
MASTERARBEIT

im Studiengang Ingenieurakustik

Herr
Aaron Metzler

**Akustische Untersuchung
von Großraumbüros mittels
hybrider Simulation**

2023

MASTERARBEIT

Akustische Untersuchung von Großraumbüros mittels hybrider Simulation

Autor:
Herr Aaron Metzler

Studiengang:
Ingenieurakustik

Seminargruppe:
IA20w1-M

Erstprüfer:
Prof. Dr. Thomas Graf

Zweitprüfer:
Prof. Dr. Ing. Sentpali

Einreichung:
Erfurt, 26.06.2023

MASTER THESIS

Acoustic investigation of open-plan offices by means of hybrid simulation

author:
Mr. Aaron Metzler

course of studies:
Ingenieurakustik

seminar group:
IA20w1-M

first examiner:
Prof. Dr. Thomas Graf

second examiner:
Prof. Dr. Ing. Sentpali

submission:
Erfurt, 26.06.23

Bibliografische Angaben

Nachname, Vorname: Aaron Metzler

Akustische Untersuchung von Großraumbüros mittels hybrider Simulation

Acoustic investigation of open-plan offices by means of hybrid simulation

72 Seiten, Hochschule München / Mittweida, University of Applied Sciences,
Fakultät Maschinenbau, Fahrzeugtechnik, Flugzeugtechnik / Medien

Masterarbeit, 2023

Abstract

Großraumbüros sind aufgrund ihrer hohen Wirtschaftlichkeit, den kurzen Kommunikationswegen und der daraus verbesserten Teamarbeit trotz den Herausforderungen der letzten Jahre weiterhin sehr beliebt. Durch die komplexen Grundrisse sowie einer Vielzahl an Gegenständen ist eine raumakustische Prognose infolge von Simulationsmethoden basierend auf dem Ray-Tracing Algorithmus sehr fehleranfällig. Begründet wird dies mit fehlenden Welleneigenschaften, wie z.B. der Beugung. Diese Arbeit stellt daher eine hybride Simulationsmethode vor, welche die tieffrequente - durch FEM ermittelte - Impulsantwort mit der mittel- und hochfrequenten Impulsantwort – erzeugt durch Ray-Tracing – kombiniert.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Formelzeichenverzeichnis	III
Abkürzungsverzeichnis	V
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	VIII
Vorwort	IX
1 Einleitung	1
2 Physikalische Grundlagen	3
2.1 Grundgleichungen der Akustik	3
2.2 Schallquellen (Monopol)	5
2.3 Randbedingungen	6
2.4 Beugung von Schallwellen	8
2.5 Streugrad	9
2.6 Luftabsorption	11
2.7 Raumakustische Parameter	12
3 Simulationsmethoden	15
3.1 Einführung	15
3.2 Finite Element Methode	17
3.3 Ray-Tracing	21
3.4 Grundlagen digitaler Signalverarbeitung	23
4 Voruntersuchungen	29
4.1 Auswahl der zu nutzenden Schnittstellen	29
4.2 Kalibrierung der Schnittstellen	30
4.3 Wirksamkeit schallabsorbierender Flächen	33
4.4 Hybridisierung der Schnittstellen anhand eines L-förmigen Raumes	34
5 Hybride Impulsantwort des Großraumbüros	42
5.1 Auswertung der Messergebnisse	42
5.2 Modellierung der Raumgeometrie	43

5.3	Wahl der Randparameter.....	45
5.4	Ergebnisse	48
6	Fazit	52
6.1	Zusammenfassung	52
6.2	Ausblick.....	53
	Literaturverzeichnis	X
	Anlagen	XIII
	hybridImp.m.....	XIII
	doifft.m.....	XIV
	hybrid.m.....	XIV
	Eigenständigkeitserklärung	XV

Formelzeichenverzeichnis

Symbol	Einheit	Bezeichnung
A	m^2	Äquivalente Schallabsorptionsfläche
A	N m^{-1}	Globale Steifigkeitsmatrix
c	m s^{-1}	Schallgeschwindigkeit
d	m	Abstand, Strukturbreite
E	J	Energie
f	Hz	Frequenz
f_{max}	Hz	Grenzfrequenz
f_o	Hz	obere Grenzfrequenz einer Oktave
f_{Okt}	Hz	Oktavmittelfrequenz
f_s	Hz	Schröderfrequenz
f_A	Hz	Abtastfrequenz
f_u	Hz	untere Grenzfrequenz einer Oktave
Δf	Hz	Frequenzbreite
$h[n]$	1	diskrete Impulsantwort
I	W m^{-2}	Intensität
I_0	1	Besselfunktion
I_i	W m^{-2}	Intensität der einfallenden Schallwelle
I_r	W m^{-2}	Intensität der reflektierten Schallwelle
k	m^{-1}	Wellenzahl
L_p	dB	Schalldruckpegel
L_W	dB	Schalleistungspegel
M_{mol}	kg mol^{-1}	Molare Masse
n	1	Sample
N	1	Periodenlänge in Samples
p	Pa	Schallwechseldruck
P	W	Leistung
Q	$\text{m}^3 \text{s}^{-1}$	Schallfluss
r	m	Radius
r	1	Reflexionsgrad
R	1	Reflexionsfaktor
R	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Allgemeine Gaskonstante
s	m	Weglänge
s	m	Ortsänderung
S	m^2	Fläche
t	s	Zeit

Symbol	Einheit	Bezeichnung
v	m s^{-1}	Schallschnelle
T	s	Periodenlänge
T, T_0	K	Temperatur
T_S, T_{60}	s	Nachhallzeit
V	m^3	Volumen
\bar{w}	1	Wichtungsfunktion
$w[n]$	1	Fensterfunktion
x	m	X-Koordinate
X	1	Spektralwert
$x[n]$	1	diskretes Eingangssignal
x_w	1	Gefensteretes Signal x
y	m	Y-Koordinate
$y[n]$	1	diskretes Ausgangssignal
z	m	Z-Koordinate
Z_0	N s m^{-3}	Schallkennimpedanz
Z, Z_w	N s m^{-3}	Spezifische Impedanz
α	1	Schallabsorptionsgrad
α	1	Formparameter Tukey-Fenster
β	1	Formparameter Kaiser-Fenster
γ	1	Streugrad
Γ	1	Dirichlet-, Neumann-, Robinrandbedingung
ζ, ξ	m	Auslenkung
θ_r	rad	Eintritt (i) und Austrittswinkel (R)
κ	1	Isentropenexponent
λ	m	Wellenlänge
ρ, ρ_0	kg m^{-3}	Dichte
φ	rad	Phasenwinkel
ϕ	rad	Phase
ϑ	rad	Ein-/Austrittswinkel einer Schallwelle auf Wand
χ	1	Verhältnis der spezifischen Wärme
ω	s^{-1}	Kreisfrequenz
Ω	1	Fluid

Abkürzungsverzeichnis

ACPR	A coustic P ressure
BEM	B oundary E lement M ethod
FDTD	F inite D ifference T ime D omain
FEM	F inite E lement M ethod
RAC	R ay-Tracing A coustic
RIR	R oom I mpulse R esponse

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Veranschaulichende Komprimierung und Expandierung der Gasteilchen(schwarz) durch eine Schallwelle (grau).....	3
Abbildung 2: Beugung von Schallwellen um eine Wand für Frequenzen von 63 Hz und 500 Hz	8
Abbildung 3: Gesetzmäßigkeiten geometrischer Reflexionen (Vorländer, 2020, S.32)	9
Abbildung 4: Unterschiedliche Wirkung der Reflexion anhand von drei Fällen (Kuttruff, 2004, S.130).....	9
Abbildung 5: Ausbreitung und Reflexion ebener Schallwellen mit unterschiedlichen Frequenzen an einer strukturieren Kante	10
Abbildung 6: Nach ISO 9613-1 berechnete Luftabsorption in Abhängigkeit der Temperatur - für 40% relative Luftfeuchtigkeit	11
Abbildung 7: Schnittpunkt des Grundgeräuschpegels mit der Abklingkurve in Pegeldarstellung (Dietrich et al., 2013, S. 2).....	14
Abbildung 8: Gliederung raumakustischer Simulationsmethoden.....	16
Abbildung 9: Spiegelnde Reflexionen erster Ordnung ausgehend von Spiegelquellen (grau)	16
Abbildung 10: Rechenbereich	18
Abbildung 11: Auswahl möglicher Formen finiter Elemente – obere Reihe: linear, untere Reihe: quadratisch (Prinn, 2023).....	20
Abbildung 12: Darstellung des Lambertschen Kosinusetzes.....	22
Abbildung 13: Auf Detektor treffende Strahlen	22
Abbildung 14: Beispielhafte Darstellung eines Histogramms (Vorländer, 2020, S. 182)..	23
Abbildung 15: (Meyer, 2017, S. 189).....	25
Abbildung 16: Kaiser-Fensterfunktion links im Zeitbereich und rechts im Frequenzbereich; blaue Kurve $\beta=4$; rote Kurve $\beta = 9$	26
Abbildung 17: Tukey-Fensterfunktion links im Zeitbereich und rechts im Frequenzbereich; blaue Kurve $\alpha=0$; rote Kurve $\alpha = 0,015$; gelbe Kurve $\alpha=1$	26
Abbildung 18: Übertragungsfunktion eines Tiefpass- (grau gestrichelt), eines Bandpass- (grau) und eines Hochpassfilters (schwarz gestrichelt).....	28
Abbildung 19: Schalldruckpegel in Abhängigkeit der Entfernung ermittelt durch die acpr-Schnittstelle (links) und die rac-Schnittstelle (rechts)	32
Abbildung 20: Verzerrung der Amplituden für höhere Frequenzen	32
Abbildung 21: Spektren eines quadratischen Raums mit und ohne Absorption.....	33

Abbildung 22: Abmessungen des L-förmigen Raums inklusive der Sende- und Empfangsposition	34
Abbildung 23: Hybrider Simulationsansatz	35
Abbildung 24: Filterschema von Linkewitz	36
Abbildung 25: gefilterte Impulsantworten in Abhängigkeit des Anpassungsparameters α	37
Abbildung 26: blaue Kurve r_{ac} orange Kurve a_{cpr}	38
Abbildung 27: Spektren der r_{ac} - und a_{cpr} -Schnittstelle des L-förmigen Raumes.....	40
Abbildung 28: Vergleich der Nachhallzeiten T_{60} der r_{ac} - und a_{cpr} -Schnittstelle und der hybriden Impulsantwort	40
Abbildung 29: Sende- und Empfangspositionen	42
Abbildung 30: Nachhallzeiten T_{20} in s an unterschiedlichen Empfangspositionen	43
Abbildung 31: ausgewählter Bereich der simplifizierten Raumgeometrie	44
Abbildung 32: Foto des Großraumbüros; transparente Flächen stellen Reduzierung komplexer Geometrien dar	44
Abbildung 33: 3D-Wireframe-Modell des Großraumbüros; dargestellt in COMSOL Multiphysics®	45
Abbildung 34: Gitternetz der r_{ac} -Schnittstelle (oben) und der a_{cpr} -Schnittstelle(unten)...	47
Abbildung 35: Schalldruckpegelverteilung für $f = 32$ Hz	48
Abbildung 36: Schalldruckpegelverteilung für $f = 250$ Hz	48
Abbildung 37: Spektren(a_{cpr}) der jeweiligen Empfängerpositionen.....	49
Abbildung 38: gemessene und simulierte Nachhallzeiten des Großraumbüros.....	50

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: für Großraumbüro verwendete Schallabsorptionsgrade; Angaben aus 1 – ita, 2 – DIN 18041, 3 – Akustikkunst, 4 – Knauf Ceiling Solutions, 5 - Lindner	46
---	----

Vorwort

In Anbetracht der heutigen Herausforderungen und politischen Entwicklungen mag das Erarbeiten dieser Masterarbeit ein weiterer Ausdruck unserer privilegierten westlichen Welt sein. Umso mehr führt mich die Realisation des Privilegs, studieren und mich Themen der Akustik widmen zu können, zu Dankbarkeit. Dieser möchte ich zu Beginn der Arbeit Raum geben.

So gilt mein Dank zuallererst meinem Erstbetreuer Prof. Thomas Graf, der mir in zahlreichen Zoom-Meetings Gedankenanstöße, Hilfestellungen zu COMSOL und vor allem Verständnis und Warmherzigkeit in Anbetracht meiner Umstände entgegengebracht hat.

Des Weiteren möchte ich mich bei meinem Zweitbetreuer Prof. Stefan Sentpali für die Themenfindung, die anfänglichen Impulse und für die Konzeption des Masterstudiengangs bedanken. Durch das berufsbegleitende Format des Studiengangs war es mir möglich, diesem neben meiner Anstellung in Weimar und meiner familiären Eingebundenheit nachgehen zu können.

Mein Dank gebührt ebenfalls der ITA Weimar mbH, die mir neben meiner Tätigkeit als Projektengineur den Freiraum gegeben hat, um Beruf, Familie und Studium zu vereinen.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau Pia. Ich stehe heute an diesem Punkt, weil sie stets an mich geglaubt und mich immer wieder ermutigt hat, einen Schritt vor den anderen zu setzen.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei meinem 1 ½ - jährigen Sohn Tammo bedanken. Er hat mir dabei geholfen, den Blick immer wieder auf das Wesentliche zu lenken und die kleinen Siege im Leben zu feiern.

1 Einleitung

Großraumbüros sind aus der heutigen Arbeitswelt nicht mehr wegzudenken. Gründe hierfür sind die hohe Wirtschaftlichkeit, die kurzen Kommunikationswege und damit verbunden eine stärkere Teamarbeit. Mit dem Aufkommen von Großraumbüros sind für den Arbeitsschutz und der damit verbundenen Bewertung der Raumakustik neue Problemfelder entstanden. Die Norm VDI 2569 leitet damit ein, dass unerwünschter Schall „häufig als der schwerwiegendste Störfaktor an Büroarbeitsplätzen empfunden“ wird. Weiter fährt sie fort, dass „verständliche Sprache aus der Umgebung“ ausschlaggebend dafür ist. Es stellt sich nun also die Frage, wie bereits in der Planung des Schallschutzes und der Raumakustik Maßnahmen wie Dämmung, Absorption und Abschirmung so dimensioniert werden können, dass Mitarbeiter:innen nicht unnötig von Kolleg:innen abgelenkt werden.

Neben der Anwendung der SABINE'schen Nachhallzeitenformel, die ein in Großraumbüros nicht immer gegebenes diffuses Schallfeld voraussetzt, werden von Akustikingenieur:innen häufig Programme wie EASE, ODEON, CATT oder CadnaR für die Planung verwendet. Diese basieren alle auf den Gesetzmäßigkeiten geometrischer Akustik und vernachlässigen physikalische Phänomene wie z.B. die Beugung von Schallwellen. Dieser Effekt ist insbesondere in Großraumbüros von Bedeutung, da schallabschirmende Objekte wie Tischabsorber und Regale zum Einsatz kommen. Auch werden in der Praxis immer mehr halboffene Kabinen eingerichtet, in welche sich die Beschäftigten für Telefonate und Meetings zurückziehen können. All diese Anwendungsfälle führen bei Programmen, die auf den Gesetzmäßigkeiten geometrischer Akustik beschränkt sind, zu Fehlern, die es gilt zu vermeiden.

Bei der Bearbeitung dieses Problems stellt die wellentheoretische zeitharmonische Helmholtz-Gleichung eine bessere Lösungsoption dar. Es handelt sich hierbei um eine partielle Differentialgleichung, die durch die heutige Rechentechnik nur numerisch für komplexe Raumgeometrien gelöst werden kann. In der Vergangenheit war man durch die Kapazitäten der Rechentechnik auf simple Räume und sehr niedrigen Frequenzen beschränkt. Doch haben sich die Möglichkeiten heutiger Computer durch immer feinere Halbleiterfertigungen anhand des Mooreschen Gesetzes von ehemals 2000 Transistoren pro Chip im Jahre 1971 auf über 130 Milliarden Transistoren pro Chip im Jahre 2023 stets verdoppelt. Die Nutzung numerischer Programme wie ANSYS Fluent, Abaqus FEA oder COMSOL Multiphysics® nimmt daher immer weiter zu. Im Zuge der Einführung der Ray-Tracing Schnittstelle wurde durch COMSOL die Möglichkeit erschlossen, innerhalb eines Raummodells mit den gleichen materialspezifischen Schallabsorptionsgraden eine hybride Impulsantwort mithilfe von FEM und Ray-Tracing zu generieren. Der Ansatz der hybriden Impulsantwort ist gerade

bezüglich der Raumakustik von Großraumbüros relevant, da diese komplexere Raumformen aufweisen und Sichtlinien zwischen Sende- und Empfangspositionen nicht immer gegeben sind. Dies führt dazu, dass der Beugung eine hohe Relevanz zuteilwird, die einzig durch FEM berücksichtigt wird.

