle hinterlegt	0,45	0,45	0,47	0,48	0,5	0,53	0,57	0,6	0,7	0,8	0,9	0,87	0,83	0,8	0,68	0,57	0,45	0,41	0,38	0,35	0,32	0,32	[LIGNOTREND Produktions GmbH 2021, S. 28]
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 100 mm Wandabstand, mit 30 mm Mineralwolle hinterlegt	0,35	0,4	0,5	0,6	0,7	0,73	0,77	0,8	0,83	0,87	0,9	0,91	0,92	0,93	0,93	0,94	0,95	0,93	0,9	0,88	0,85	0,85	[LIGNOTREND Produktions GmbH 2021, S. 28]
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 100 mm Wandabstand	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,67	0,73	0,8	0,82	0,83	0,85	0,83	0,82	0,8	0,73	0,67	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,4	[LIGNOTREND Produktions GmbH 2021, S. 25]
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 30 mm Wandabstand, mit Mineralwolle hinterlegt	0,15	0,25	0,48	0,7	0,74	0,78	0,81	0,85	0,88	0,92	0,95	0,9	0,85	0,8	0,73	0,67	0,6	0,55	0,5	0,45	0,4	0,4	[LIGNOTREND Produktions GmbH 2021, S. 28]
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 30 mm Wandabstand	0,05	0,1	0,18	0,27	0,35	0,5	0,65	0,8	0,85	0,9	0,95	0,9	0,85	0,8	0,73	0,67	0,6	0,53	0,45	0,38	0,3	0,3	[LIGNOTREND Produktions GmbH 2021, S. 24]

Tabelle 18: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes SR C

f_m [Hz]	α														Ursprung										
	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000		2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000			
Beton glatt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]
Fenster mit Isolierverglasung	0,3	0,28	0,26	0,23	0,2	0,18	0,15	0,11	0,1	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0	0	0	0	0	[Norm DIN 18041, S. 41]
Gipskarton Trockenbauwand doppelt beplankt	0,16	0,15	0,14	0,12	0,1	0,09	0,08	0,06	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]
Knauf Cleaneo 8/18 R mit Mineralwolle hinterlegt, 200mm Konstruktionsstärke	0,5	0,5	0,55	0,6	0,65	0,67	0,68	0,7	0,68	0,67	0,65	0,63	0,62	0,6	0,63	0,67	0,7	0,68	0,67	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	[Knauf Gips KG 2022, S. 37]
Parkett hohlliegend	0,16	0,15	0,13	0,11	0,08	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	[Norm DIN 18041, S. 41]
Spanplatte auf festem Untergrund	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	EASE 4.4 Materialdatenbank
Stahlplatte	0,05	0,05	0,07	0,08	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,09	0,08	0,07	0,05	0,04	0,02	0,05	0,07	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	EASE 4.4 Materialdatenbank

Tabelle 19: Absorptionsgrade in geometrischen Schallfeldsimulation des Raumes BR D

f_m [Hz]	α														Ursprung											
	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000	1250	1600	2000		2500	3150	4000	5000	6300	8000	10000				
Basotect G+ 50mm	0,1	0,16	0,21	0,34	0,47	0,55	0,63	0,76	0,89	0,92	0,95	0,92	0,89	0,92	0,94	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95	[BASF SE 2023]	
Beton glatt	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]	
Gipskarton Trockenbauwand doppelt beplankt	0,16	0,15	0,14	0,12	0,1	0,09	0,08	0,06	0,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	[Vorländer 2020, S. 334]	
Spanplatte (z.B. Tischplatte)	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	EASE 4.4 Materialdatenbank	
Fenster mit Isolierverglasung	0,3	0,28	0,26	0,23	0,2	0,18	0,15	0,11	0,1	0,08	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	[Norm DIN 18041, S. 41]	
Basotect G+ 50mm, 8cm vor Wand	0,25	0,35	0,48	0,62	0,74	0,85	0,92	0,96	0,95	0,91	0,85	0,81	0,9	0,98	0,95	0,99	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1	Absorbermodell
Tapete auf Kalkzementputz	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,05	0,05	0,06	0,06	0,07	0,07	0,08	0,08	0,09	0,09	0,09	0,1	0,11	0,11	0,11	[Norm DIN 18041, S. 41]	
Spanplatte auf festem Untergrund	0,05	0,05	0,07	0,08	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,09	0,08	0,07	0,05	0,04	0,02	0,05	0,07	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	EASE 4.4 Materialdatenbank	
Schallharte Oberfläche	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Teppichboden Nadelfilz 7mm auf Trockenestrich	0,02	0,02	0,03	0,03	0,05	0,08	0,16	0,26	0,32	0,37	0,4	0,4	0,44	0,44	0,52	0,52	0,59	0,73	0,79	0,85	0,85	0,89	0,89	0,89	[Norm DIN 18041, S. 41] und Absorbermodell	

A.3 Eigenschaften des Bodens im Raum BR D

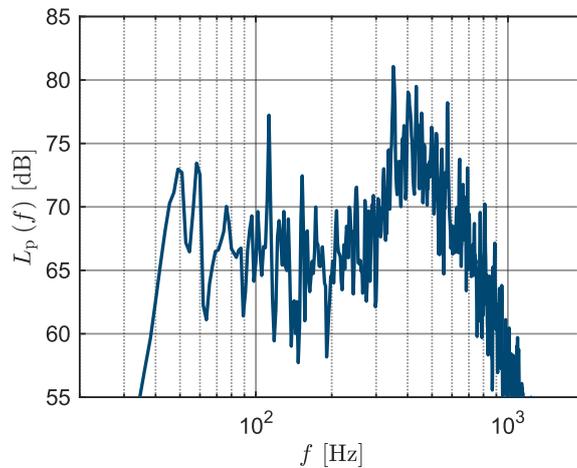


Abbildung 54: Schalldruckpegelspektrum an der Bodenoberfläche nach Impulsförmiger Anregung (links) und die zugehörige Mikrofonposition (rechts)

Das Maximum geringer Güte im Kurvenlauf des Schalldruckpegels bei $f \approx 400$ Hz lässt eine gedämpfte Resonanz in diesem Frequenzbereich vermuten. Folglich wurde als Bodenaufbau ein leichter Trockenstrich, beispielsweise aus Holzspanplatten, mit einer flächenbezogenen Masse von $15,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ auf einer Trittschalldämmung aus expandiertem Polystyrol mit einer dynamischen Steifigkeit von $125 \frac{\text{MN}}{\text{m}^3}$ angenommen [vgl. Fasold, Veres 1998]. Der unter Berücksichtigung eines Verlustwiderstandes von $10 \frac{\text{kNs}}{\text{m}^3}$ berechnete frequenzabhängige Absorptionsgrad wurde zu dem des Nadelfilzteppichbodens auf festem Untergrund nach [Norm DIN 18041] addiert.

A.4 Streugrade

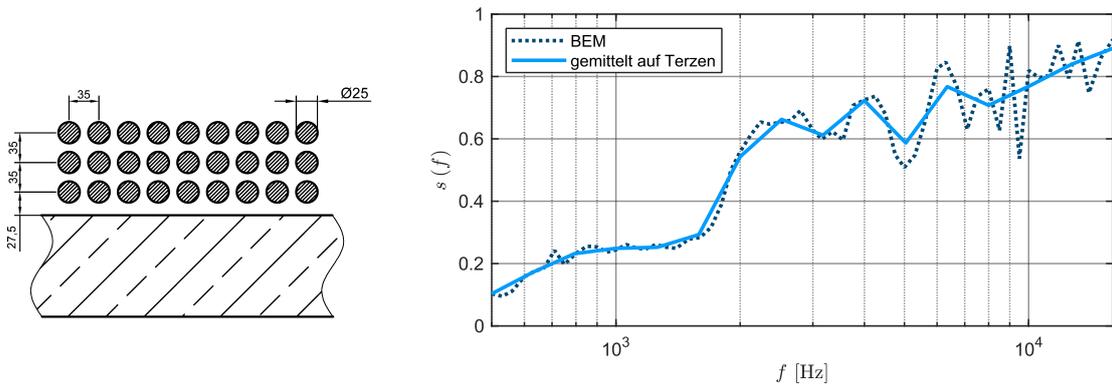


Abbildung 55: Simulierter Streugrad eines Heizkörpers vor einer schallharten Wand (Maßangaben in [mm])

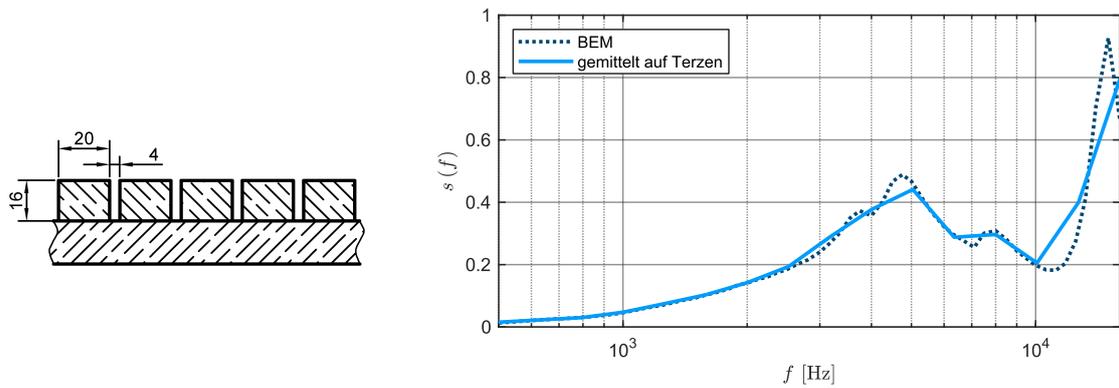


Abbildung 56: Simulierter Streugrad einer Wandverkleidung aus Holzleisten (Maßangaben in [mm])