Diese Arbeit befasst sich daher mit der Fragestellung, wie ein möglicher Arbeitsablauf zu konzipieren ist, der die tief- bis mittelfrequente wellentheoretisch ermittelte Impulsantwort, mit der durch geometrische Akustik bestimmten hochfrequenten Impulsantwort kombiniert. Dazu werden nach einer einführenden Darlegung physikalischer Grundlagen anhand einer Leitstudie der Raumakustik eines 2-dimensionalen L-förmigen Raumes wichtige Erkenntnisse gesammelt, die anschließend in das Raummodell des Großraumbüros übertragen werden. Um die in dieser Arbeit entwickelte Methode zu validieren, werden die aus der hybriden Impulsantwort ermittelten Nachhallzeiten, mit denen einer Messung in demselben Großraumbüro miteinander verglichen. Zuletzt werden die Ergebnisse zusammengefasst, diskutiert und weitere Fragen skizziert.

2 Physikalische Grundlagen

Simulationen bilden immer eine Annäherung an reale physikalische Prozesse. Für die mathematische Beschreibung sowie der Bildung von Lösungsansätzen werden partielle Differentialgleichungen aufgestellt, die mithilfe von Randbedingungen zu lösen sind. Die für die Raumakustik relevante partielle Differentialgleichung, die Wellengleichung, soll daher zu Beginn eingeführt werden. Anschließend wird die mathematische Beschreibung von Schallquellen und Randbedingungen erläutert, sowie auf physikalische Wellenphänomene eingegangen. Abschließend werden Parameter eingeführt, die in der Praxis zur Beurteilung der Raumakustik genutzt werden.

2.1 Grundgleichungen der Akustik

Das Forschungsfeld der Raumakustik befasst sich mit der Ausbreitung von Schallwellen in einen mit Luft gefüllten und von Randflächen umgebenen Hohlraum. In der Modellmesstechnik kommen auch andere gasförmige Fluide wie z.B. Helium zum Einsatz. Allen ist gemein, dass sie sich in einem ruhenden Zustand befinden. Dieser ruhende Zustand kann anhand der Größen des Drucks p_0 , der Dichte ρ_0 und der Temperatur T_0 quantitativ beschrieben werden mit

$$p_0 = \rho_0 T_0 \cdot \frac{R}{M_{mol}} \quad (1)$$

Die allgemeine Gaskonstante R sowie die molare Masse M_{mol} sind dabei spezifische Kennwerte des Mediums. Jede Störung des ruhenden Zustands pflanzt sich als örtlich begrenzte und zeitlich veränderliche freie Welle fort - der Schallwelle. Das angeregte Ruhfeld wird daher auch Schallfeld oder Wellenfeld genannt. Nun gilt zu beachten, dass Gase aufgrund ihrer Beschaffenheit keine freien Oberflächen besitzen und zudem nur kleine Schubkräfte übertragen (Sinambari & Sentpali, 2020, S. 7).

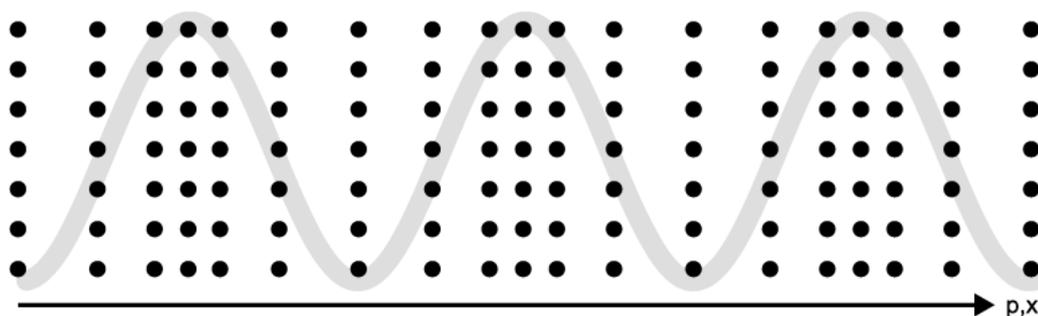


Abbildung 1: Veranschaulichende Komprimierung und Expandierung der Gasteilchen(schwarz) durch eine Schallwelle (grau)

Daher breiten sich Schallwellen longitudinal aus, was dazu führt, dass sich die Gasteilchen in Ausbreitungsrichtung der Schallwelle einzig um ihre Ruheachse bewegen und respektive ausgelenkt werden.

Betrachtet man nun einen festen Ausschnitt im Fluid, so führt das wellenartige Auslenken der Schallteilchen zu einer Komprimierung und Expandierung und somit zu einer Dichteänderung des Fluids. Diese ist aufgrund des vernachlässigbar kleinen Temperaturunterschieds proportional zum Druck. Physiologisch sind Menschen fähig, diese im Verhältnis zum Atmosphärendruck geringen Druckschwankungen wahrzunehmen. Dies trifft ebenfalls auf die akustische Messtechnik wie z.B. Mikrofone zu. Daher wird zur Beschreibung des Schallfelds der Schalldruck p als messbare Größe verwendet (Müller & Möser, 2004, S. 5). Eine weitere Kenngröße des Schallfelds lässt sich durch Ableiten der Auslenkung der Gasteilchen ξ nach der Zeit bestimmen - der Vektorgröße Schallschnelle \vec{v}

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{\xi}}{\partial t} \quad (2)$$

Ferner ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle von Interesse - die Schallgeschwindigkeit c :

$$c = \sqrt{\chi \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\chi R T_0}{M_{\text{mol}}}} \quad (3)$$

Hierin entspricht χ dem Verhältnis der spezifischen Wärme bei konstantem Druck. Anhand der drei Grundgrößen des Schallfelds - dem Schalldruck, der Schallschnelle und der Schallgeschwindigkeit - lassen sich nach Kuttruff (2004, S. 38) die eindimensionalen akustischen Grundgleichungen mithilfe des Newton'schen Massegesetzes und der Kontinuitätsgleichung aufstellen zu:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (5)$$

Durch Einführen des Laplace Operators für den multidimensionalen Raum und dem Differenzieren der Schallschnelle nach x in Gleichung (4) und nach t in Gleichung (5) erhält man die akustische Wellengleichung:

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (6)$$

Wie an späterer Stelle erläutert wird, können Geräusche jeglicher Art mithilfe von Sinusschwingungen, die sich in Phase und Amplitude unterscheiden, zusammengesetzt werden. Daher ist es üblich, den Schalldruck als harmonische Funktion mit der Kreisfrequenz ω darzustellen:

$$p(x, t) = p(x)e^{i\omega t} = p e^{i\omega t} \quad (7)$$

Ersetzt man darauffolgend die zweimalige Differentiation der Wellengleichung nach der Zeit mit $-\omega/2$, so erhält man die Helmholtz-Gleichung:

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (8)$$

Die Wellenzahl k ist definiert als

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (9)$$

2.2 Schallquellen (Monopol)

Das Ruhe-Schallfeld in einem Raum wird durch Anregung einer Schallquelle verändert. Schallquellen werden anhand ihrer Charakteristik in Monopole, Dipole oder Multipole untergliedert. Für die Raumakustik ist vorrangig der Monopol von Interesse. Dieser entspricht in Messungen der Schallanregung durch Dodekaeder und kann anhand einer pumpenden Kugel veranschaulicht werden.

Nach Vorländer (2020, S.18) kann die Schalldruckverteilung p ausgehend von der Anregung durch eine Schallquelle in Abhängigkeit der Zeit t und des Radius r einer kugelförmigen Welle mit

$$p(r, t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} \dot{Q} \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (10)$$

bestimmt werden. Hierin entspricht \dot{Q} dem Schallfluss, der im Fall eines harmonisch anregenden Monopols mit

$$\underline{Q}(t) = \hat{Q}e^{j\omega t} \quad (11)$$

definiert ist. Man erhält nun den Schalldruck in Abhängigkeit des Abstands und der Zeit

$$\underline{p}(r, t) = \frac{j\omega\rho_0\hat{Q}}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (12)$$

die Schallschnelle

$$\underline{v} = \frac{-1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\hat{Q}}{4\pi} \left(jk + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{j(\omega t - kr)}}{r} \quad (13)$$

sowie die Impedanz aus dem Verhältnis des Schalldrucks zur Schallschnelle

$$\frac{\underline{p}}{\underline{v}} = \frac{j\omega\rho_0}{jk + \frac{1}{r}} = Z_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{jkr}} \quad (14)$$

und der Schallintensität resultierend aus dem Produkt des Schalldrucks und der Schallschnelle mit

$$I = \frac{\rho_0\hat{Q}^2}{32\pi^2 c} \cdot \frac{\omega^2}{r^2} \quad (15)$$

Anhand des letzten Faktors ist zu erkennen, dass die Schallintensität des Monopols quadratisch mit steigender Frequenz zunimmt und mit steigendem Abstand zur Schallquelle abnimmt.

COMSOL Multiphysics® bietet neben der Möglichkeit der Eingabe eines Schallflusses Q auch die Eingabe einer Leistung P an, die miteinander durch Integration der Hüllfläche der Schallintensität wie folgt in Beziehung stehen

$$P = \iint I(r)r^2 dr \sin \vartheta d\vartheta d\varphi = \frac{\rho_0\hat{Q}^2}{8\pi c} \cdot \omega^2 \quad (16)$$

2.3 Randbedingungen

Wenn sich Schallwellen in einem Raum ausbreiten, wird ihnen ein Widerstand aufgrund des Mediums entgegengebracht, der in der Literatur als Schallkennimpedanz Z_0

beschrieben wird. Diese ergibt sich aus der Schallgeschwindigkeit c_0 und der Dichte ρ_0 des Mediums mit

$$Z_0 = c_0 \cdot \rho_0 \quad (17)$$

Die Randflächen des Raumes wirken ebenfalls als Widerstände und sind durch die Größe der spezifischen Impedanz Z_W zu charakterisieren. Es gilt zu beachten, dass für unterschiedliche Materialien verschiedene Wirkmechanismen zugrunde zu legen sind. Allen ist gemeinsam, dass sie die kinetische Energie der Schallwelle beim Auftreffen und Durchschreiten des Materials in andere Energieformen umwandeln oder umleiten. Dieser Prozess wird als Schallabsorption benannt. Hierunter zählt u.a. die Schallabsorption durch Reibung in porösen offenporigen Materialien, durch Resonanz plattenähnlicher manchmal auch gelochter Konstruktionen sowie durch Interferenz von Schallwellen in z.B. Schalldämpfern. Für alle jene Wirkmechanismen existieren mitunter auch Prognoseverfahren. Messtechnisch kann die spezifische Impedanz mithilfe des Kundtschen Rohres gemäß DIN EN ISO 10534-2, der Schallabsorptionsgrad durch Hallraummessungen gemäß der Norm DIN EN ISO 354 bestimmt werden.

Quantitativ ist die schallabsorbierende Wirkung eines Materials durch den dimensionslosen Schallabsorptionsgrad α definiert, der sich aus dem Reflexionsgrad R ableitet mit

$$\alpha = 1 - R \quad (18)$$

Der Reflexionsgrad lässt sich anhand des komplexen Reflexionsgrades r bestimmen, der nach Cremer anhand der spezifischen Impedanz und der Schallkennimpedanz berechnet wird:

$$R = r^2 = \left| \frac{Z_W + Z_0}{Z_W - Z_0} \right|^2 \quad (19)$$

Dieser Sachverhalt entspringt der Vorstellung, dass eine auf eine Wand hinlaufende Welle mit dem Schalldruck

$$p(x, t) = \hat{p}(x) \cdot e^{-j\omega t} \quad (20)$$

in die Wand transmittiert, aber auch von der Wand zurückgeworfen wird mit

$$p(x, t) = r\hat{p}(x) \cdot e^{j\omega t} \quad (21)$$

Für die Schallenergie im Raum ist die transmittierte Schallwelle sekundär, entspricht aber der Summe von hinlaufender und zurückgeworfener, reflektierter Schallwelle mit

$$p(x, t) = \hat{p}(x) \cdot (e^{-j\omega t} + r \cdot e^{j\omega t}) \quad (22)$$

und der dazugehörigen Schallschnelle

$$\vec{v}(x, t) = \frac{\hat{p}(x)}{z_0} \cdot (e^{-j\omega t} - r \cdot e^{j\omega t}) \quad (23)$$

Das Verhältnis zwischen dem Schalldruck und der Schallschnelle direkt auf der Wand entspricht dann der Wandimpedanz

$$Z_W = \left(\frac{p}{\vec{v}} \right)_{x=0} \quad (24)$$

2.4 Beugung von Schallwellen

In der Realität kommen unendlich ausgedehnte Randflächen nicht vor, sondern sind in ihrer Länge begrenzt. Auch wenn Schallwellen an der Oberfläche reflektiert werden, so ist dies an den Rändern von Wänden nicht der Fall. Folgende Abbildung veranschaulicht dies. In der linken unteren Ecke wird der Raum, welcher von einem Perfectly Matched Layer umgeben ist, angeregt. Auf der linken Seite im Bereich der Wand werden die Schallwellen noch reflektiert. Auf der gegenüberliegenden rechten Seite sinkt der Effektivwert des Schalldrucks mit steigender Frequenz. Das bedeutet, dass der Beugungseffekt abhängig von der Wellenlänge der Schallwelle ist.

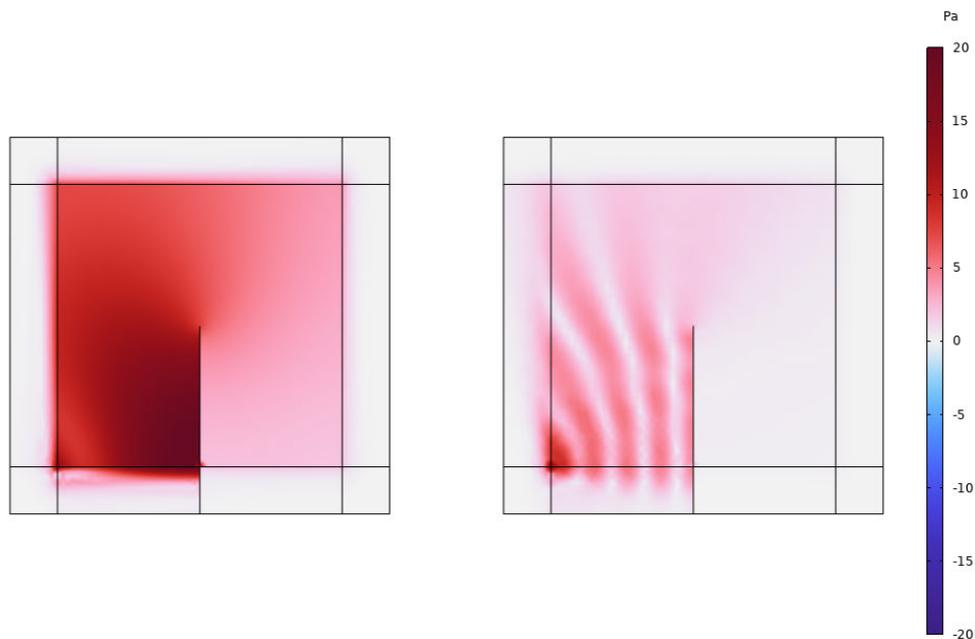


Abbildung 2: Beugung von Schallwellen um eine Wand für Frequenzen von 63 Hz und 500 Hz

2.5 Streugrad

Schallwellen, die an Flächen reflektiert werden, folgen den Gesetzmäßigkeiten der geometrischen Akustik. Trifft eine Schallwelle mit dem Winkel ϑ auf eine ebene glatte Wand, so wird sie gespiegelt von ihr reflektiert.