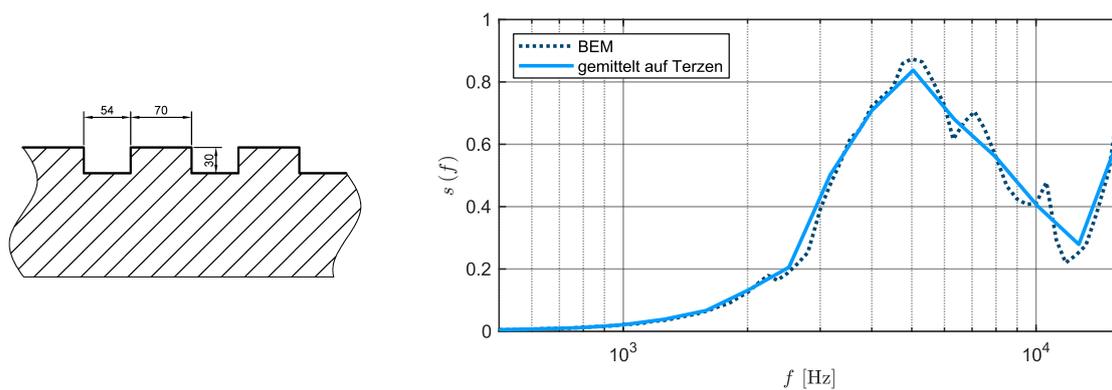


Abbildung 57: Simulierter Streugrad des offenliegenden Verbindungseite eines mobilen Trennwandsystems (Maßangaben in [mm])

A.5 Wandimpedanzen

Tabelle 20: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen VR A

Bezeichnung	Ursprung
Mineralwolle hinter Knauf Cleaneo 8/18 Q	Absorbermodell
Vorhang Dimout, 0,26 kg/m ² , 0,01 m Dicke, 0,35 m Wandabstand	Absorbermodell
Vorhang Lea, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 0,8 m Wandabstand	Absorbermodell
Vorhang Lea, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 0,94 m Wandabstand	Absorbermodell
Vorhang Lea, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 0,99 m Wandabstand	Absorbermodell
Fenster mit Isolierverglasung	Approximation aus Absorptionsgraden
Parkett hohllegend	Approximation aus Absorptionsgraden

Tabelle 21: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen VR B

Bezeichnung	Ursprung
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 30 mm Wandabstand	Messung im Impedanzrohr
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 100 mm Wandabstand	Messung im Impedanzrohr
LIGNO Akustik light 3S_33_a70g, Profil 625-20-4, 100 mm Wandabstand mit Mineralwolle hinterlegt	Messung im Impedanzrohr
Spanplatte 19,5 kg/m ² im Abstand von 31 mm vor einer schallharten Wand	Absorbermodell
Vorhang Lea, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 1,1 m Wandabstand	Absorbermodell
Vorhang Lea, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 1,5 m Wandabstand	Absorbermodell
Vorhang Dimout, 0,26 kg/m ² , 0,2 m Dicke, 0,1 m Wandabstand	Absorbermodell
Fenster mit Isolierverglasung	Approximation aus Absorptionsgraden
Parkett hohllegend	Approximation aus Absorptionsgraden

Tabelle 22: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen SR C

Bezeichnung	Ursprung
Mineralwolle hinter Knauf Cleaneo 8/18 R	Absorbermodell
Fenster mit Isolierverglasung	Approximation aus Absorptionsgraden
Parkett hohlliegend	Approximation aus Absorptionsgraden

Tabelle 23: Ursprung der im COMSOL-Modell verwendeten Wandimpedanzen BR D

Bezeichnung	Ursprung
Basotect G+ 50mm	Absorbermodell
Basotect G+ 50mm, 8cm vor Wand	Absorbermodell
Fenster mit Isolierverglasung	Approximation aus Absorptionsgraden
Gipskarton Trockenbauwand doppelt beplankt	Approximation aus Absorptionsgraden
Teppichboden Nadelfilz 7mm auf Trockenestrich	Absorbermodell

A.6 Kundt'sches Rohr

Die Messung des komplexen Reflexionsfaktors im Impedanzrohr stellt hinsichtlich der Genauigkeit die beste Methode zur Bestimmung der Randbedingungen zur Schallfeldsimulation dar. Um auch zukünftig mit der wellenakustischen Simulation im raumakustische Planungsprozess arbeiten zu können, wurde ein Kundt'sches Rohr für die Messung der Wandimpedanz bei niedrigen bis mittleren Frequenzen aufgebaut. Aufbau und Messprozess orientieren sich an den Vorgaben aus [Norm DIN EN ISO 10534-2]. Das Rohr besteht aus Stahl. Zur Messung wird das Wellentrennungsverfahren angewendet.

Der Durchmesser des Rohres bestimmt über die obere Grenzfrequenz. Um möglichst große Probenausschnitte unterschiedlicher Wandstrukturen analysieren zu können, wurde ein Innendurchmesser von 102 mm gewählt. Mit einer Wandstärke von 4 mm unterschreitet der Aufbau die normativen Empfehlungen geringfügig [Norm DIN EN ISO 10534-2, S. 5]. Eine Abschlussplatte mit einer Stärke von 5 mm an der Seite der Probe stellt einerseits einen schallharten Abschluss als auch eine Möglichkeit zur modularen Verlängerung des Rohres dar. Der Verschluss erfolgt über eine Schraubverbindung, wobei die Dichtigkeit durch einen vollständigen Moosgummibelag auf der am Rohr angeschweißten Flanschplatte sichergestellt ist. Abbildung 58 zeigt das Impedanzrohr als Schnittdarstellung sowie fotografisch. Der dort gezeigte Abstand von 0,08 m zwischen Mikrofon 1 und Mikrofon 2 garantiert die Anwendbarkeit bis zur genannten oberen Grenzfrequenz. Mit dem Abstand von 0,50 m zwischen den Mikrofonen 1 und 2 kann der Reflexionsfaktor bis zu einer unteren Grenzfrequenz von ca. 35 Hz gemessen werden.

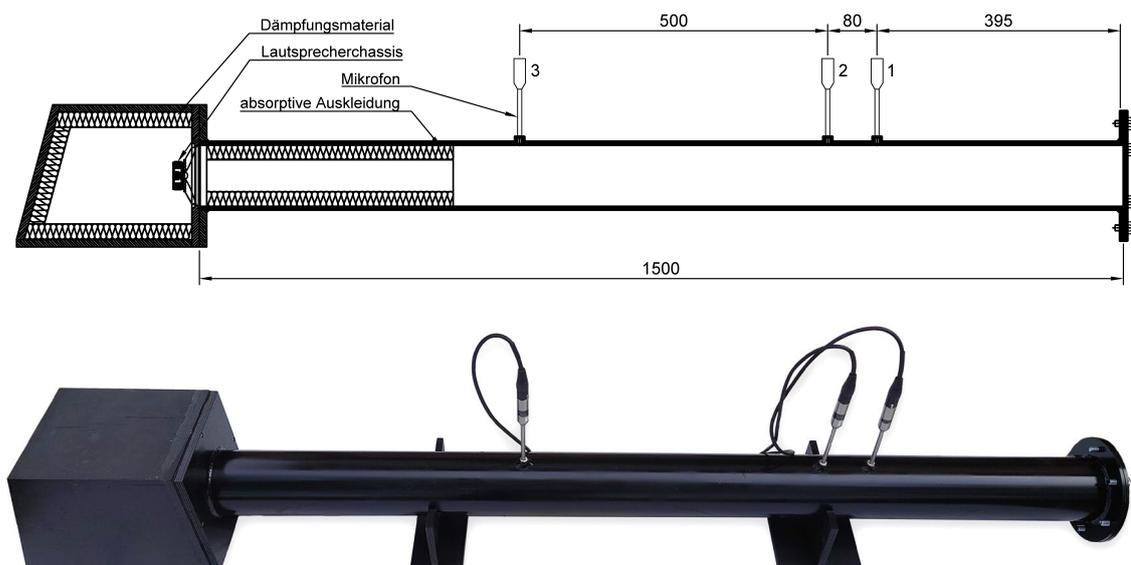


Abbildung 58: Schnittdarstellung (oben) und Fotografie (unten) des aufgebauten Impedanzrohres (Maßangaben in [mm])

Zur Schallerzeugung wird ein Lautsprecherchassis mit niedrig abgestimmter Resonanzfrequenz eingesetzt. Die Wahl fiel auf einen Konuslautsprechers des Typs Visaton KT 100 V mit einer Resonanzfrequenz von 52,4 Hz. Der Lautsprecher befindet sich in einem geschlossenen Gehäuse, dessen Bauform dem Norm-Messgehäuse für Lautsprecher nach [Norm DIN EN 60268-5] entlehnt ist. Das geschlossene Gehäuse ist vollständig mit Dämpfungsmaterial ausgekleidet und das Volumen von 8,87 l wurde so groß gewählt, dass die Resonanzfrequenz des Lautsprechers nicht zu höheren Frequenzen verschoben wird. Damit bleibt die niederfrequente Abstrahlung des Lautsprechers unverändert.

Zur Anregung dient ein weißes Rauschen. Die Schalldrucksignale werden via FFT in den Frequenzbereich transformiert, und bei Auswertung erfolgt eine Mittelwertbildung über jeweils 100 Zeitfenster. Die Übertragungsfunktionen zwischen den Mikrofonpositionen ergeben sich mit den Kreuz- und Autoleistungsspektren gem. [Norm DIN EN ISO 10534-2, S. 13].

Um die systematische Verzerrung der Messergebnisse durch die eingesetzten Mikrofone zu korrigieren, wird die normativ empfohlene Wiederholungsmessung mit ausgetauschten Mikrofonen eingesetzt [Norm DIN EN ISO 10534-2]. Dabei werden alle Kombination nacheinander getauscht und die Messung wiederholt. Die Übertragungsfunktion zwischen den Mikrofonen 1 und 2, \underline{H}_{21} , ist daher mit (A.6.1) gegeben. Die Korrektur von \underline{H}_{32} und \underline{H}_{31} erfolgt analog.

$$\underline{H}_{21}(f) = \sqrt{|\underline{H}_{211}(f)| \cdot |\underline{H}_{212}(f)|} \cdot e^{j \frac{\varphi_{H_{211}}(f) + \varphi_{H_{212}}(f)}{2}} \quad (\text{A.6.1})$$

Der komplexe Reflexionsfaktor aus der Messung mit Mikrofon 1 und 2 sowie derjenigen mit Mikrofon 2 und 3 berechnet sich mit (A.6.2) bzw. (A.6.3).

$$\underline{r}_{12}(f) = \frac{\underline{H}_{21}(f) - e^{-jk'0,08\text{m}}}{e^{jk'0,08\text{m}} - \underline{H}_{21}(f)} \quad (\text{A.6.2})$$

$$\underline{r}_{32}(f) = \frac{\underline{H}_{32}(f) - e^{-jk'0,5\text{m}}}{e^{jk'0,5\text{m}} - \underline{H}_{32}(f)} \quad (\text{A.6.3})$$

Die darin enthaltene, komplexe Wellenzahl \underline{k}' zur Kompensation der Dämpfung im Rohr wird mit (A.6.4) abgeschätzt [Norm DIN EN ISO 10534-2].

$$\underline{k}' = k - j \cdot 1,94 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\sqrt{f}}{c_0 \cdot \text{m}^2\text{s}} \cdot 0,102 \text{ m} \quad (\text{A.6.4})$$

Der Reflexionsfaktor im gesamten Analysefrequenzband wird durch einfaches Aneinanderfügen der Reflexionsfaktoren \underline{r}_{23} und \underline{r}_{12} bestimmt.

$$\underline{r}(f) = \begin{cases} \underline{r}_{23}(f) & f < 170 \text{ Hz} \\ \frac{|\underline{r}_{23}(f)| + |\underline{r}_{12}(f)|}{2} \cdot e^{j \frac{\varphi_{r_{23}}(f) + \varphi_{r_{12}}(f)}{2}} & f = 170 \text{ Hz} \\ \underline{r}_{12}(f) & f > 170 \text{ Hz} \end{cases} \quad (\text{A.6.5})$$

A.7 FEM-Simulation mit unterschiedlichen Lösern

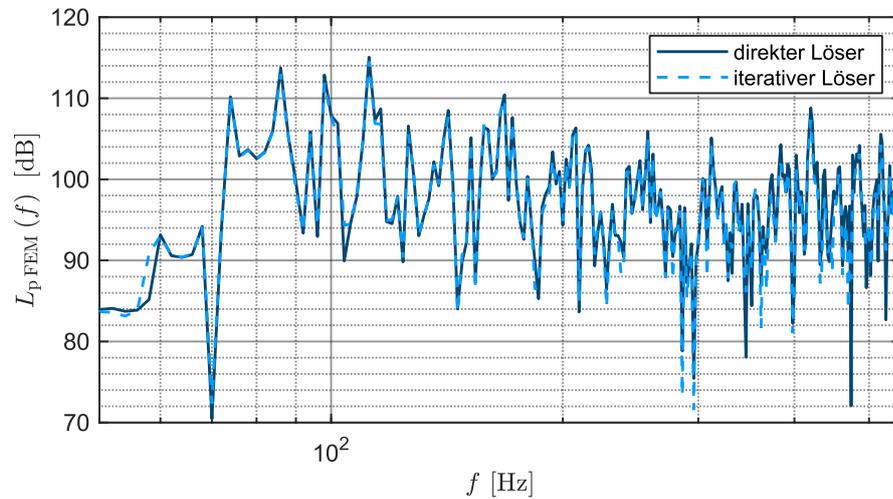


Abbildung 59: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e914 3, 12)

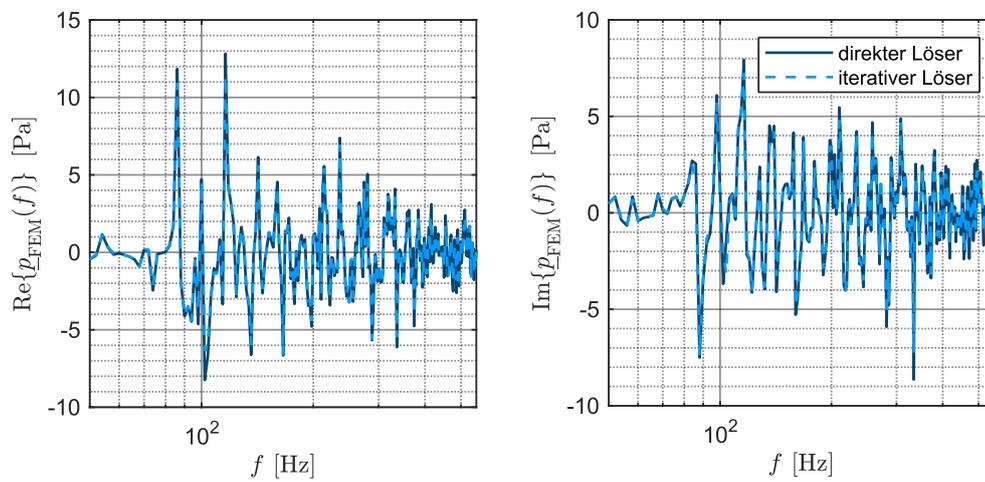


Abbildung 60: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruck (BR D, VR5, e914 3, 23)

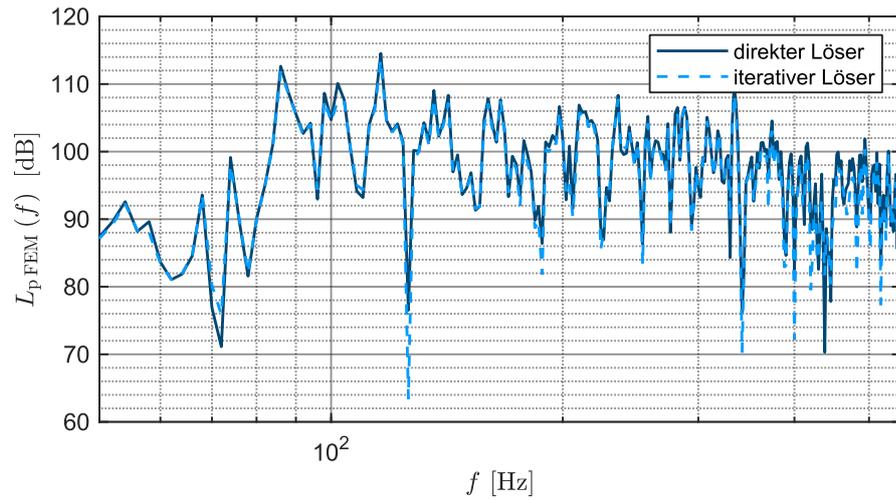


Abbildung 61: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e914 3, 23)