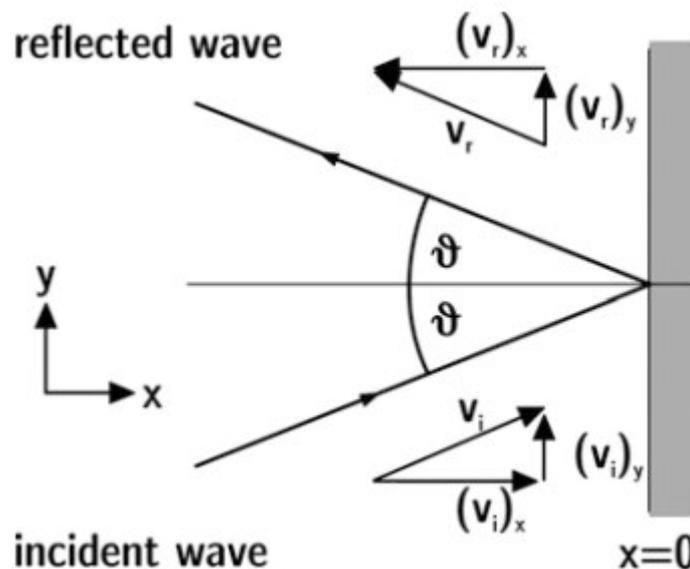


Abbildung 3: Gesetzmäßigkeiten geometrischer Reflexionen (Vorländer 2020 S.32)

In der Praxis existiert jedoch eine Vielzahl an rauen, komplex geformten Randflächen, die dazu führen, dass in Abhängigkeit der Wellenlänge zur Abmessung der Unebenheit, der Austrittswinkel der Schallwelle zufälliger Natur ist. Diese Tatsache wird als Streuung definiert. Kuttruff fasst drei Fälle zusammen:

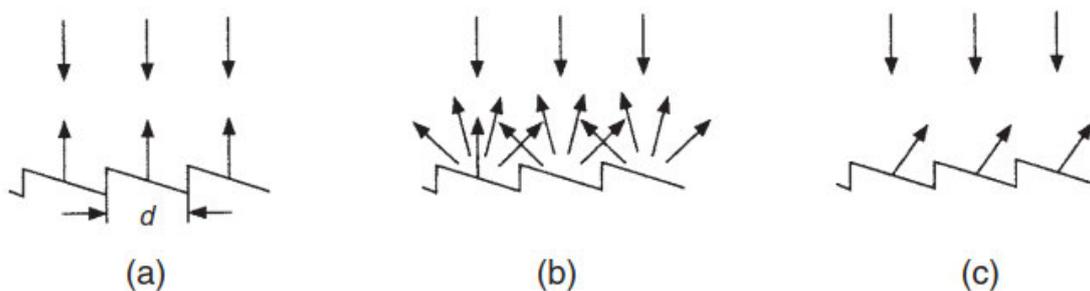


Abbildung 4: Unterschiedliche Wirkung der Reflexion anhand von drei Fällen (Kuttruff 2004 S.130)

Der Fall (a) trifft für Schallwellen zu, deren Wellenlänge λ groß im Vergleich zur Strukturweite d ist. So werden Schallwellen unabhängig der Struktur spiegelnd reflektiert. Der Fall (c) entspricht dem genauen Gegenteil. Hier sind die Wellenlängen sehr klein verglichen

mit der Strukturbreite. Dies führt dazu, dass Schallwellen an den Strukturen spiegelnd reflektiert werden. Einen Sonderfall stellt der Fall (b) dar, denn die Wellenlängen entsprechen der gleichen Größenordnung wie die Strukturbreite. Das führt zu diffusen Reflexionen, d.h. die Schallwelle wird beim Auftreffen auf die Wand gestreut.

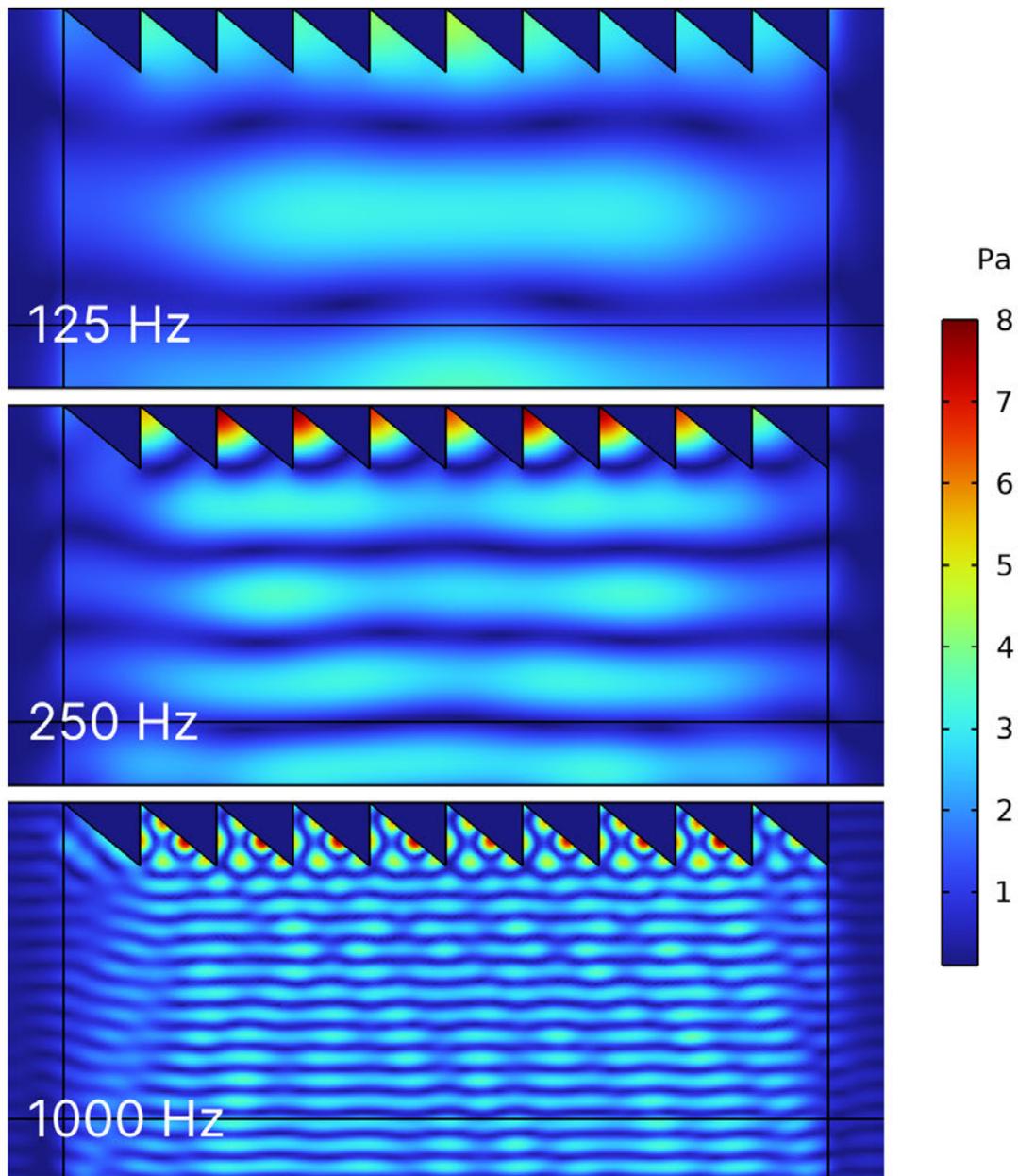


Abbildung 5: Ausbreitung und Reflexion ebener Schallwellen mit unterschiedlichen Frequenzen an einer strukturieren Kante

Dieser Sachverhalt wurde in COMSOL Multiphysics® nachgebildet. Eine ebene Welle mit einem Schalldruck von $p_0 = 2 \text{ Pa}$ regt das von einem 0,5 m dicken Perfectly Matched Layer umgebene Schallfeld an. An der oberen Kante befinden sich Elemente mit der Strukturbreite von 0,6 m. Man erkennt, dass die Schallwelle mit einer Frequenz von

125 Hz und somit einer Wellenlänge von 2,74 m die Strukturelemente nicht beachtet. Anders verhält es sich bei einer Schallwelle mit der Frequenz von 250 Hz und der Wellenlänge von 1,32m. Hier wird die Schallwelle durch die Strukturelemente gebrochen, da sich in jedem Element ein Schalldruckmaxima bildet. Erhöht man die Frequenz auf 1000 Hz respektive einer Wellenlänge von 0,34 m, so werden die Schallwellen an den Flächen der Strukturelemente spiegelnd reflektiert.

Kuttruff stellt zudem klar, dass die Streuung von Schallwellen nicht allein abhängig von der Rauigkeit einer Wand ist, sondern auch dann auftritt, wenn sich die Impedanz entlang einer Wand verändert. Dies ist u.a. bei Gipskarton-Ständerwänden der Fall, die in Profild Nähe starr und unbeweglich sind und zur Plattenmitte hin beweglicher werden.

2.6 Luftabsorption

Normativ ist die Dämpfung von Schallwellen durch die ISO 9613-1 festgelegt. Hierin wird die Luftabsorption als Wirkung zweier Mechanismen zusammengefasst, der Absorption im klassischen Sinne und der Absorption durch Entspannungsprozesse. Die Absorption im klassischen Sinne entsteht durch Reibung der in der Luft befindlichen und miteinander kollidierenden Moleküle Stickstoff, Sauerstoff, Argon und Kohlenstoffdioxid. Im Gegensatz zur Absorption durch Reibung überträgt sich die kinetische Energie der Schallwelle auf die beiden Moleküle Stickstoff und Sauerstoff und veranlasst diese, um ihre eigene Achse zu schwingen und zu rotieren, sich also zu entspannen.

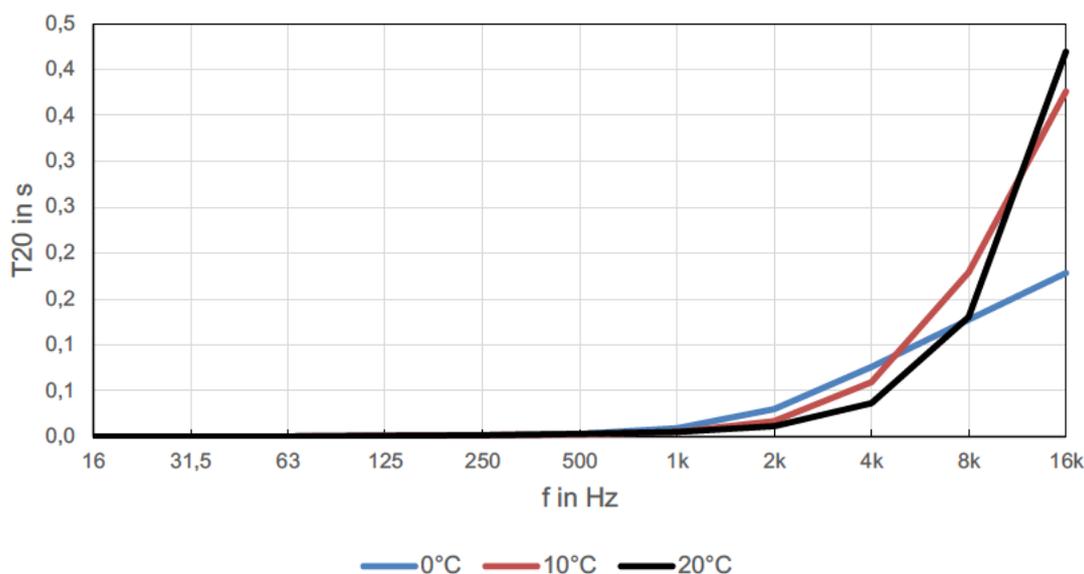


Abbildung 6: Nach ISO 9613-1 berechnete Luftabsorption in Abhängigkeit der Temperatur - für 40% relative Luftfeuchtigkeit

Zur Berechnung der Luftabsorption sind in der Norm ISO 9613-1 Berechnungsvorschriften und deren Eingangsgrößen benannt. Maßgeblich für die Dämpfung sind die Kennwerte der Temperatur, der Luftfeuchtigkeit und des Luftdrucks. In der Norm sind Werte der Luftabsorption in dB/km angegeben, die für Frequenzen von 50 Hz bis 10 kHz reichen. Ein beispielsweise frequenzabhängiger Luftabsorptionsverlauf für Oktavmittelfrequenzen von 16 Hz bis 16 kHz wird in der Abbildung 6 dargestellt.

2.7 Raumakustische Parameter

Geschlossene Räume erfüllen unterschiedliche Zwecke und sind somit auch unterschiedlich hinsichtlich ihrer Hörsamkeit zu bewerten. Hierfür existieren unterschiedliche Metriken wie z.B. die Nachhallzeit T , das Stärkemaß G , das Deutlichkeitsmaß $C50$, das Klarheitsmaß $C80$, der Speech Transmission Index und einige weitere. Den meisten ist gemein, dass diese mithilfe der Impulsantwort eines Raumes bestimmt werden können.

Weiter soll die Nachhallzeit als Validierungskriterium der Simulationsergebnisse verwendet werden, da einschlägige Normen diese zur Bewertung und Planung der Raumakustik von Räumen nutzen. Definiert ist sie als Zeit, die vergeht, bis der Schalldruck nach Abschalten der Schallquelle auf das tausendstel seines ursprünglichen Wertes gesunken ist. Dies entspricht einem Pegelabfall von $\Delta L = 60$ dB, daher auch der in der Literatur oft vorkommende Index T_{60} . Analog dazu entsprechen die Nachhallzeit T_{30} und T_{20} einem Pegelabfall von 30 dB respektive 20 dB.

Sabine hat durch iterative Messungen in unterschiedlichen Räumen der Harvard University eine Formel entwickelt, die besonders für diffuse Räume gute Ergebnisse liefert:

$$T_S = 55,3 \frac{V}{A \cdot c_0} = 0,163 \frac{V}{A} \quad (25)$$

So lässt sie sich mithilfe des Volumens V und der äquivalenten Schallabsorptionsfläche ermitteln, die sich aus den Flächenangaben aller im Raum vorkommenden Flächen multipliziert mit den dazugehörigen Schallabsorptionsgraden ergibt. Von der messtechnischen Praxis weiß man, dass die Nachhallzeit an unterschiedlichen Messpositionen zu den tiefen Frequenzen hin schwanken. Der Einfluss der Messtechnik kann aufgrund stark verbesserter Messverfahren vernachlässigt werden. Kurz fand durch Messungen in einem Impedanzmessrohr heraus, dass die Nachhallzeit einer stehenden Welle entlang des Rohrs an Schalldruckmaxima auf ein Minimum sank und an Schalldruckminima ihr Maximum erreichte (Kurz et al., 2021). Daraus lässt sich ableiten, dass die Modendichte in einem Raum maßgeblichen Einfluss auf die Nachhallzeit hat. Auch gilt zu beachten, dass die

Nachhallzeit oftmals in Terz- oder Oktavbändern gemessen wird, deren absolute Bandbreite sich mit steigender Bandmittenfrequenz erhöht. Dazu ist allgemein bekannt, dass mit steigenden Frequenzen die Modendichte in einem Raum zunimmt. Diese beiden Sachverhalte führen dazu, dass die Schalldruckverteilung in niedrigen Frequenzbändern weitaus mehr schwankt, als bei hohen Frequenzbändern und dies schlussendlich zu einer erhöhten Streuung der an verschiedenen Messpositionen ermittelten Nachhallzeiten führt.

2.7.1 Messtechnische Ermittlung der Nachhallzeit

Historisch gesehen wurden Nachhallzeiten aus Abklingkurven bestimmt, die aufgrund des gegenseitigen Eintreffens von Normalmoden mit unterschiedlichen Eigenfrequenzen jedoch stark fluktuierten. So ergaben sich in einem gleichen Raum mit identischen Sende- und Empfangspositionen unterschiedliche Abklingkurven, die auf die Zufälligkeit des Anregungssignals und nicht auf Veränderungen der Raumeigenschaften zurückzuführen waren. Daher wiederholte man den Nachhallversuch mehrmals, um die aus den einzelnen Abklingkurven gewonnenen Nachhallzeiten (oder Abklingraten) zu mitteln. Diese Methode war jedoch ineffizient und gab auch keinen Aufschluss über die wahre Natur des Abklingens preis (Schroeder, 1965, S. 409). So trägt z.B. das frühe Abklingen des diffusen Schallfelds maßgeblich zum subjektiven Raumeindruck bei, der durch diese konventionelle Methode aber nicht objektiv messbar war. Daher stellte Schröder eine Methode zur Messung der Nachhallzeit vor, die in einer einzigen Messung eine Abklingkurve ergibt, welche identisch mit dem Mittelwert über unendlich viele Abklingkurven ist, die sich aus der Anregung des Raumes mit bandpassgefiltertem Rauschen ergeben würden. Auf diese Weise wurden die oben erwähnten Schwierigkeiten vermieden (Schroeder, 1965, S. 409).