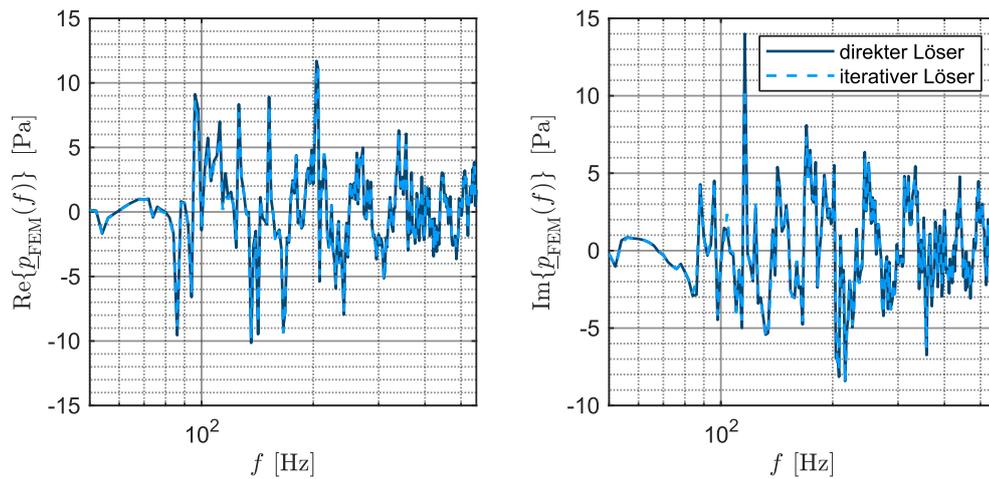


Abbildung 62: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruck (BR D, VR5, e945 4, Mikrofonort)

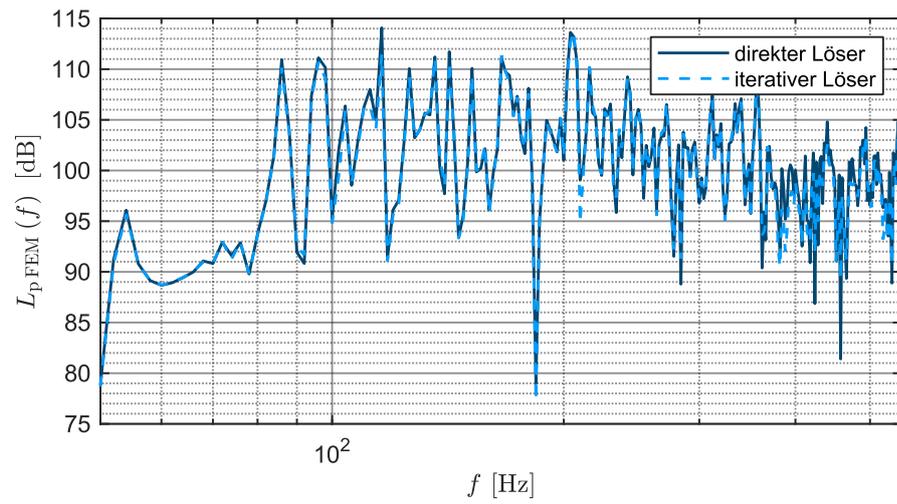


Abbildung 63: mit unterschiedlichen Lösungsverfahren wellenakustisch simulierter Immissionsschalldruckpegel (BR D, VR5, e945 4, Mikrofonort)

A.8 Filter

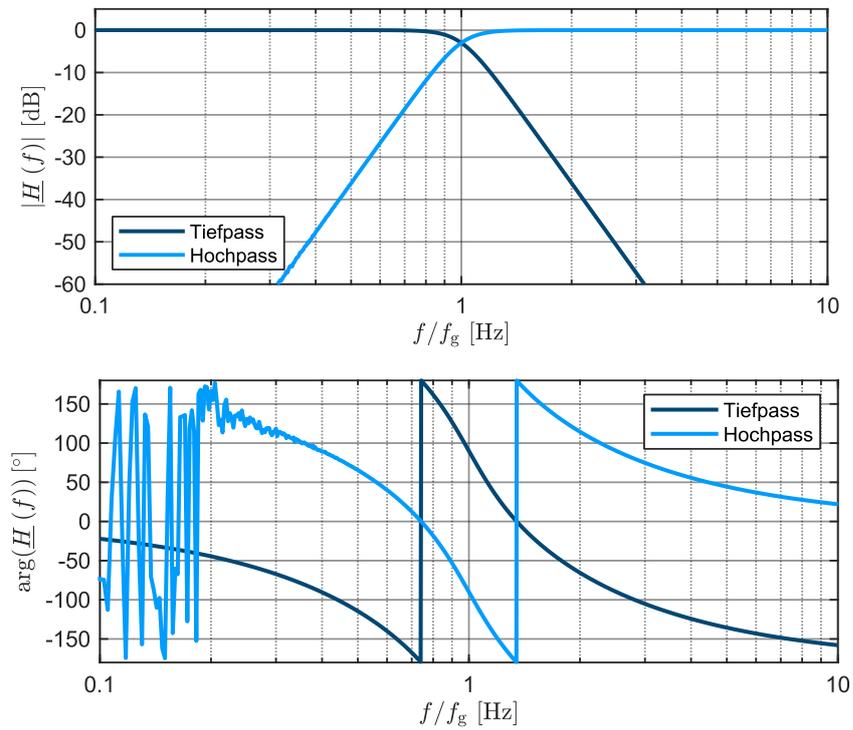


Abbildung 64: Übertragungsfunktion von Hoch- und Tiefpassfilter zur Kombination der simulierten Immissionsspektren in Betrag (oben) und Phase (unten)

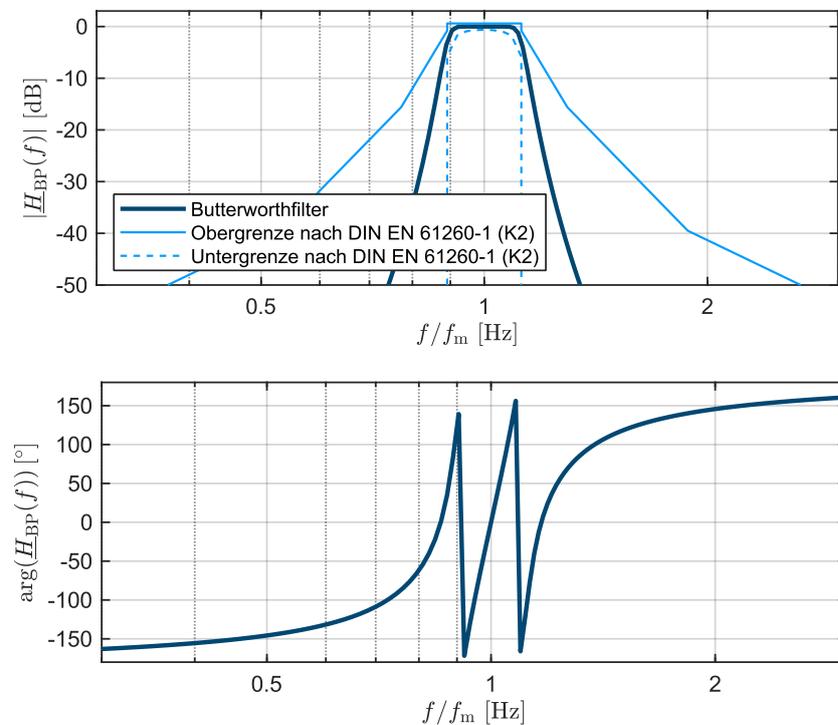


Abbildung 65: Übertragungsfunktion des Bandpassfilters zur Berechnung der Terzschalldruckpegel in Betrag (oben) und Phase (unten)

A.9 Messgeräte

Tabelle 24: verwendete Messgeräte

Fabrikat	Typ	Seriennummer	Anwendung	Latenz
isemCON	EMX-7150	1161955	Messmikrofon	
isemCON	EMX-7150	1492249	Messmikrofon	
isemCON	EMX-7150	1492255	Messmikrofon	
RME	Fireface UFX II	23805443	Audiointerface	0,48 ms
Lab.Gruppen	IPD 1200	39007449	Endverstärker Dodekaederlautsprecher	0,67 ms
NTi	DS3	1417	Dodekaederlautsprecher	
Galaxy Audio	CM-C200	200205830	Kalibrator	
NTi	XL2	G2P-RAELA-G0	Handheld Analysator	
NTi	M2211	5864	Mikrofon Handheld Analy- sator	
NTi	Minirator MR- PRO	A2A-11307-E0	Handheld Signalgenerator	
Sennheiser	ME36		Mikrofon Beschallungsan- lage (Hyperniere)	
Sennheiser	e914		Mikrofon Beschallungsan- lage (Niere)	
Sennheiser	e945		Mikrofon Beschallungsan- lage (Superniere)	
Alcons Audio	Sentinel 3	1501AE54209	Leistungsverstärker Beschallungsanlage	3,38 ms
Alcons Audio	VR 5	1810AB9749	Lautsprecher Beschallungsanlage	
RCF	Art 715	NGQK00817	Lautsprecher Beschallungsanlage	2,1 ms

A.10 Messpunkte



Abbildung 66: Messaufbau zur Erfassung der Nachhallzeit (SR C)

Tabelle 25: Anzahl der zur Berechnung der Nachhallzeit analysierten Raumimpulsantworten

Raum	Quellpositionen	Sender-Mikrofon-Kombinationen (RIA)
VR A	4	30
SR C	3	18
BR D	3	12



Abbildung 67: Messaufbau zur Erfassung des AGbF (links BR C; rechts VR A)

Sämtlich nachfolgen benannten Positionsmaße beziehen sich auf das geometrische Zentrum des Lautsprechergehäuses (Art715, VR5 und DS3) bzw. auf die Membran des jeweiligen Mikrofons.

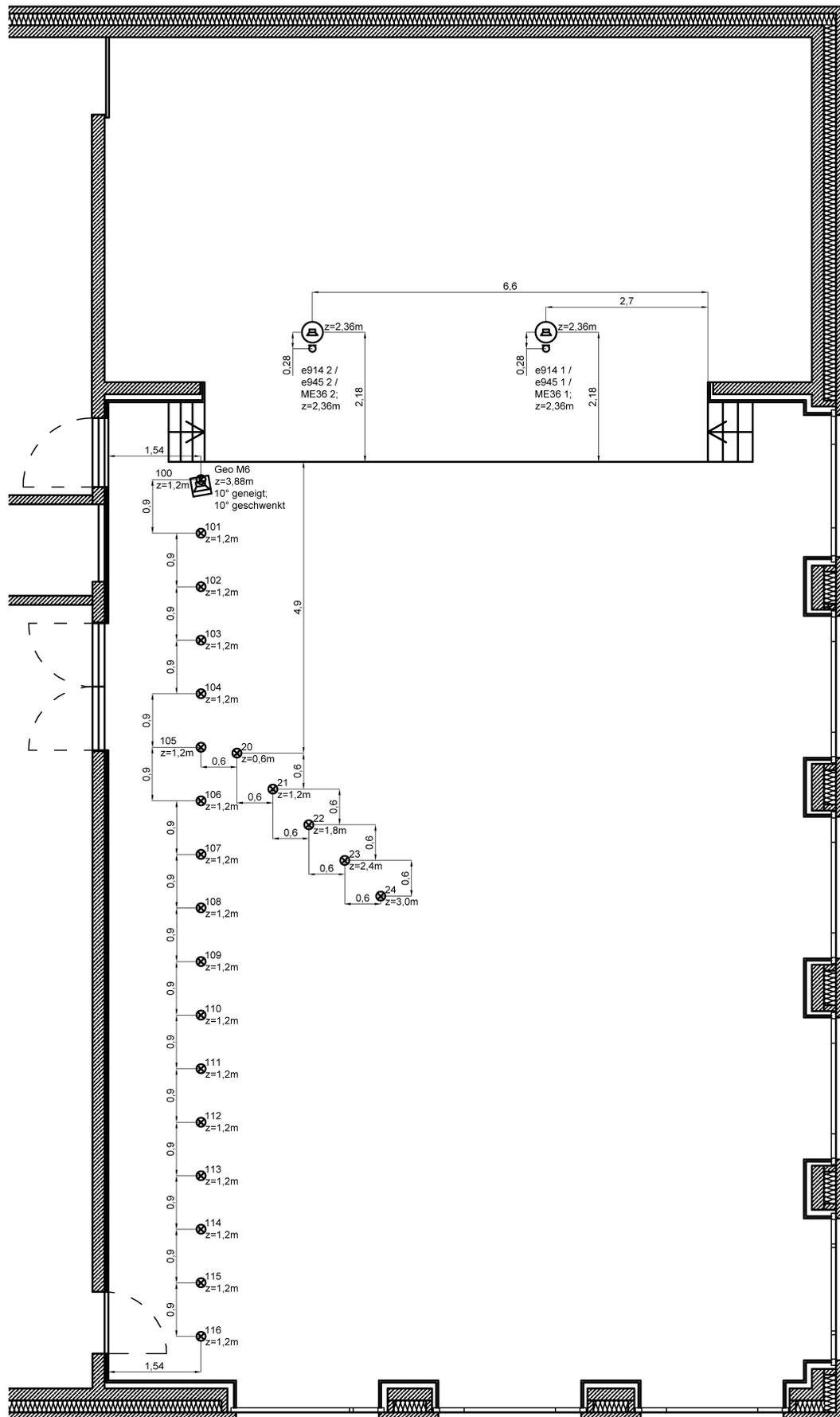


Abbildung 69: Messpositionen (AGbF) im Raum VR B (Maßangaben in [m])

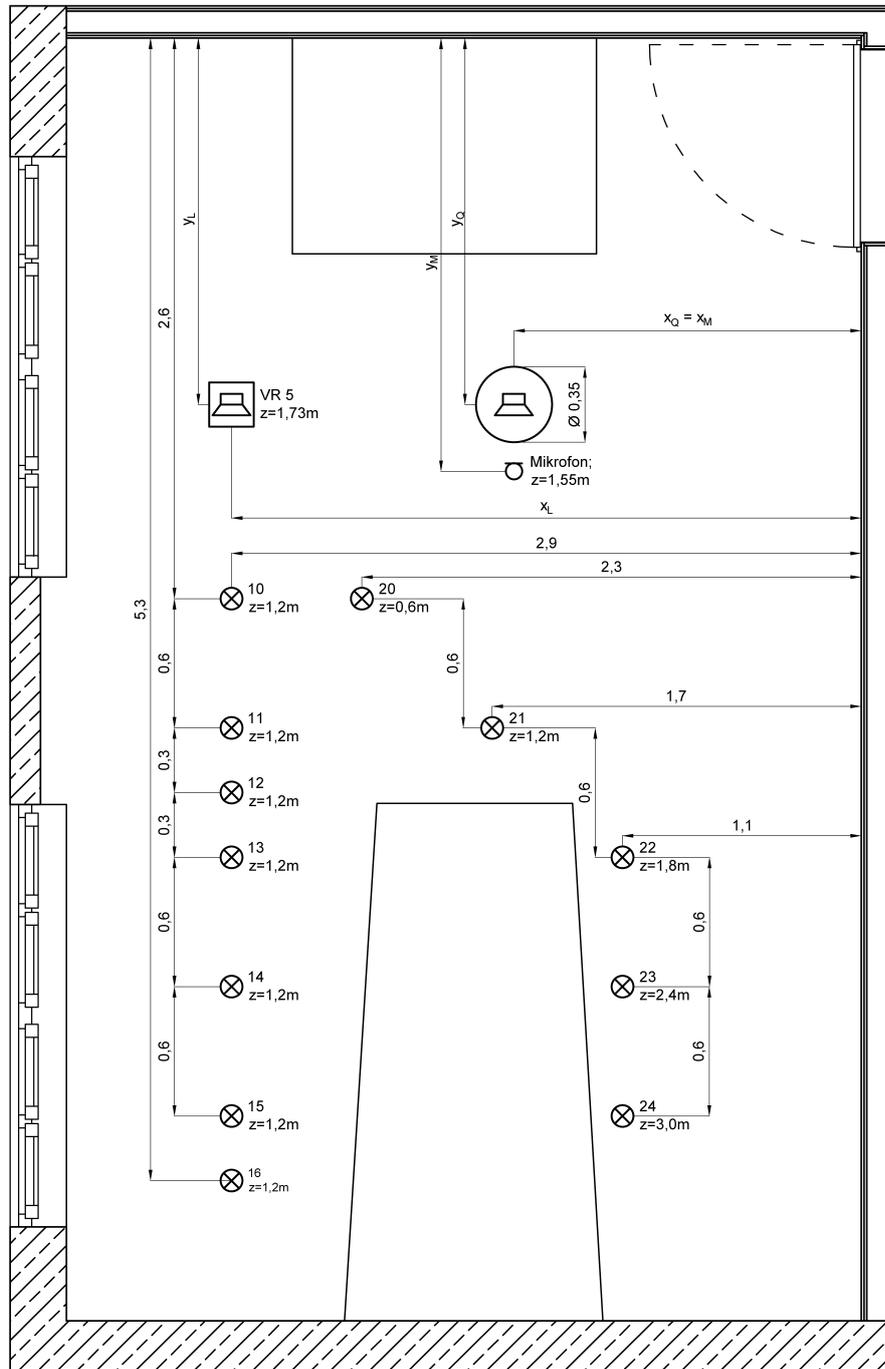


Abbildung 71: Messpositionen (AGbF) im Raum BR D (Maßangaben in [m])

Tabelle 26: Positionen von Lautsprecher (VR5), Originalquelle (DS3) und Mikrofon im Raum BR D

Position	x_L [m]	y_L [m]	x_Q [m]	y_Q [m]	x_M [m]	y_M [m]
ME 36 1	2,9	1,7	1,6	1,7	1,6	2,11
ME 36 2	2,9	1,7	1,6	1,7	1,6	2,02
ME 36 3	2,9	1,7	1,6	1,2	1,6	1,61
e914 3	2,9	2,9	1,6	1,2	1,6	1,48
e914 4	2,9	1,7	1,0	1,2	1,0	1,47
e914 5	2,9	2,3	1,6	1,7	1,6	2,0
e914 6	2,9	2,3	1,0	1,2	1,0	1,5
e945 2	2,9	1,7	1,6	1,7	1,6	1,98
e945 3	2,9	1,7	1,6	1,2	1,6	1,48
e945 4	2,9	2,9	1,0	1,2	1,0	1,48

A.11 Differenzen zwischen Rechnung und Simulation

Tabelle 27: Mittlere Differenz zwischen simuliertem und berechnetem maximalen Verstärkungsmaß