Schröder stellte den Zusammenhang her, dass die gefilterte quadratische rückwärtsintegrierte Impulsantwort zum gleichen Ergebnis kommt, wie die theoretisch unendliche Anzahl gemittelter Abklingvorgänge, welche mit dem Verfahren des abgeschalteten Rauschens erhalten wurden (Schroeder, 1965, S. 410):

$$\begin{aligned}
 E(t) &= \int_0^{\infty} p^2(\tau) d\tau - \int_0^t p^2(\tau) d\tau \\
 &= \int_t^{\infty} p^2(\tau) d\tau = \int_{\infty}^t p^2(\tau) d(-\tau)
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Entscheidend für die Bestimmung der Early Decay Curve zur Nachhallzeitenbestimmung sind die Integrationsgrenzen der schröderschen Rückwärtsintegration. Der Grund dafür ist der im Raum vorhandene Grundgeräuschpegel, sowie das Rauschen der Messkette. Daher kann in der Praxis nicht bis $-\infty$ integriert werden. Wählt man die Integrationsgrenze zu

kurz, so kann es mitunter passieren, dass die Abklingkurve zu schnell abfällt und die Pegeldifferenz zur Bestimmung der Nachhallzeit geringer ausfällt. Eine zu große Integrationsgrenze birgt auf der anderen Seite die Gefahr, dass sich die Abklingkurve an dem Grundgeräuschepegel annähert und somit verfälscht wird.

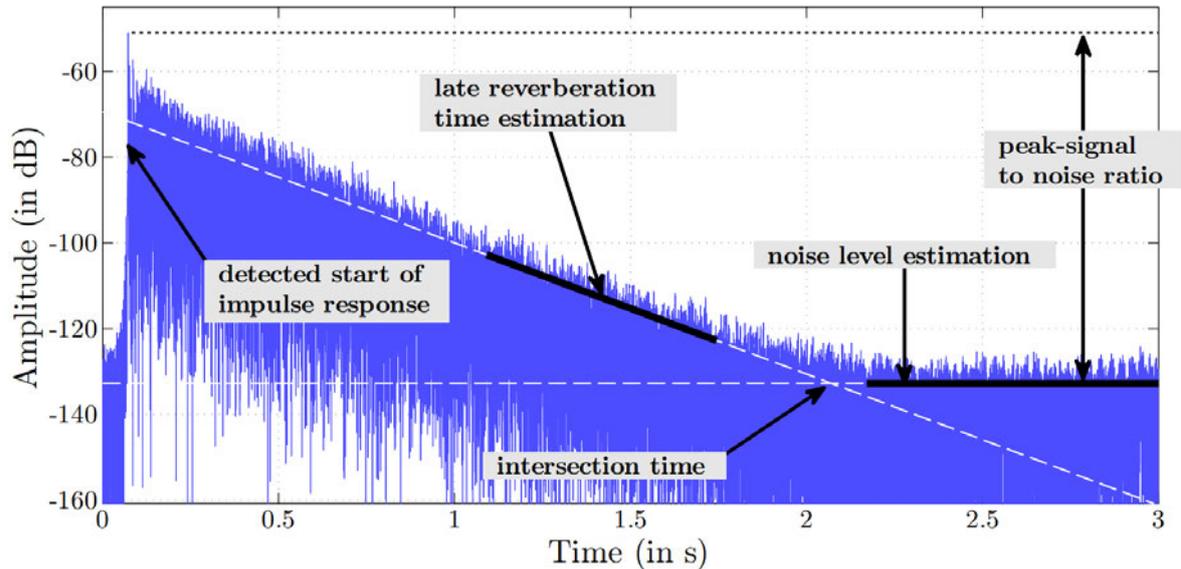


Abbildung 7: Schnittpunkt des Grundgeräuschepegels mit der Abklingkurve in Pegeldarstellung (Dietrich et al. 2013 S. 2)

Die optimale Integrationsgrenze liegt im Schnittpunkt der Early Decay Curve mit dem Grundgeräuschepegel (Janković et al., 2016, S. 1049). Dieser kann zum einen durch separates Messen des Grundgeräuschepegels und dem daraus resultierenden RMS erfolgen oder durch z.B. dem Lundeby Algorithmus (M. Karjalainen et al., 2002, S. 871). Gemäß der DIN EN ISO 3382-1 kann zum anderen der Schnittpunkt der Horizontalen des Störpegels und der repräsentativen geneigten Gerade entlang dem Abfall als Integrationsgrenze gesetzt werden .

3 Simulationsmethoden

Raumakustische Simulationen werden seit vielen Jahren genutzt, um sowohl in der Forschung raumakustischer Phänomene als auch in der Planung raumakustisch zu optimierender Räume Erkenntnisse ohne größeren baulichen Aufwand zu generieren. Die Genauigkeit jener Simulationen wurde anhand zahlreicher sogenannter *Round Robins* untersucht, in welcher Ergebnisse verschiedener Programme miteinander verglichen wurden (Bork, 2000, 2005; Brinkmann et al., 2019; Vorländer, 1995). In der Round Robin von 2019 wichen u.a. die durch unterschiedliche Programme ermittelten Nachhallzeiten eines mittelgroßen Raumes um mehr als eine Sekunde für Oktavfrequenzen von 125 Hz und 250 Hz ab. In Hinsicht auf die Messung sogar um mehr als 1,5 Sekunden.

Bartsch wies schon im Jahre 2000 in seinem Beitrag darauf hin, dass die Abweichungen auf eine unzureichende Modellbildung infolge der Nichtbeachtung tieffrequenter Welleneffekte zurückzuführen sind. Maßgeblich ist für ihn die fehlende Berücksichtigung der Beugung von Schallwellen durch geometrische Simulationsmethoden. Zusammenfassend befürwortet er einen hybriden Simulationsansatz- bestehend aus einer FE-Simulation und einer geometrischen Simulation, da nur dann eine "breitbandige und effektive Simulation möglich" wird (Bartsch, 2000).

Daher sollen beide Simulationsmethoden in den folgenden Abschnitten erläutert und bewertet und ein möglicher hybrider Simulationsansatz vorgestellt werden. Die folgenden Betrachtungen obliegen dem Funktionsumfang von COMSOL Multiphysics®, da alle Eingangsdaten von beiden Simulationsmethoden verwendet werden können.

3.1 Einführung

Das Forschungsfeld raumakustischer Simulationen lässt sich in zwei grundlegend verschiedenen Ansätze unterteilen. Dazu zählt zum einen der Ansatz der geometrischen Akustik, zu welchem stochastische und deterministische Methoden zuzuordnen sind.

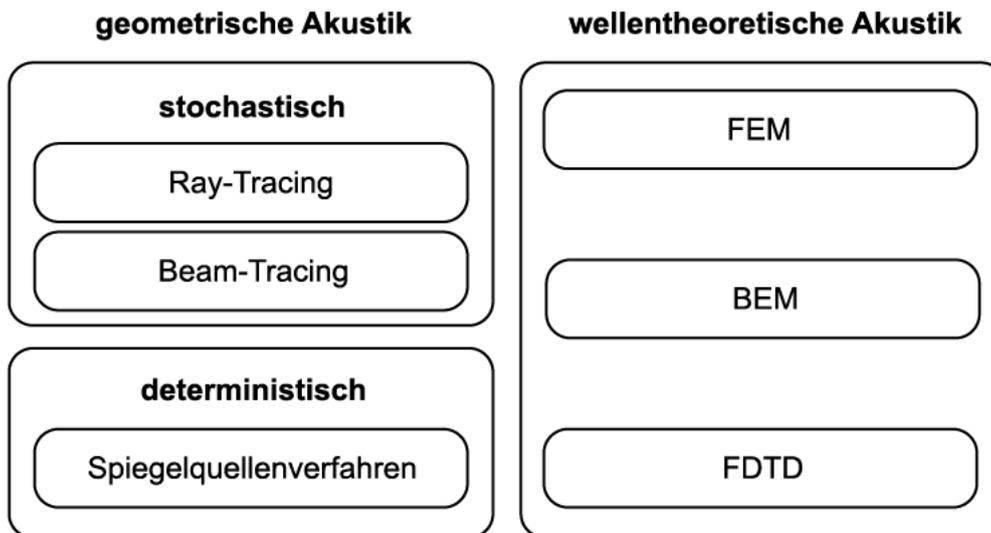


Abbildung 8: Gliederung raumakustischer Simulationsmethoden

Stochastische Simulationsmethoden wie z.B. Ray- oder Beam-Tracing diskretisieren Schallwellen zu sich im Raum bewegendem „Schallteilchen“, die Energie transportieren und an Begrenzungsflächen abprallen, dabei Energie verlieren und in den Raum zurückgeworfen werden. Diese Methode entspricht einer statistischen Annäherung. So führt eine Erhöhung der zu verfolgenden Schallteilchen zu einer Verbesserung der Genauigkeit, aber auch zu einer Erhöhung der Rechenzeit. Diffuse Reflexionen infolge von Streuung können mithilfe dieser Methode modelliert werden, jedoch bleiben Beugungseffekte unberücksichtigt. Dem gegenüber stehen deterministische Methoden, zu denen das Spiegelquellenverfahren zählt.

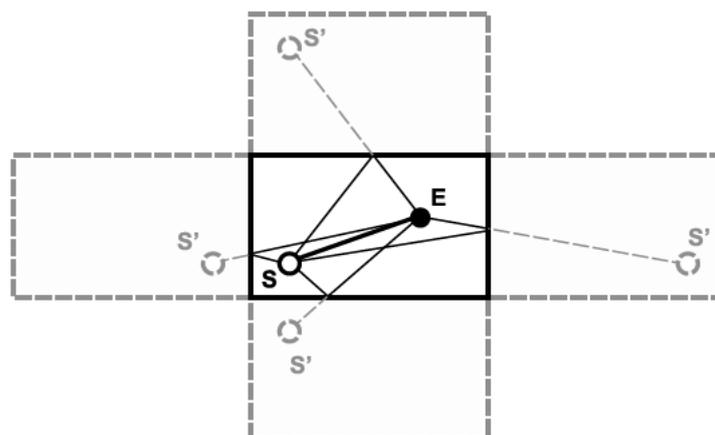


Abbildung 9: Spiegelnde Reflexionen erster Ordnung ausgehend von Spiegelquellen (grau)

Definiert man eine Sendeposition S sowie eine Empfangsposition E , so wird die Sendeposition symmetrisch zu den Randflächen hin gespiegelt. Man erhält die Spiegelquellen S' . Zieht man nun den Pfad zwischen den Spiegelquellen und der Empfangsposition und einen Pfad von der Sendeposition zu den Schnittpunkten der Spiegelquellenpfade mit der

Randfläche, so erhält man die Reflexionen erster Ordnung. Dies kann beliebig erweitert werden. Schallstreuende Oberflächen und Beugungseffekte bleiben unberücksichtigt, was insbesondere bei komplexen Raumgeometrien zu Fehlern führt.

Den geometrischen Simulationsmethoden stehen die wellentheoretischen Simulationsmethoden gegenüber, die sich aus der Wellengleichung ableiten lassen. Hier lassen sich die Finite Element Methode (FEM), die Rand Element Methode (BEM) sowie die Finite Differenzen Methode im Zeitbereich (FDTD) einordnen. Die ersten beiden Methoden berechnen numerisch iterativ entweder die einzelnen Raummoden oder die Übertragungsfunktion eines Raumes. Dabei wird im Falle von FEM das Raumvolumen, im Falle von BEM die Außenhülle des Raums, einem Netz überführt, an dessen Knoten der Schalldruck und die Phase berechnet werden. Die Finite Differenzen Methode wiederum berechnet an den Knoten die zeitliche Veränderung des Schalldrucks. Alle drei Methoden haben gemein, dass sie weitaus höhere Rechenkapazitäten benötigen, als dies für geometrische Methoden der Fall ist. Besonders bei hohen Frequenzen sind Räume detailreicher zu gestalten, was zu einem feineren NetZRaster führt und in längeren Rechenzeiten resultiert. Falls das Netz nicht angepasst wird, entstehen Fehler, die zur Folge haben, dass sich die Schallwelle mit einer künstlich höheren "numerischen" Geschwindigkeit ausbreitet und die numerische Wellenzahl deutlich kleiner ist als die tatsächliche (He et al., 2011). Neben den drei Methoden existieren weitere Abwandlungen derselben, wie die Waveguide, die High-Order FEM oder auch die spektrale Element Methode (Pind et al., 2019).

3.2 Finite Element Methode

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, breiten sich Schallwellen als frequenzabhängige Druckänderungen in einem Fluid aus. Mathematisch wird dies durch die Wellengleichung, einer partiellen Differentialgleichung in Abhängigkeit des Orts und der Zeit beschrieben. Die daraus resultierende Helmholtz-Gleichung obliegt der Annahme harmonischer Schallwellen. Nun kann die Helmholtz-Gleichung nur für simple Raumformen wie Würfel, Quader oder kugelförmigen Räumen analytisch gelöst werden. Für komplexere Raumformen mit z.B. Möblierung ist die Helmholtz-Gleichung einzig durch approximierende numerische Verfahren zu lösen.

3.2.1 Grundlagen

Der Grundgedanke der finiten Element Methode in der Raumakustik besteht darin, dass das Luftvolumen des Raumes in kleine Teilvolumina - oder im Fachterminus als *finite*

Elemente bezeichnet - unterteilt wird. Aufgrund der großen Flexibilität finden hierfür oft Tetraeder Verwendung. Dies sind vierflächige Körper mit dreieckigen Seitenflächen. Verbunden sind die Seitenkanten der Tetraeder durch Knoten.

3.2.2 Physikalische Betrachtung

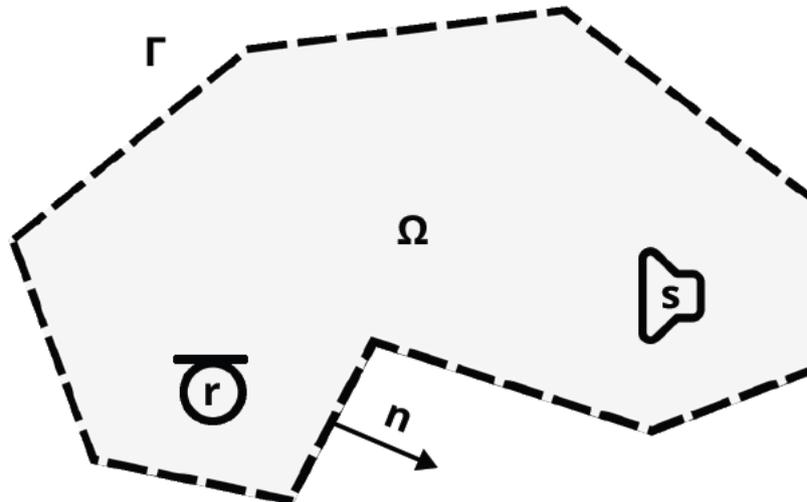


Abbildung 10: Rechenbereich

Betrachtet man einen von Flächen umgebenen Hohlraum, so ist der ruhende Zustand des Fluid Ω in dem Hohlraum durch die beiden Größen Schallgeschwindigkeit c_0 und Dichte ρ_0 zu beschreiben. Die Randfläche des Fluids Γ mit dem dazugehörigen Normalenvektor \mathbf{n} kann in drei unterschiedliche Arten von Randbedingungen unterteilt werden: Γ_D, Γ_N und Γ_R . Um eine eindeutige Lösung der Helmholtz-Gleichung in einem Fluid zu erhalten, sind zwingend Randbedingungen zu benennen (Ochmann et al., 2016).