Raum	Mik. und Position	$\overline{AGbF}_{\text{sim}} - \overline{AGbF}_{\text{det FF}}$ [dB]	$\overline{AGbF}_{\text{sim}} - \overline{AGbF}_{\text{det}}$ [dB]
VR A	e914 1	-20,1	-2,7
VR A	e914 2	-17,1	0,4
VR A	e945 2	-15,1	1,4
VR A	ME36 1	-18,6	-2,8
VR A	ME36 3	-15,3	0,7
VR B	e914 1	-13	10,3
VR B	e914 2	-4,5	11,9
VR B	e945 1	-7,9	14,7
VR B	e945 2	-0,8	15,2
VR B	ME36 1	-9,4	12,3
VR B	ME36 2	-2,9	12,3
SR C	e914 2	-22,4	3,9
SR C	e914 3	-27,9	2,1
SR C	e945 2	-21,1	4,2
SR C	e945 3	-26,1	3
SR C	ME36 2	-20,6	4
SR C	ME36 3	-25,2	3,1
BR D	e914 3	-18,9	1,4
BR D	e914 4	-20,8	3
BR D	e914 5	-20,1	2,8
BR D	e914 6	-25,2	0,7
BR D	e945 2	-17	1,6
BR D	e945 3	-17,7	1,8
BR D	e945 4	-18	5
BR D	ME36 1	-14	3,9
BR D	ME36 2	-19,7	-1,9
BR D	ME36 3	-14,7	3,7

A.12 Differenzen zwischen Messung und Simulation

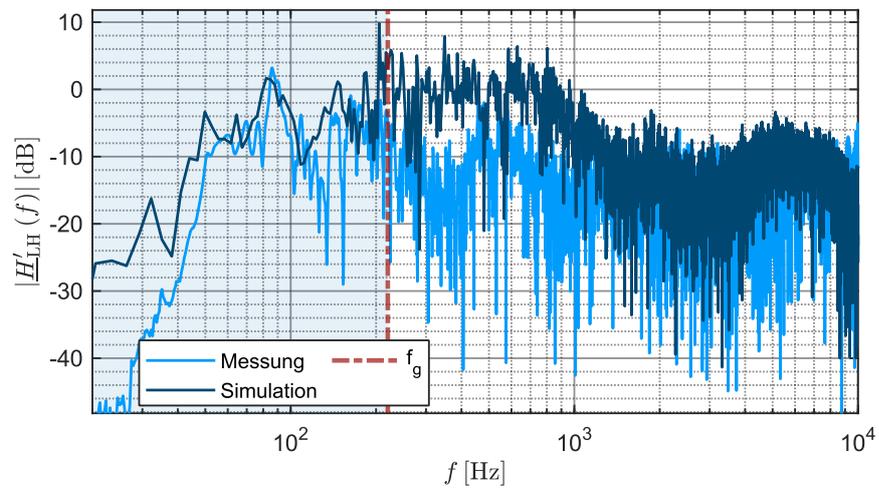


Abbildung 72: Gemessener und simulierter Betrag der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (SR C, Art715, e914 2, 23)

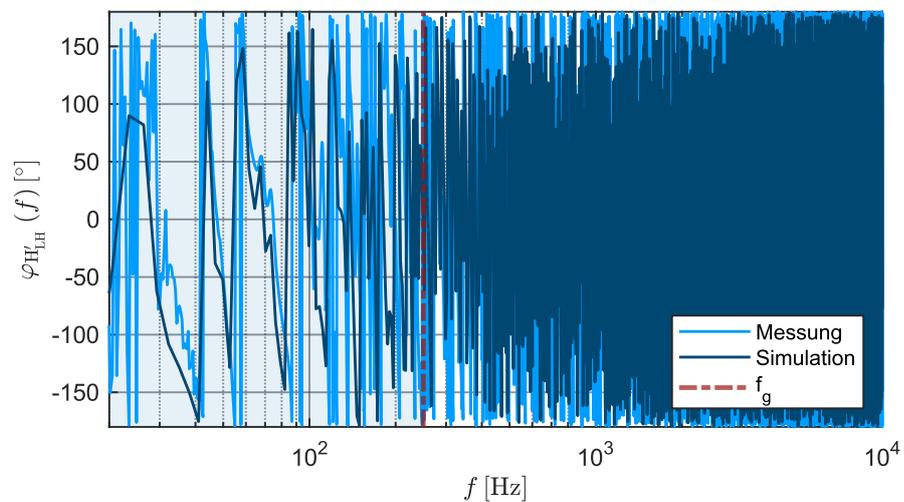


Abbildung 73: Gemessener und simulierter Phasenwinkel der RÜF zwischen Lautsprecher und Hörer (BR D, VR 5, e914 3, 16)

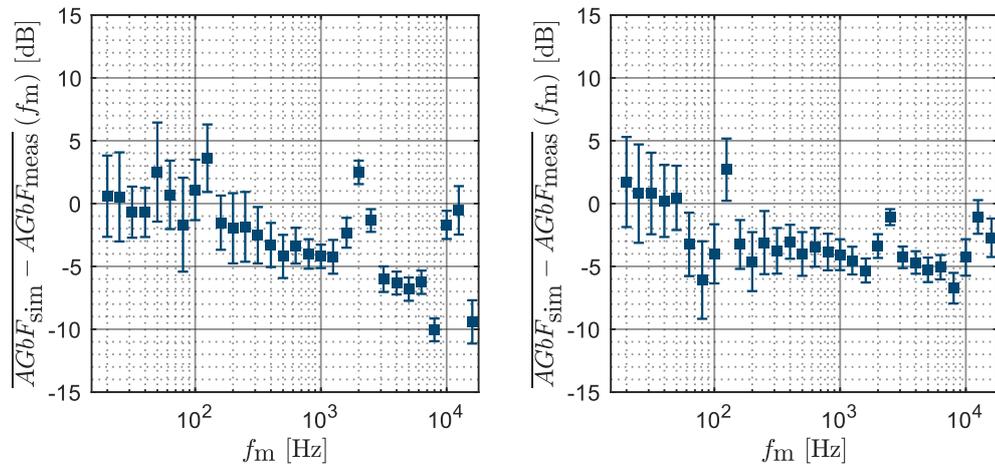


Abbildung 74: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: VR A, VR5, ME36 1; rechts: VR A, VR5, ME36 3)

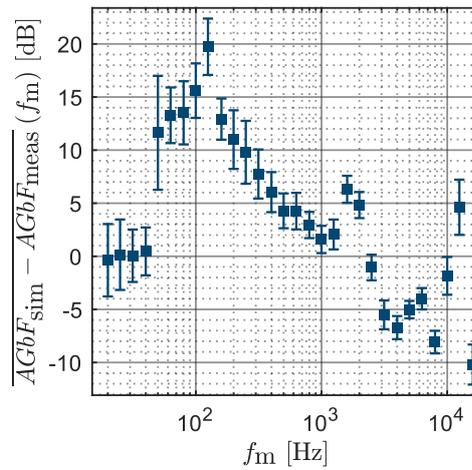


Abbildung 75: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (VR A, VR5, e945 2)

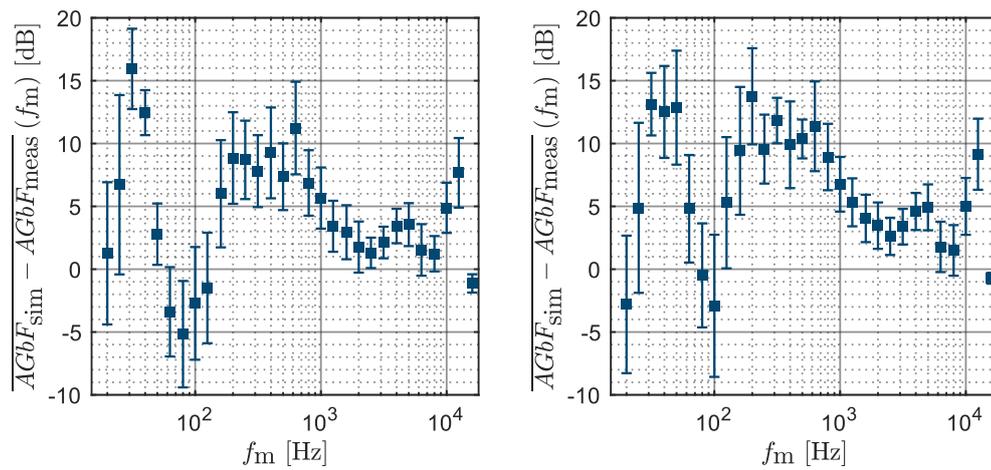


Abbildung 76: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: SR C, Art715, e914 2; rechts: SR C, Art715, e914 3)

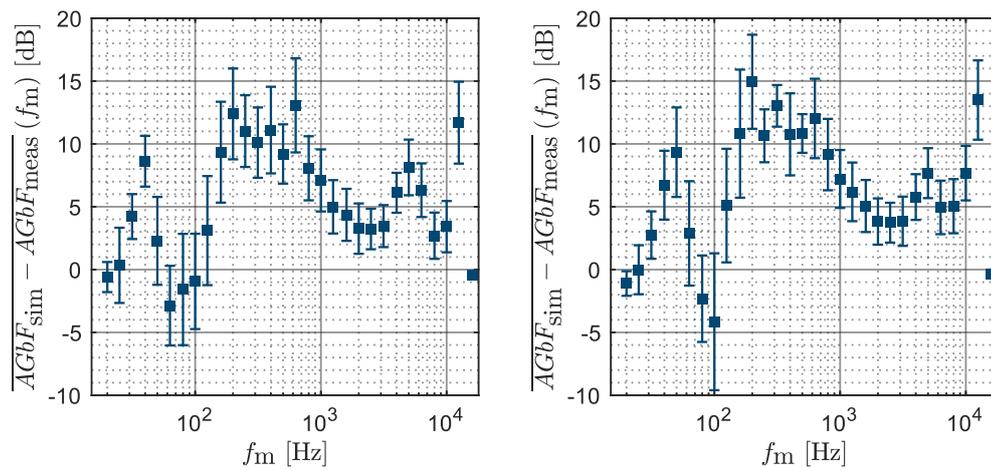


Abbildung 77: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: SR C, Art715, e945 2; rechts: SR C, Art715, e945 3)

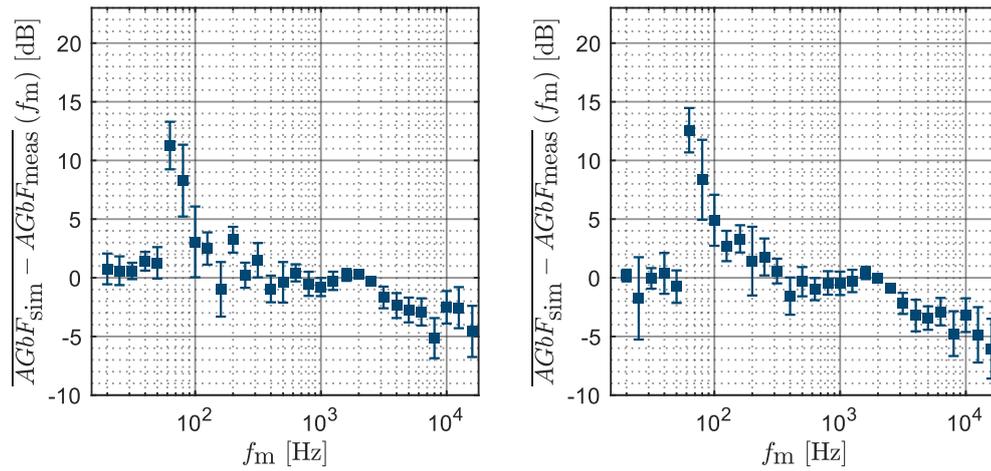


Abbildung 78: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß
(links: BR D, VR5, e914 3; rechts: BR D, VR5, e914 4)

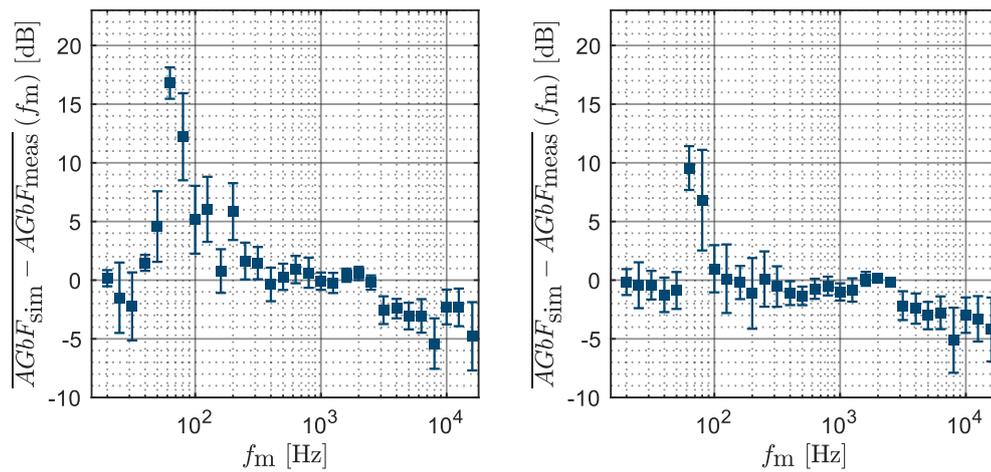


Abbildung 79: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß
(links: BR D, VR5, e914 5; rechts: BR D, VR5, e914 6)

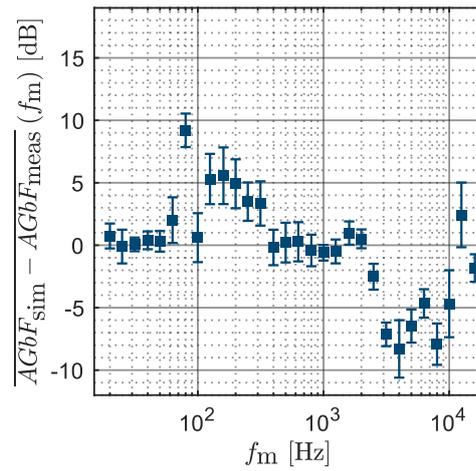


Abbildung 80: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (BR D, VR5, e945 2)

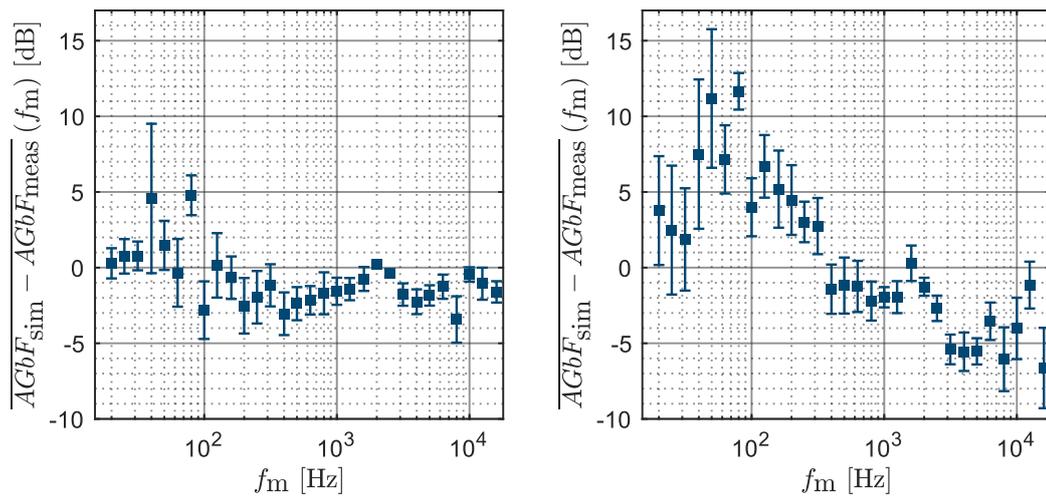


Abbildung 81: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (links: BR D, VR5, ME36 1; rechts: BR D, VR5, ME36 2)

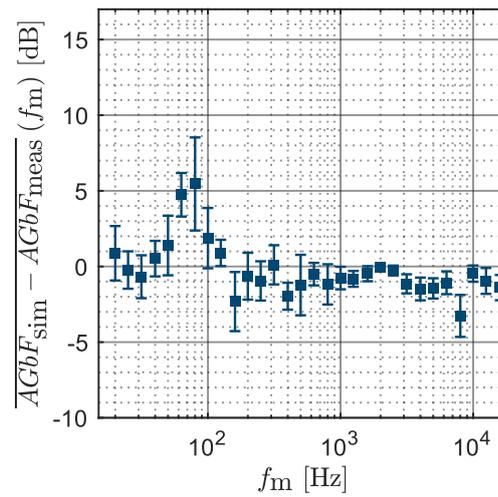


Abbildung 82: Mittlere Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Verstärkungsmaß (BR D, VR5, ME36 3)

A.13 Einfluss der Mikrofon-Quell-Position

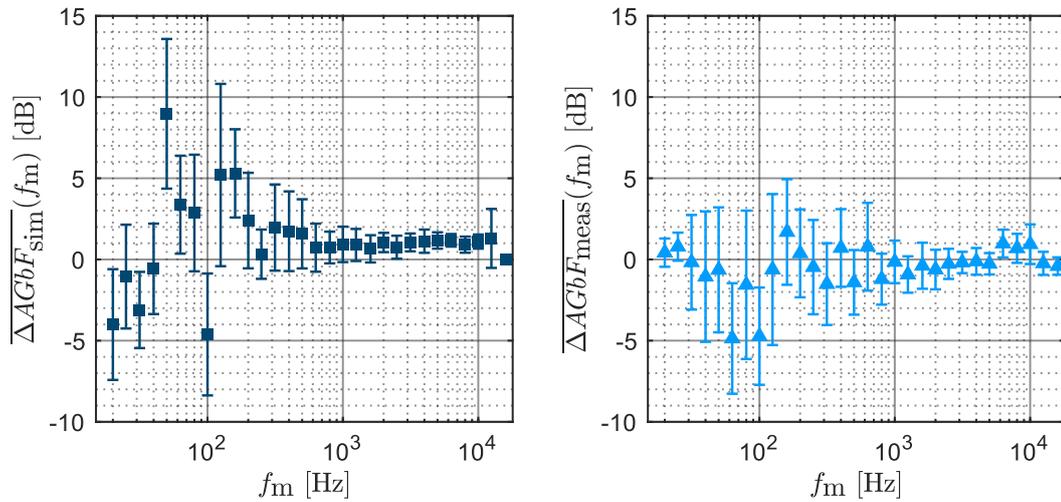


Abbildung 83: Simulierte (links) und gemessene (rechts) mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (SR C, Art 715, e914)