Die *Dirichlet*-Randbedingung Γ_D gibt einen Druck p_0 auf dem Rand vor. Für den Fall, dass dieser 0 beträgt, werden die Schallwellen durchgelassen. Man spricht hierbei von einem schallweichen Abschluss. Die zweite Randbedingung wurde nach Neumann Γ_N benannt. Hier ist die Eingabe einer Normalschnelle von Bedeutung. Ein schallharter Abschluss entspricht $v_n = 0$, da die Schallteilchen durch z.B. eine Wand und den benachbarten Schallteilchen in ihrer Bewegung gehindert werden. Da sich nicht alle Randbedingungen in einer der beiden vorgehenden einordnen lassen, existiert eine dritte Art von Randbedingung, die Robin-Randbedingung Γ_R . Für diese gibt man ein Verhältnis zwischen dem Schalldruck und der Normalschnelle an - einer Impedanz Z .

Mit diesen Ausgangsparametern lässt sich anschließend die Finite-Element-Methode aufstellen.

3.2.3 Methode der gewichteten Residuen

Um die Komplexität und somit den Rechenaufwand zu minimieren, wird empfohlen, eine Variationsformulierung aufzustellen. Diese entspricht im Fall der gewichteten Residuen einer Wichtungsfunktion \bar{w} , also einer Annäherungsfunktion des Schalldrucks p , die mit der Helmholtz-Gleichung multipliziert wird und anschließend über das Raumgebiet integriert wird:

$$\int_{\Omega} \bar{w}(\Delta p + k^2 p) d\Omega = 0 \quad (27)$$

Ein Residuum beschreibt dabei den "Fehler gegenüber der exakten Lösung" (Ochmann et al., 2016). Durch die zeitharmonische Formulierung lassen sich für die Randbedingungen jeweils Residuen aufstellen:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \Delta p + k^2 p \\ \varepsilon_3 &= \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} + i\omega \frac{\rho_0}{Z_0} p \end{aligned} \quad (28)$$

Diese ebenfalls mit der Wichtungsfunktion multipliziert, über das Randgebiet integriert und der Annahme, dass gilt $p = p_{\Gamma}$, resultieren in der schwachen Formulierung des Randwertproblems:

$$\int_{\Omega} (\nabla p \nabla w - k^2 p w) dV + \int_{\Gamma_R} i\omega \frac{\rho_0}{Z_0} p w dS = 0 \quad (29)$$

3.2.4 Diskretisieren und Lösen des Rechengebiets

Die Methode der finiten Elemente trägt ihren Namen, da das Volumen in miteinander durch Knoten verbundene Teilvolumina, dem Mesh, untergliedert wird. In Relation zur Dimension und Komplexität des Rechengebiets existieren unterschiedliche Basis-Geometrien wie Linien, Dreiecke, Vierecke, Tetraeder oder Quader. Die Knoten der Formen entsprechen gleichzeitig dem Freiheitsgrad. Das Mesh bildet somit eine diskrete Annäherung an die modellierte Raumgeometrie. In den meisten Fällen ist die Annäherung ein Polynom ersten oder

zweiten Grades, kann aber auch auf höhere Grade erweitert werden.

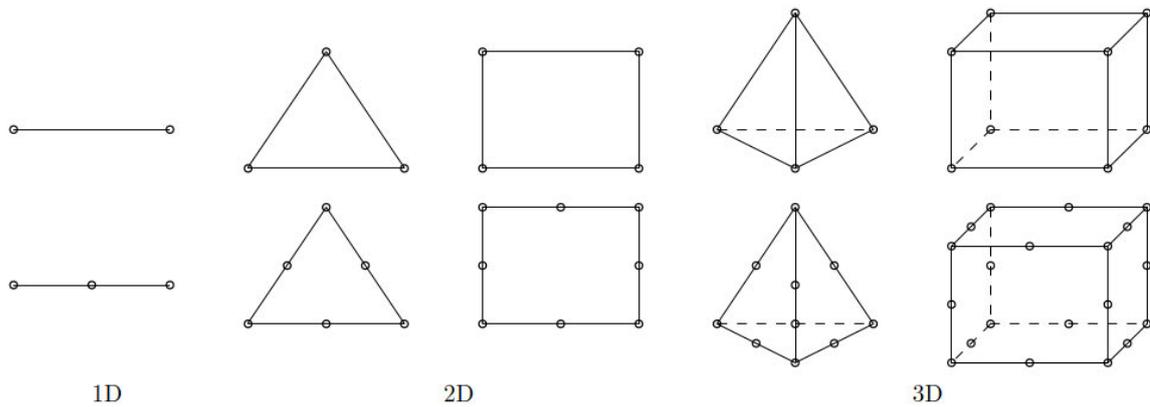


Abbildung 11: Auswahl möglicher Formen finiter Elemente – obere Reihe: linear untere Reihe: quadratisch (Prinn 2023)

Die Diskretisierung der Geometrie resultiert folglich in der Diskretisierung der kontinuierlichen Schalldruckverteilung im Raum anhand einer Ansatzfunktion mit den Koordinaten $\mathbf{x} = (x, y, z)$ des i -ten Knoten N_i und dem dazugehörigen Schalldruck p_i :

$$p(\mathbf{x}) \approx \tilde{p}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x})p_i \quad (30)$$

Weiter wird eine Formfunktion anhand der bereits beschriebenen Formen gewählt und interpoliert den Schalldruckverlauf ausgehend vom Knoten i zu den damit verbundenen Knoten. Ebenjene Formfunktion, die am Knoten den Wert 1 und an nicht benachbarten Knoten den Wert 0 hat, wird gemäß der sogenannten Galerkin Methode auch auf die Wichtungsfunktion \bar{w} und Ansatzfunktion \tilde{p} angewandt. Man erhält somit die diskretisierte schwache Variationsformulierung mit

$$\mathbf{K}\mathbf{p} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} = \mathbf{q} \quad (31)$$

worin die Faktoren \mathbf{K} , \mathbf{C} und \mathbf{M} Matrizen der Steifigkeit, Dämpfung und Masse entsprechen und \mathbf{q} für die Schallquelle steht. Die Aufstellung der Matrizen für jedes finite Element erfolgt mit

$$\mathbf{K}_e = \int_e \nabla \mathbf{N}^T \cdot \nabla \mathbf{N} dV \quad (32)$$

$$\mathbf{C}_{e'} = \frac{1}{c\zeta} \int_{e'} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dS \quad (33)$$

$$\mathbf{M}_e = \frac{1}{c^2} \int_e \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV \quad (34)$$

Die zeitharmonische Wellengleichung, auch als Helmholtz-Gleichung tituliert, gilt es nun zu lösen. Unter der Annahme, dass gilt

$$\mathbf{A}\mathbf{p}_f = \mathbf{q}_f \quad (35)$$

kann anhand der globalen Steifigkeits-Matrix \mathbf{A}

$$\mathbf{A} = [\mathbf{K} + i\omega\mathbf{C} - \omega^2\mathbf{M}] \quad (36)$$

und dem frequenzabhängigen Quellterm

$$\mathbf{q}_f = -i\omega\rho \int_e \mathbf{N}^T \hat{u}(\omega) dS \quad (37)$$

mit $\hat{u}(\omega)$, der komplexen Normalenschnelle der frequenzabhängige Schalldruck \mathbf{p}_f durch Invertieren der Steifigkeits-Matrix berechnet werden (Prinn, 2023).

3.3 Ray-Tracing

Eine statistische Methode zur Ermittlung raumakustischer Parameter ist die Ray-Tracing Methode, welche auf den Grundlagen der geometrischen Akustik basiert. Hierin wird angenommen, dass sich Schallwellen als Strahlen ausbreiten, an Wänden spiegelnd reflektiert werden und durch Absorption Energie verlieren. Welleneigenschaften bleiben dadurch unberücksichtigt. Eine erste Anwendung der Ray-Tracing Methode in der Akustik wurde durch Krokstadt im Jahre 1968 dargestellt. Seither hat sich die Methode durch die Forschung im Bereich der Computergrafik stetig weiterentwickelt (Long, 2014, S. 880) und ist in kommerziellen Programmen wie EASE, ODEON, CATT-Acoustic, CadnaR oder Treble vertreten.

Der hinter der Ray-Tracing Methode zugrundeliegende Algorithmus definiert zu Beginn eine Schallquelle, von der aus eine begrenzte Anzahl an Schallteilchen in den Raum projiziert werden. Jedem dieser Schallteilchen ist in Abhängigkeit zu deren Anzahl und der zu Beginn definierten Schallleistung ein Teil der Schallenergie zugewiesen. Die Schallteilchen breiten sich auf einem eindimensionalen Strahl im Raum aus. Dabei wird für ein definiertes Zeitinkrement die jeweilige Schallenergie aufgezeichnet, die durch die geometrische und atmosphärische Dämpfung schwindet. Treffen die Schallteilchen auf eine Wand, so wird ihnen in Abhängigkeit des Schallabsorptionsgrades der besagten Wandfläche Energie entzogen.

Daraufhin wird anhand des Eintreffwinkels θ_i der Austrittswinkel θ_r gemäß den Gesetzen geometrischer Reflexionen berechnet, in welchem das Schallteilchen von der Wand reflektiert wird.

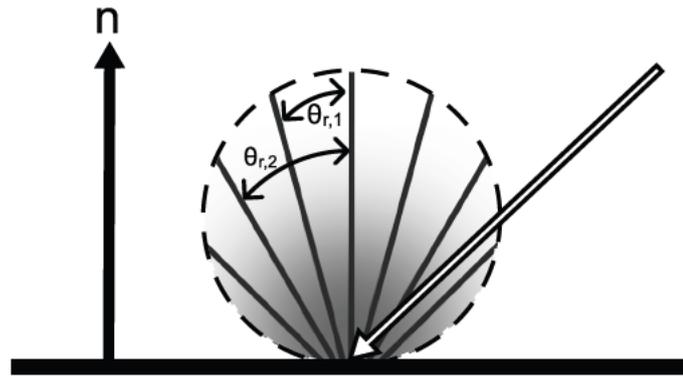


Abbildung 12: Darstellung des Lambertschen Kosinusetzes

In den heutigen Applikationen ist der Einfluss der Streuung durch den Streugrad implementiert, der eine Wahrscheinlichkeitsverteilung definiert, unter welcher das Schallteilchen in eine vom geometrischen Austrittswinkel abweichenden Richtung abgelenkt wird. COMSOL Multiphysics® verwendet hierfür das aus der Optik stammende Lambertsche Kosinusetz. Für den Ray-Tracing Algorithmus besagt jenes, dass die Schallenergieverteilung infolge vollständig diffuser Reflexion hauptsächlich in Richtung der Flächennormalen abgestrahlt wird und um den Faktor $\cos \theta_r$ zu den Seiten hin abfällt (Rindel, 2004).

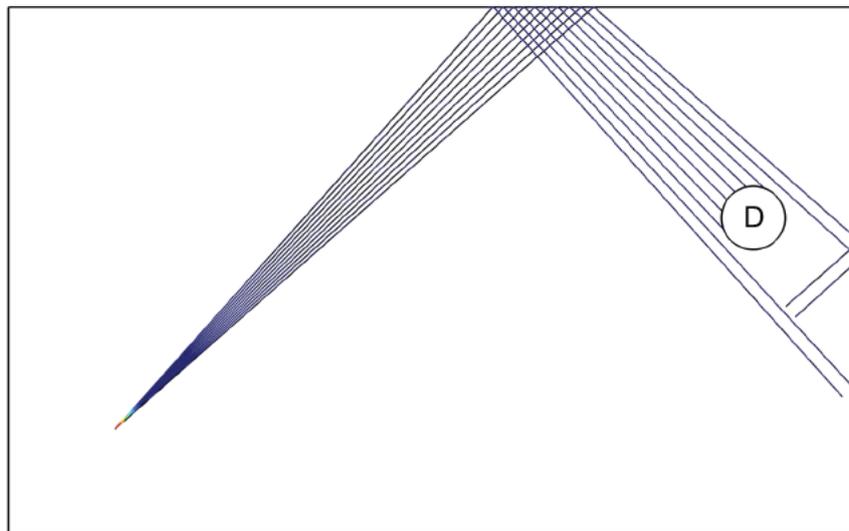


Abbildung 13: Auf Detektor treffende Strahlen

Für die Berechnung der Impulsantwort sind Empfängerpositionen/Detektoren notwendig. Diese sind als Volumen oder Flächen zu modellieren, um die Wahrscheinlichkeit zu erhöhen, dass diese von den Strahlen getroffen werden, wie in Abbildung 13 zu erkennen ist. Wenn ein Schallstrahl einen Detektor trifft, so wird die Laufzeit, die Energie sowie die Einfallrichtung des Schallteilchens registriert. Danach wird es ausgelöscht, um systematische

Fehler zu vermeiden (Lehnert, 1993). Daraus wird das sogenannte Histogramm gebildet, was der energetischen Impulsantwort entspricht.

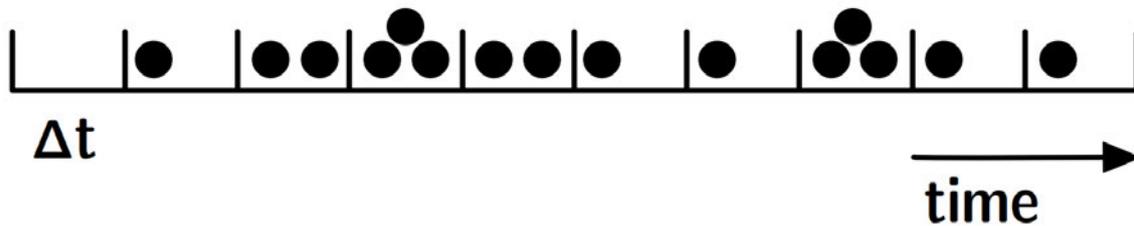


Abbildung 14: Beispielhafte Darstellung eines Histogramms (Voränder, 2020, S. 182)

3.4 Grundlagen digitaler Signalverarbeitung

Diese Arbeit befasst sich mit dem Verknüpfen beider Simulationsmethoden. Die hierfür notwendigen theoretischen Betrachtungen finden sich in den folgenden Absätzen wieder.

3.4.1 Kontinuierliches und diskretes Signal

In der Akustik entsprechen Schallwellen oder als Geräusch aufsummierte Schallwellen unterschiedlicher Frequenz, zeitkontinuierlichen Signalen. Um diese durch Rechner verarbeiten zu können, ist eine Abtastung der Momentanwerte in festen Zeitabständen notwendig. Die Häufigkeit der Abtastung ist durch die Abtastfrequenz f_A gegeben. Das zeitdiskrete Signal $x[n]$ erhält man mit

$$x[n] = x(t)|_{t=n/f_A} \quad (38)$$

Bei der Wahl der Abtastfrequenz ist zu beachten, dass das Nyquist-Shannon-Theorem eingehalten wird. Dieses besagt, dass „ein Signal eindeutig durch seine Abtastwerte bestimmt ist, wenn die Abtastfrequenz f_A grösser ist als die zweifache Grenzfrequenz f_{max} “ (Grüngen, 2014, S. 99)

$$f_A \geq 2 \cdot f_{max} \quad (39)$$

Die Grenzfrequenz unseres Gehörs beträgt ca. 20 kHz. Inklusiv eines Pufferraums für Bandpassfilterflanken finden daher häufig Abtastfrequenzen von 44,1 kHz und 48 kHz Anwendung. Bei einer niedrigeren Abtastfrequenz werden hochfrequente Signalanteile als tieffrequent angenommen. Dieser Effekt wird Aliasing genannt.

3.4.2 Fourier-Transformation

Das Feld der digitalen Signalverarbeitung in ihrer jetzigen Form würde nicht existieren, wenn Jean Baptiste Joseph Fourier 1855 nicht eine Möglichkeit gefunden hätte, Signale in ihre Frequenzanteile zu zerlegen. Die entsprechende Fourier-Transformation aperiodischer Signale ist daher ein häufig genutztes Werkzeug in der Akustik. Die Folge der komplexen Spektralwerte $X[k]$ eines zeitdiskreten aperiodischen Signals $x[n]$ erhält man durch:

$$x[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-i2\pi \frac{kn}{N}} \quad (40)$$

Dabei entspricht N der Anzahl der Abtastwerte, auch Blocklänge genannt, n der Nummer des Abtastwertes und k der Nummer der Spektrallinie. Die jeweiligen Frequenzen der Spektrallinien erhält man durch

$$f[k] = \frac{k \cdot f_A}{N} \quad (41)$$

Um das Signal im Frequenzbereich zurück in den Zeitbereich zu übertragen, ist die inverse Fourier-Transformation zu verwenden mit

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] \cdot e^{j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (42)$$

Nach Meyer kann der Vorfaktor $\frac{1}{N}$ auch mit der Hintransformation multipliziert werden, um ein physikalisch korrektes Spektrum zu erhalten (Meyer, 2017, S. 165). Weiter gilt zu beachten, dass das Spektrum zweiseitig ist. Für das einseitige Spektrum sind die Amplituden der Spektrallinien zu verdoppeln und nur bis zu $f_A/2$ darzustellen. Um ein reelles Signal zu erhalten, ist das durch FEM berechnete Spektrum im Umkehrschluss zu spiegeln und die Amplituden dessen sind zu halbieren.

3.4.3 Fensterung

Die Fourier-Transformation und dessen Spektrum impliziert die periodische Fortsetzung des Signals im Zeitbereich (Meyer, 2017, S. 170). An den Signalrändern entstehen Sprungstellen, die zum Leakage Effekt führen. Dieser Effekt ist unvermeidbar, da ein Zeitsignal mit zwei sich überlagernden Sinus-Schwingungen, deren Frequenzen kein vielfaches voneinander sind, immer zu einer Sprungstelle führen. Auch wenn der Betrachtungszeitraum volle Perioden der einen Sinusschwingung einschließt, wird die andere Sinusschwingung an einer Position abgeschnitten. Im Spektrum führt dies zu Frequenzanteilen, die im Signal

nicht vorkommen. Das Spektrum wird verschmiert, wie man in der folgenden Abbildung erkennen kann.

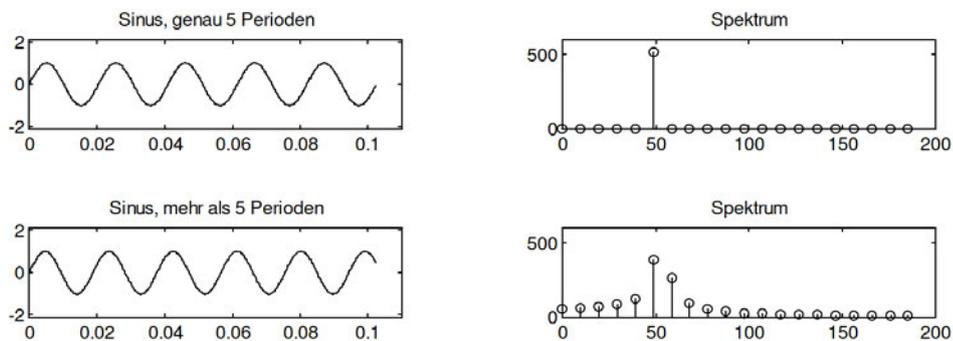


Abbildung 15: (Meyer 2017 S. 189)

Die richtige Spektrallinie teilt sich in Haupt- und Nebenspektrallinien auf. Um den Leakage-Effekt zu vermindern, ist das Anwenden einer Fensterfunktion auf das Zeitsignal nötig. Diese haben, ausgenommen dem Rechteck-Fenster, die Eigenschaft, das Signal an dessen beiden Rändern auf 0 abzuschwächen, um einen kontinuierlichen Übergang zu den periodischen Wiederholungen zu gewährleisten. Diese verhindern das Verschmieren des Spektrums nicht, führen aber zu einem größeren Abstand zwischen den Amplituden der Haupt- und Nebenspektrallinien (Grünigen, 2014, S. 204). Fensterfunktionen $w[n]$ werden im Zeitbereich mit dem Zeitsignal multipliziert:

$$x_w[n] = x[n] \cdot w[n] \tag{43}$$

In dieser Arbeit werden die Kaiser-Bessel- und die Tukey-Fensterfunktion verwendet. Das Kaiser-Bessel Fenster berechnet sich mit

$$w_K[n] = \begin{cases} \frac{I_0\left(\beta \cdot \sqrt{1 - \frac{n^2}{(N/2)^2}}\right)}{I_0(\beta)} & \text{für } |n| \leq N/2 \\ 0 & \text{für } |n| > N/2 \end{cases} \tag{44}$$

Auf Grundlage der Besselfunktion nullter Ordnung I_0 mit

$$I_0(x) \triangleq \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^k}{k!} \right]^2 \tag{45}$$

kann anhand des Formparameters β die Steilheit der Fensterflanken und die Form des Fensters eingestellt werden. Werte zwischen $4 \leq \beta \leq 9$ sind zu empfehlen (Werner, 2012, S. 121).

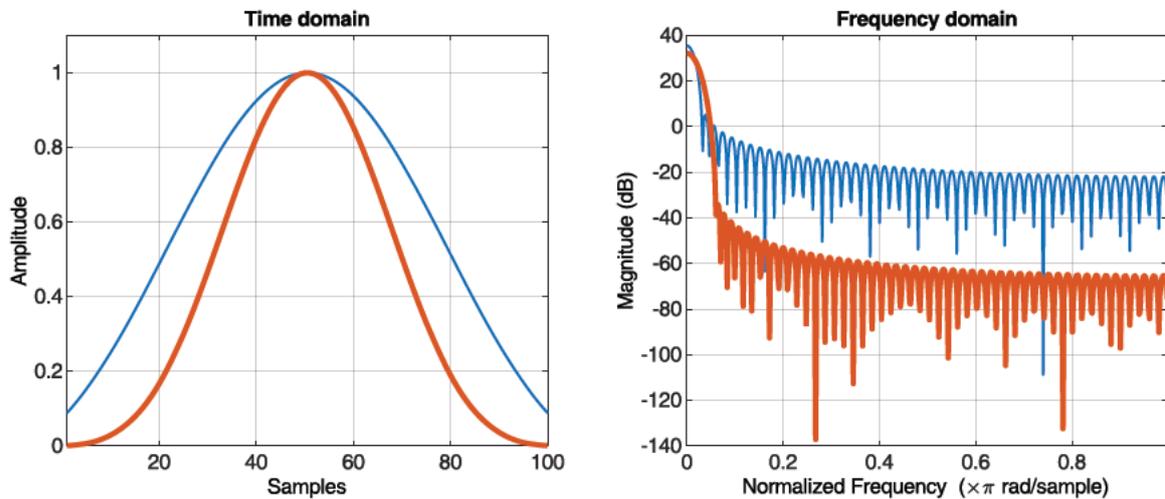


Abbildung 16: Kaiser-Fensterfunktion links im Zeitbereich und rechts im Frequenzbereich; blaue Kurve $\beta=4$; rote Kurve $\beta=9$

Die Tukey-Fensterfunktion erhält man mit

$$\begin{aligned}
 w[n] &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{\alpha N} \right) \right], & \frac{\alpha N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} \\
 w[n] &= 1, & 0 \leq n < \frac{\alpha N}{2} \\
 w[N - n] &= w[n], & 0 \leq n \leq \frac{N}{2}
 \end{aligned} \tag{46}$$

Hierin ist α der Formparameter. Für $\alpha = 0$ erhält man das Rechteck-Fenster, das einem ungefensterten Signal entspricht. Das Tukey-Fenster resultiert bei $\alpha = 1$ im Hann-Fenster.

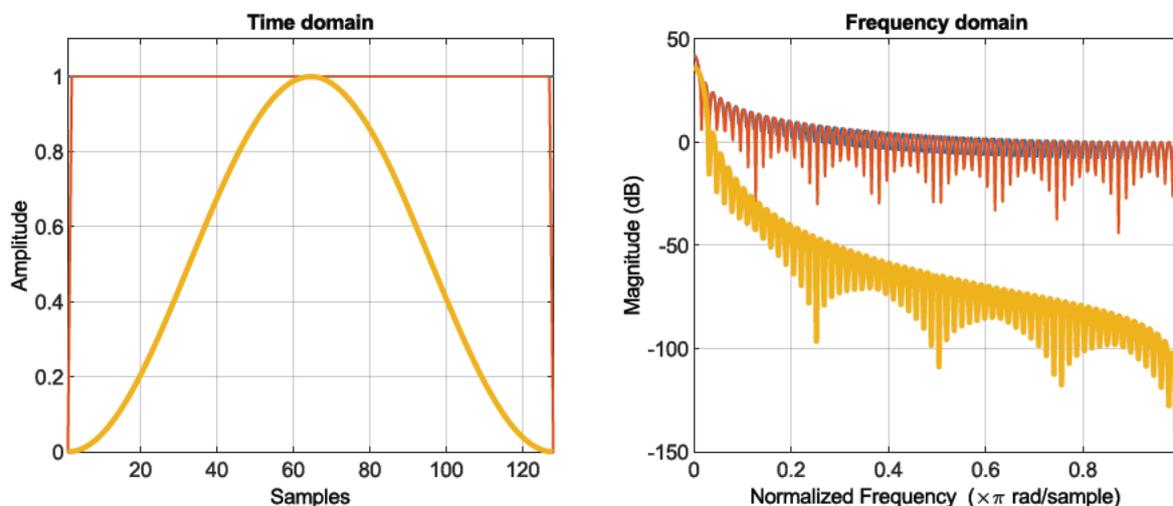


Abbildung 17: Tukey-Fensterfunktion links im Zeitbereich und rechts im Frequenzbereich; blaue Kurve $\alpha=0$; rote Kurve $\alpha=0.015$; gelbe Kurve $\alpha=1$

Abbildung 16 und Abbildung 17 wurden mit MATLAB®s Window Visualization Tool erstellt. Man erkennt, dass durch Erhöhen der Parameter α und β der Abstand zwischen den Amplituden der Haupt- und Nebenspektrallinien wächst. Im Gegenzug werden die Signalanteile im Zeitbereich an den Rändern abgeschwächt.

3.4.4 Impulsantwort und Übertragungsfunktion

In raumakustischen Messungen regt eine Schallquelle mit dem Eingangssignal $x(t)$ den Raum an. Das durch den Raum und dessen Randbedingungen verzerrte Signal $y(t)$ wird an der Empfängerposition durch ein Mikrofon aufgezeichnet. Dieser Vorgang ist - ausgenommen vernachlässigbar kleinen Verzerrungen – linear. Das bedeutet, dass z.B. eine Verdopplung $k_1 = 2$ der Amplitude des Eingangssignals zur Folge hat, dass sich auch die Amplitude des Ausgangssignals verzweifacht:

$$x[n] = k_1 x_1[n] \Rightarrow y[n] = k_1 y_1[n] \quad (47)$$

Weiter kann der Vorgang als zeitinvariant eingeordnet werden. Jede Verzögerung i des Eingangssignals spiegelt sich ebenso im Ausgangssignal wider:

$$x[n - i] \Rightarrow y[n - i] \quad (48)$$

Man spricht nun von einem linearen zeitinvarianten System, dem LTI-System. Das Ein- und Ausgangssignal eines LTI-Systems ist durch die Impulsantwort $h[n]$ anhand des Faltungsoperators miteinander verknüpft:

$$y[n] = x[n] * h[n] \quad (49)$$

welcher als Faltungssumme definiert ist:

$$y[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]h[n - i] \quad (50)$$

Wählt man für das Eingangssignal den Einheitsimpuls, so entspricht das Ausgangssignal der Impulsantwort. Die Faltungsoperation entspricht im Frequenzbereich einer Multiplikation.

$$y[n] = x[n] * h[n] \leftrightarrow Y[k] = X[k] \cdot H[k] \quad (51)$$

Die Übertragungsfunktion $H[k]$ entspricht der fourier-transformierten Impulsantwort $h[n]$ und kann durch das Verhältnis des fourier-transformierten Aus- und Eingangssignals performant bestimmt werden.

3.4.5 Digitale Filter

Um die durch FEM und Ray-Tracing simulierte Impulsantworten zu verknüpfen ist die Verwendung digitaler Filter notwendig. Die Theorie der digitalen Filterung besteht bereits seit 50 Jahren, konnte aber erst durch die stetige Entwicklung der Rechentechnik in den 80er Jahren Anwendung in der Praxis finden (Grünigen, 2014, S. 227). Im folgenden Abschnitt soll ein zusammenfassender Einblick in die digitale Filtertechnik wiedergegeben werden. Filter haben die Aufgabe, Signale zu manipulieren. So können durch deren Anwendung störende Frequenzanteile eliminiert, Signale geglättet oder Frequenzanteile verstärkt werden. Einstufen lassen sich digitale Filter ihrer Form nach in Tief-, Hoch- und Bandpassfilter. Für die Dimensionierung digitaler Filter ist die Durchlassfrequenz f_{pass} sowie die Sperrfrequenz f_{stop} festzulegen.

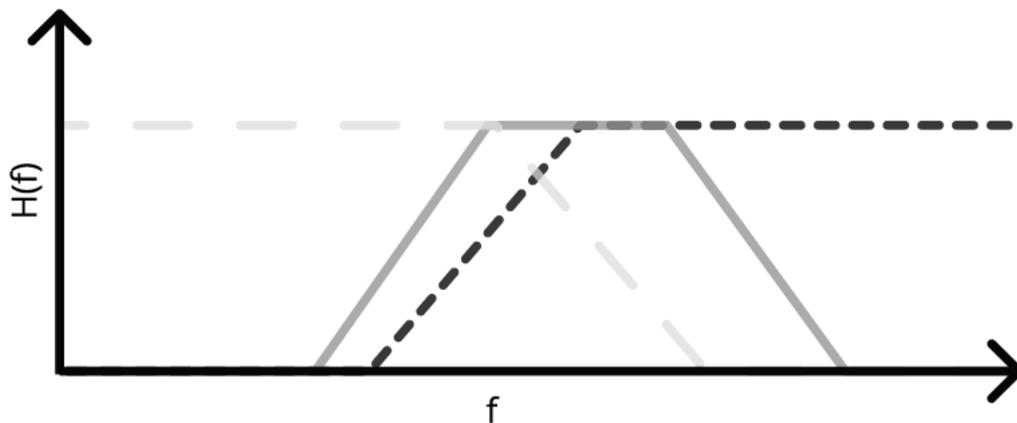


Abbildung 18: Übertragungsfunktion eines Tiefpass- (grau gestrichelt) eines Bandpass- (grau) und eines Hochpassfilters (schwarz gestrichelt)

Einordnen lassen sich Filter in finite Impulsantwort-Filter (FIR) und in infinite Impulsantwort-Filter (IIR). Filterkoeffizienten b des FIR-Filters verwenden zur Berechnung des Ausgangssignals y_k nur das Eingangssignal x_k . Anders verhält es sich mit dem IIR-Filter. Dieser entspricht einem rekursiven System. Das bedeutet, dass das Ausgangssignal rückgekoppelt wird mit dem Filterkoeffizienten a :

$$y_k = \sum_{i=0}^{N_p-1} b_i x_{k-i} - \sum_{j=1}^{N_0} a_j y_{k-j} \quad (52)$$

Zum Filtern der rac- und acpr-Impulsantwort werden Butterworth IIR-Filter genutzt.

4 Voruntersuchungen

Für die Entwicklung neuer Methoden bietet es sich an, diese an simplen Problemstellungen zu erproben und zu validieren. Dies hat einige praktische Vorteile. Zum einen können Anpassungen aufgrund geringer Rechenzeiten schnell umgesetzt werden. Ferner sind methodische Probleme besser zu identifizieren, da äußere Einflüsse wie die komplexer Raumgeometrien minimiert werden können. In den folgenden Abschnitten wird daher die Wahl der Simulationsmethoden erläutert und dann auf die Modellierung der Schallquellen eingegangen. Daraufhin werden die Schallquellen hinsichtlich ihrer Ergebnisse bei freier Schallausbreitung miteinander verglichen und der Ansatz der Hybridisierung vorgestellt sowie erste Ergebnisse anhand eines simplen Raumes ausgewertet. Die gewonnenen Erkenntnisse fließen daraufhin in das Bestimmen der hybriden Impulsantwort des Großraumbüros ein.