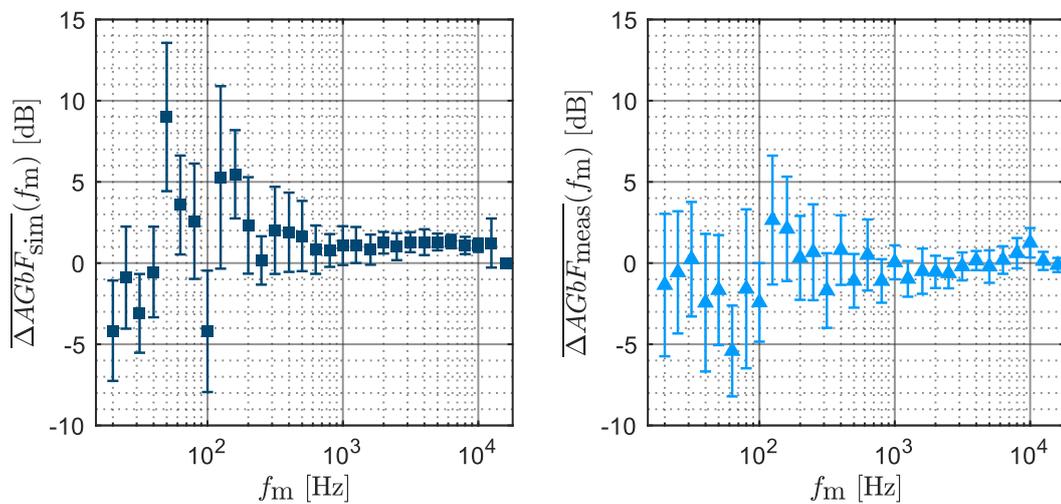


Abbildung 84: Simulierte (links) und gemessene (rechts) mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Verschiebung von Quelle und Mikrofon (SR C, Art 715, ME36)

A.14 Wahl des Mikrofons

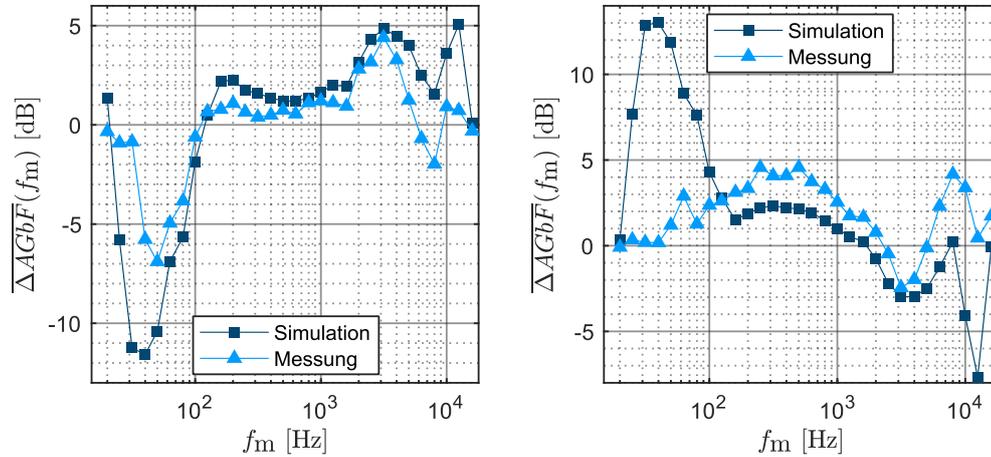


Abbildung 85: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: e945 3 gegen e914 3, SR C; rechts ME36 3 gegen e945 3, SR C)

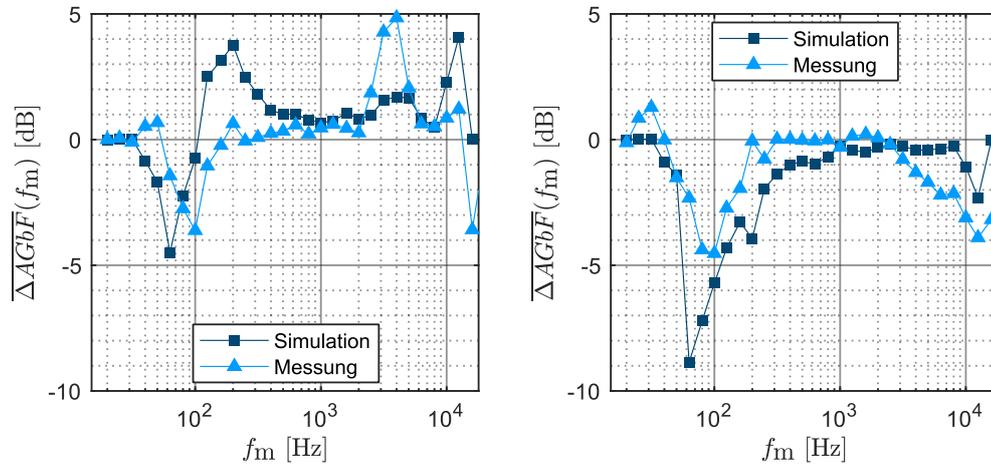


Abbildung 86: Veränderung des AGbF bei Austausch des Mikrofons an selber Position (links: e945 3 gegen e914 3, BR D; rechts ME36 3 gegen e914 3, BR D)

A.15 Absorption im Zuschauerraum

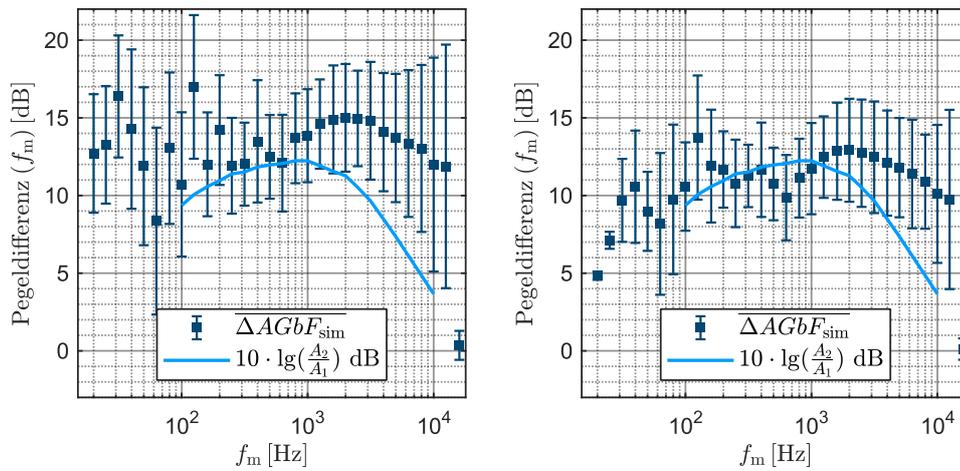


Abbildung 87: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, e914 1; rechts: VR B, GeoM6, e914 2)

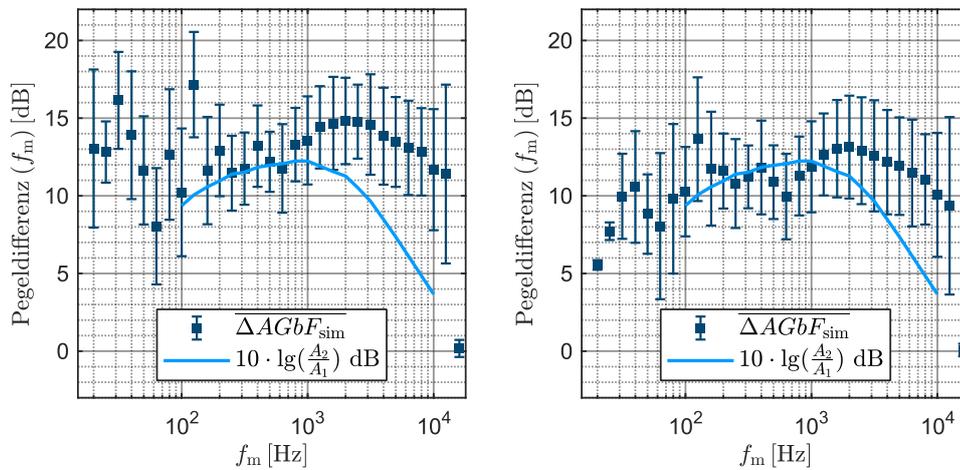


Abbildung 88: Mittlere Änderung des Verstärkungsmaßes bei Einbringung der Absorber im Zuschauerraum (links: VR B, GeoM6, ME36 1; rechts: VR B, GeoM6, ME36 2)

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe. Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ascheberg, 14.06.2023

Ort, Datum

Johannes Werner