4.1 Auswahl der zu nutzenden Schnittstellen

COMSOL Multiphysics® beherbergt eine Reihe an unterschiedlichen Modulen in Anbetracht einer Vielzahl physikalischer Forschungsfelder. Allein in der Akustik kann zwischen 15 unterschiedlichen Modulen gewählt werden. Für die Raumakustik sind die Module *Pressure Acoustics* sowie *Ray Acoustics* von Bedeutung. Im ersteren Modul kann unter anderem die Schnittstelle *Pressure Acoustics, Frequency Domain (acpr)* gewählt werden. Mit dieser lässt sich die Verteilung von Druckschwankungen - angeregt durch eine Schallquelle - in Fluiden bestimmen. Diese Schnittstelle rechnet ausschließlich im Frequenzbereich und löst die harmonische Helmholtz-Gleichung. Der zugrundeliegende Algorithmus entspricht dem FEM MUMPS Solver. In diesem Arbeitsschritt können die Eigenmoden oder das Druckfeld in Abhängigkeit eines definierten Frequenzbereichs und der dazugehörigen Frequenzbreite bestimmt werden.

Weiter kann die *Pressure Acoustics, Transient (actd)* Schnittstelle verwendet werden. Diese eignet sich für das Berechnen der Druckschwankungen im Zeitbereich und kann für zeitabhängige Simulationen herangezogen werden. Diese Schnittstelle verwendet die Finite-Differenzen-Methode. Definiert wird neben den Schallquellen und Randbedingungen eine maximale Frequenz f_{\max} und die Zeitinkremente.

Eine weitere Schnittstelle zum Lösen wellentheoretischer Probleme ist die *Pressure Acoustics, Boundary Elements (pabe)* Methode. Diese löst ebenfalls wie die acpr-Schnittstelle die Helmholtz-Gleichung, aber betrachtet dabei nur die Randflächen. COMSOL stellt in der Dokumentation klar, dass für kleine oder mittelgroße Räume die acpr-Schnittstelle

vorzuziehen ist, da durch die pabe-Schnittstelle sehr große zu lösende Matrizen entstehen und damit der Rechenaufwand größer ausfällt. Dies ist besonders dann der Fall, wenn das Verhältnis zwischen der Außenhülle und dem Volumen des Raums sehr groß ist (Pind et al., 2019, S. 2).

Das Modul Ray Tracing mit der dazugehörigen Ray Acoustics (rac) Schnittstelle verwendet die Gesetzmäßigkeiten geometrischer Akustik. Hier werden die Schallpfade, Phasen und Intensitäten der Schallstrahlen berechnet. Man kann auch hier Oberflächen mit Impedanzen, Schallabsorptionsgraden und Streugraden belegen und Bedingungen definieren, die zum Auslösen von Strahlen führen. Die rac-Schnittstelle bietet die Option, Empfängerpositionen zu definieren, für welche dann Impulsantworten ermittelt werden können. Diese Impulsantworten einzelner definierter Frequenzbänder werden anschließend zu einer breitbandigen Impulsantwort addiert.

Aus den eben genannten Schnittstellen wurde die acpr-Schnittstelle und die rac-Schnittstelle gewählt. Der Rechenaufwand allein mit der acpr-Schnittstelle für Frequenzen oberhalb von 1 – 2 kHz die Impulsantwort zu generieren wäre zu groß. Deswegen findet die rac-Schnittstelle Verwendung. Weiter beschäftigt sich eine Vielzahl an Untersuchungen mit der Generierung der Impulsantwort mittels der FDTD-Methode. Dies liegt insbesondere daran, dass man bereits im Zeitbereich die Impulsantwort erhält, die FDTD-Methode leichter zu implementieren ist und Berechnungen besser zu parallelisieren sind (Hamilton & Bilbao, 2017, S. 2112). Doch im Rahmen dieser Arbeit hat sich herausgestellt, dass die acpr-Schnittstelle bei ausreichend großer Frequenzbreite nach (Vorländer, 2020, S. 157)

$$\Delta f = \frac{4.4}{T} \quad (53)$$

geringere Rechenzeiten zur Folge hatte. Für das Großraumbüro entspricht dies gemäß der längsten gemessenen Nachhallzeit von $T = 3,58\text{s}$ einer Frequenzbreite von mindestens $\Delta f = 1,2\text{ Hz}$. Auch können Angaben wie der Schallabsorptionsgrad oder die Leistung der Schallquelle direkt in der acpr-Schnittstelle eingegeben werden. Aus diesem Grund wurde schlussendlich die acpr-Schnittstelle genutzt.

4.2 Kalibrierung der Schnittstellen

Um später die Impulsantworten der beiden Schnittstellen zu kombinieren ist es von Interesse, ob die Schalleistungen der Schallquellen miteinander zu kalibrieren sind. Dazu wurde ein rotierter Halbkreis in der acpr-Schnittstelle modelliert mit einem Radius von 10m. Die Schallquelle befand sich mittig in der Symmetrieachse. Am äußeren Rand des

Halbkreises wurde ein Perfectly Matched Layer (PML) hinzugefügt, der dazu führt, dass die Schallwellen in diesem gedämpft werden, sodass keine Reflexion entsteht. Die Dicke des PML beträgt 1m, der vom Radius des Halbkreises abzuziehen ist. Die Schallquelle wird als Monopol modelliert, dessen Schalleistung $P = 1\text{W}$ beträgt. Dies entspricht einem Schallleistungspegel von 120 dB. Um die Schalldruckpegel der acpr-Schnittstelle mit denen der rac-Schnittstelle zu vergleichen, sind diskrete Abtastpunkte zu wählen. Die rac-Schnittstelle kann nur Flächen oder Punkte als Empfängerposition analysieren.

$$L_p = L_W - |10 \cdot \log\left(\frac{Q}{4\pi \cdot r^2}\right)| \quad (54)$$

Die Kalibrierung wird unter Freifeld-Bedingung untersucht. Daher ist der Richtungsfaktor $Q = 1$ zu wählen. Die Abstände der Abtastpunkte r werden auf 1m, 2m und 4m festgelegt. Dies entspricht pro Abstandsverdopplung einem erwartbaren Pegelabfall von $\Delta L = 6$ dB.

In der rac-Schnittstelle wurde eine Kugel als Luftvolumen definiert, deren Ränder die Strahlen durchlassen. Die gleiche Schalleistung wurde für die mit *Release from point* modellierte Schallquelle angenommen. Die Anzahl der Strahlen wurde auf 10000 festgelegt und eine gleichmäßige Abstrahlung eingestellt. Der Empfängerradius beträgt $r_{\text{rec}} = 0,3\text{m}$. Die rac-Schnittstelle berechnet die Impulsantwort im Zeitbereich. Daher wurde in COMSOL Multiphysics® die programminterne Fourier-Transformation mit einer Kaiser-Fenster und Brickwall-Filtern genutzt, um das Spektrum der Impulsantwort zu generieren.

In beiden Fällen wurden die Schalldruckpegel für Oktavmittenfrequenzen von 63 – 250 Hz respektive der unteren Grenzfrequenz $f_U = 44$ Hz und oberen Grenzfrequenz $f_O = 353$ Hz bestimmt.

Der Abbildung 19 kann man entnehmen, dass beide Schnittstellen auf die gleichen Ergebnisse kommen. So beträgt der Pegelabfall ausgehend von der Schalleistung bei einer Entfernung von einem Meter $\Delta L = 11$ dB. Der Schalldruckpegel vermindert sich von 1m auf 2m um 6 dB und von 2m auf 4m ebenfalls um 6 dB, was mit den Gesetzen der geometrischen Luftschalldämpfung übereinstimmt.

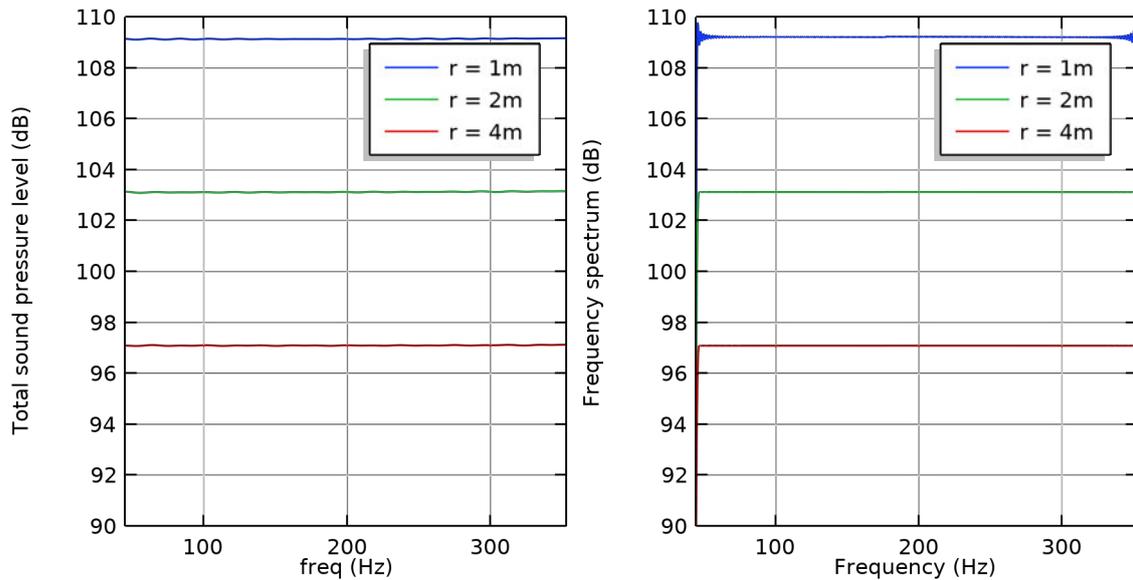


Abbildung 19: Schalldruckpegel in Abhängigkeit der Entfernung ermittelt durch die acpr-Schnittstelle (links) und die rac-Schnittstelle (rechts)

Bei Wiederholung der Berechnung für höhere Oktav-Frequenzen ergeben sich Verzerrungen des Spektrums, deren Ursache nicht final geklärt werden konnte. Von Bedeutung ist die Verringerung der Verzerrung bei größeren Distanzen, was auf die Strahlendichte zurückzuführen ist, die bei größeren Distanzen zur Schallquelle abfällt.

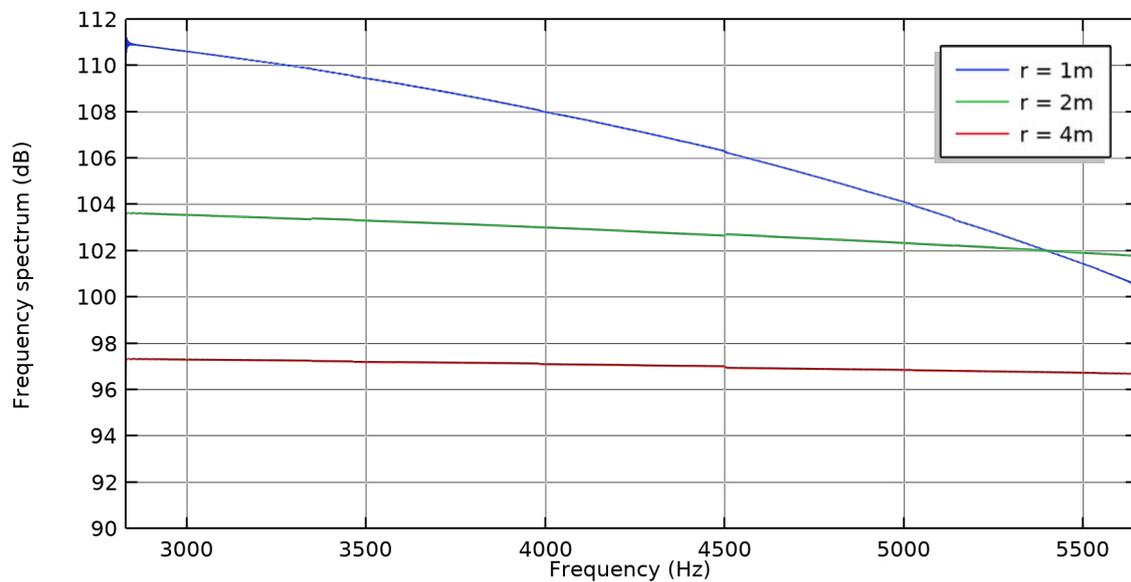


Abbildung 20: Verzerrung der Amplituden für höhere Frequenzen

4.3 Wirksamkeit schallabsorbierender Flächen

Eine weitere Untersuchung bestand darin, herauszufinden, wie sich schallabsorbierende Flächen auf das Schallfeld eines Raums auswirken. So wurde ein zweidimensionaler quadratischer Raum mit einer Seitenlänge von 5m modelliert. Die Schallquelle befindet sich mittig im Raum und strahlt mit einer Leistung von $P = 1 \text{ W}$ ab. Die untere und rechte Randlinie wurde mit Schallabsorptionsgrad von $\alpha = 0,4$ versehen.

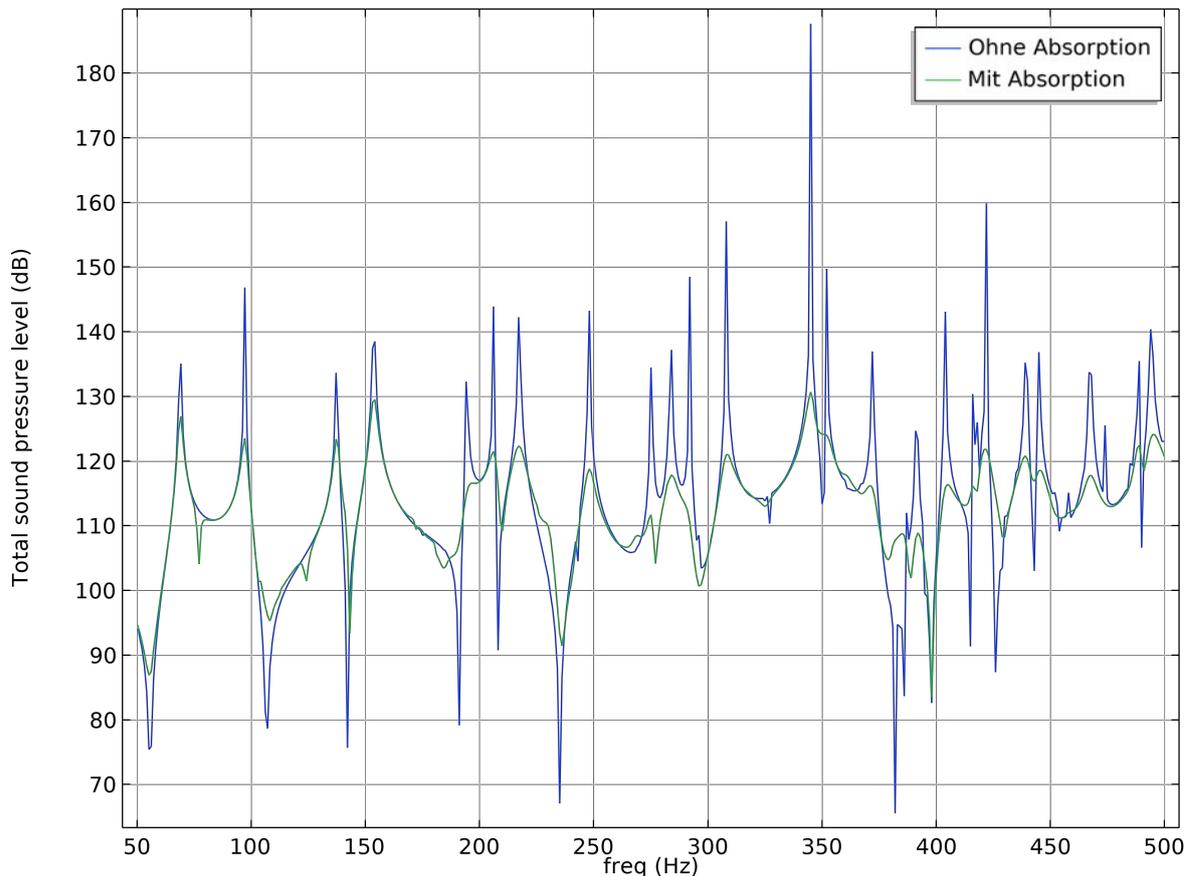


Abbildung 21: Spektren eines quadratischen Raums mit und ohne Absorption

Der Abbildung 21 ist zu entnehmen, dass die Dynamik der Schalldruckpegel stark abgenommen hat. So treten die Pegelmaxima und Pegelminima infolge von Moden wesentlich insignifikanter hervor. In der technischen Anleitung zum Schutz gegen Lärm ist ein Zuschlag für Tonhaltigkeit dem Beurteilungspegels eines Geräusches zu geben. Dieser ermittelt sich nach Norm DIN 45681 mithilfe des Schalldruckpegels der hervortretenden Frequenz und dem Schalldruckpegels des umgebenden Frequenzbands. Daraus lässt sich ableiten, dass nicht nur die Sprachverständlichkeit infolge von Schallabsorption verbessert wird, sondern sonstige Geräusch auch als weniger störend empfunden werden, weil Moden in einem Raum nicht mehr so stark hervortreten.

4.4 Hybridisierung der Schnittstellen anhand eines L-förmigen Raumes

Stochastische geometrische Simulationen sind Annäherungen an physikalische Prozesse. Für hohe Frequenzen können jene Methoden als valide angesehen werden. Jedoch weichen sie hin zu den tiefen Frequenzen immer mehr von der physikalisch korrekten Lösung ab. Der Hauptgrund ist das Vernachlässigen jedweder Beugungseffekte (Vorländer, 2020, S. 200). Nicht nur im Forschungsfeld der Raumakustik wurde nach Möglichkeiten gesucht, jene Beugungseffekte durch geometrische Simulationen abzubilden. Dabei lieferte kein Ansatz für komplexe Raumgeometrien zufriedenstellende Lösungen (Vorländer, 2020, S. 202). Die Vorgehensweise zum Hybridisieren der beiden Schnittstellen soll in den folgenden Absätzen erläutert werden.

4.4.1 Raumgeometrie und Simulationsparameter

Der L-förmige Raum, an welchem die Hybridisierungs-Methode entwickelt werden soll, birgt den Vorteil, dass kein direkter Schallpfad zwischen Sendeposition und Empfangsposition existiert. Daher ist sichergestellt, dass Beugung entsteht. Die Schallquellen wurden in beiden Schnittstellen als Monopol mit einer Leistung von $P = 1\text{W}$ konstruiert. Die von der Empfangsposition aus untere und rechte Randfläche wurde mit einem Schallabsorptionsgrad von $\alpha = 0,4$ versehen. Die Anzahl von Strahlen der rac-Schnittstelle wurde auf $N_{\text{rays}} = 2000$ festgelegt.

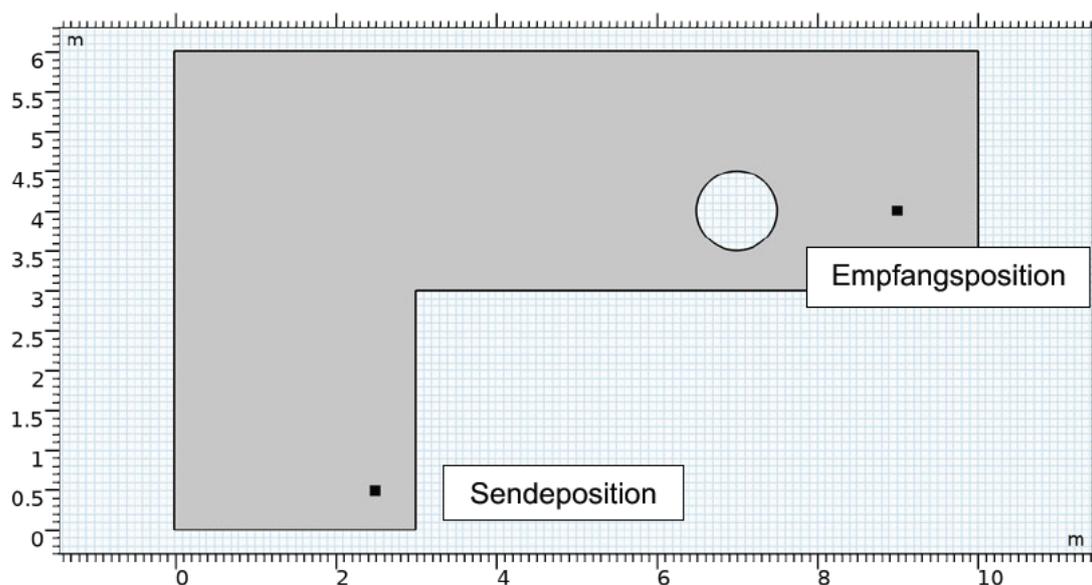


Abbildung 22: Abmessungen des L-förmigen Raums inklusive der Sende- und Empfangsposition

Um den Einfluss von Raumgeometrien ebenfalls abzubilden, wurde vor der Empfangsposition eine zweidimensionale Säule mit $r = 0,3\text{m}$ dem Modell hinzugefügt. Die Anregungsfrequenz der Schallquellen wurde auf Oktavmitten von 16 Hz bis 1 kHz eingestellt.

4.4.2 Aufstellen der Methodik

Auch wenn raumakustische Parameter mithilfe der beiden Interfaces bestimmt werden können, ist dennoch ein Ansatz aufzustellen, der diese beiden miteinander verknüpft. Aus der Systemtheorie ist bekannt, dass die Fourier-Transformation der Impulsantwort in der Übertragungsfunktion resultiert und dementsprechend die inverse Fourier-Transformation der Übertragungsfunktion die Impulsantwort ergibt. Festgelegt ist dies durch die Definition des linearen zeitinvarianten Systems.

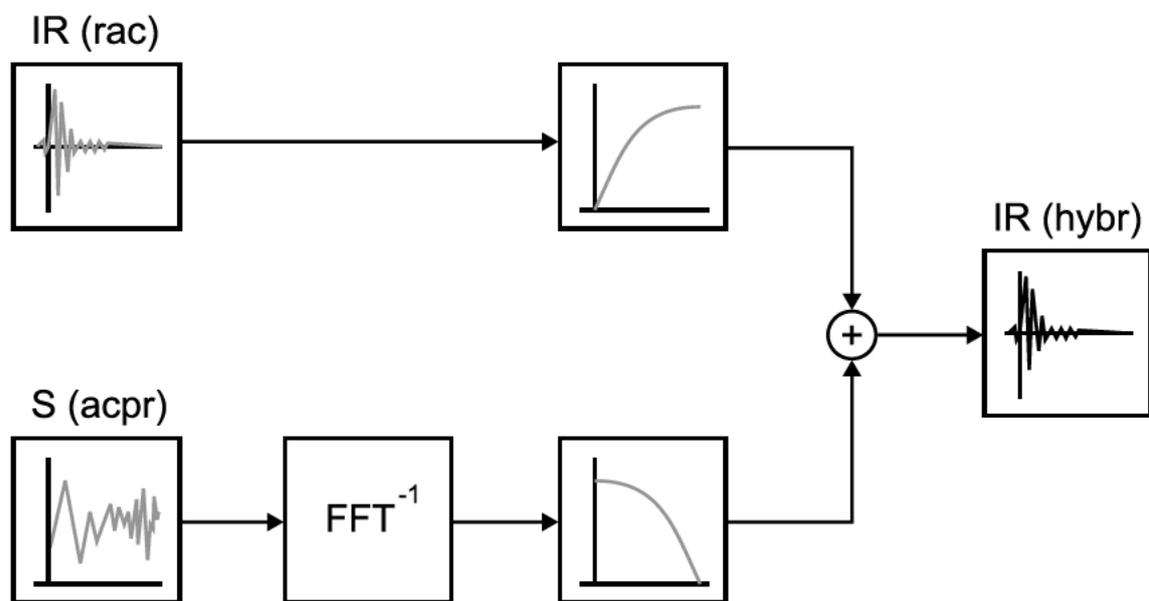


Abbildung 23: Hybrider Simulationsansatz

Anhand der Abbildung 23 wird der hybride Simulationsansatz wie folgt beschrieben: Ziel ist es, die beiden Simulationen so miteinander zu verknüpfen, dass am Ende eine aus beiden Ansätzen kombinierte Impulsantwort entsteht, welche anschließend mit trockenen Audiosignalen gefaltet werden kann. Die Schnittfrequenz f_c , bei welcher die tieffrequente Impulsantwort in die mittel- und hochfrequente Impulsantwort übergeht, ist anhand der Schröder-Eck-Frequenz des Raums festzulegen. Um einen harten Übergang zu vermeiden, sind bei Impulsantworten zu filtern und sollten dementsprechend mit acpr bis Frequenzen größer und mit rac kleiner der Schröder-Eck-Frequenz berechnet werden.

Auch gilt zu beachten, dass die im Frequenzbereich durch acpr ermittelte tieffrequente Übertragungsfunktion in den Zeitbereich durch die inverse Fourier-Transformation zu

überführen ist. Dazu ist es nötig, dass die Übertragungsfunktion gefenstert wird, um Leakage zu vermeiden.

Wenn die tieffrequente und mittel-/hochfrequente Impulsantwort miteinander addiert werden, ist von einem bis zu 3 dB höheren Pegel auszugehen, was durch geeignete Filter zu vermeiden ist.

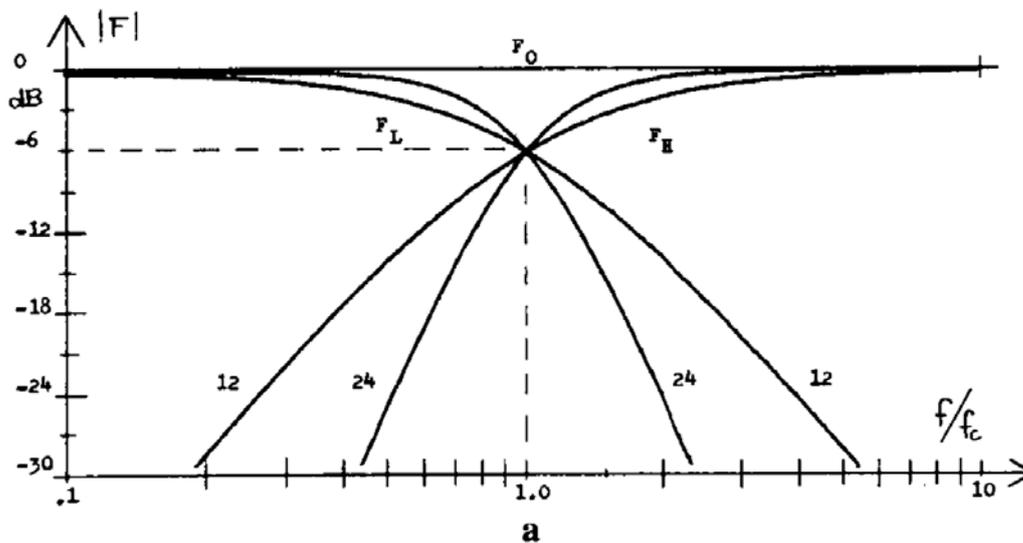


Abbildung 24: Filterschema von Linkwitz

Linkwitz hat in seiner Veröffentlichung die Verwendung von zwei Butterworth-Filtern empfohlen, einem Tiefpassfilter F_L und einem Hochpassfilter F_H . Wenn man die Filterkurven betrachtet, so ist zu erkennen, dass diese schon vor/nach der zu filternden Frequenz die Amplitude des Signals vermindern, wodurch es zu keiner Überhöhung der Amplitude an der Schnittfrequenz kommt. In der Abbildung 24 entspricht dies dem ungefiltertem Signal F_0 . Dementsprechend ist die $acpr$ Impulsantwort durch einen Tiefpass und die rac Impulsantwort durch einen Hochpass zu filtern. Zum Schluss werden die beiden gefilterten Impulsantworten miteinander addiert und können mit beliebigen Audiosignalen gefaltet werden. COMSOL bietet keine Möglichkeit an, um Signale zu filtern, weshalb für das Verknüpfen der Impulsantworten MATLAB Verwendung findet.

4.4.3 Implementierung

Zum Kombinieren der beiden Impulsantworten wird MATLAB® verwendet. Das durch das $acpr$ -Modul ermittelte Spektrum ist ein komplexer Schalldruckverlauf, dessen realer und imaginärer Teil einzeln zu exportieren ist. Man erhält jeweils eine Tabelle mit dem Frequenz- und dazugehörigen Amplitudenwert. Die Impulsantwort des rac -Moduls ist ebenfalls zu exportieren und gibt für einen Zeitwert den entsprechenden Amplitudenwert wieder. In

MATLAB® werden die Tabellen mit der Funktion `readtable()` eingelesen und mit `table2array()` in eine bearbeitbare Matrix umgewandelt.

Nun ist das Spektrum in den Zeitbereich zu transferieren. Hierzu wurde im Rahmen dieser Arbeit die Funktion `spectrum2time()` entwickelt.

```

1 function ZB = spectrum2time(acpr,n)
2     [~,n] = size(acpr);
3     if n>1; acpr = acpr.'; end
4     n2 = length(acpr);
5     spectrum_onesided = acpr;
6     spectrum_onesided(2:end-1) = acpr(2:end-1)/2;
7     spektrum_twosided = n*[spectrum_onesided;flipud(conj(spectrum_onesided(2:n2)))];
8     ZB = real(ifft(spektrum_twosided.*tukeywin(length(spektrum_twosided),0.015)));
9 end

```

In den Zeilen 2 und 3 der Funktion wird geprüft, ob das Array zeilenweise oder reihenweise angelegt wurde und entsprechend in ein reihenweises Array umgewandelt. Bei dem Transferieren der reellen Impulsantwort in den Frequenzbereich erhält man aufgrund der FFT ein zweiseitiges Spektrum. Die Symmetrie muss daher für das importierte Spektrum wiederhergestellt werden. Dazu sind die Amplituden zu halbieren (Zeile 6) und der zweite Teil des komplexen Spektrums zu konjugieren (Zeile 7).

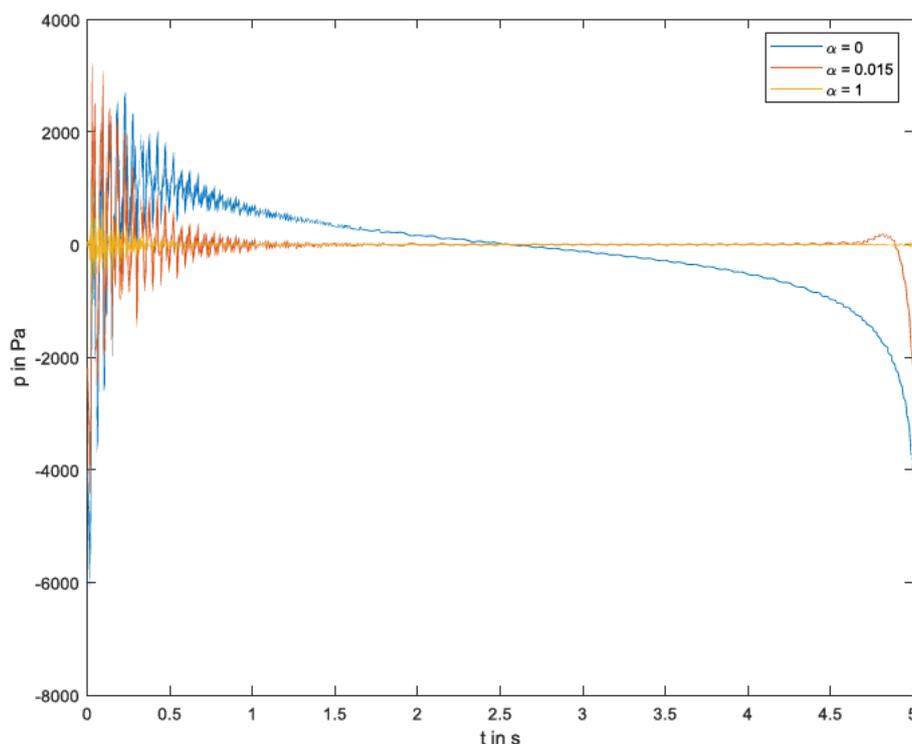


Abbildung 25: gefilterte Impulsantworten in Abhängigkeit des Anpassungsparameters α

Eine gewonnene Erkenntnis aus der Leitstudie ist die Fensterung des Spektrums vor der IFFT. In Abbildung 25 ist die durch `ifft()` ermittelte und mit `tukey()` gefensterte Impulsantwort zu erkennen. Durch Einstellen des Formparameters auf $\alpha = 0$, also einem Rechteck-Fenster, erhält man eine Verzerrung der Impulsantwort. Dies entspricht dem Antialiasing Effekt. Durch Erhöhen des Formparameters schwindet dieser Effekt. Wie in Abschnitt 3.4.3 bereits erläutert, verringert ein zu hoher Formparameter die Amplitude. Daher ist dieser auf $\alpha = 0,015$ festzulegen. Jede Berechnung eines Computers führt aufgrund finiter Nachkommastellen zu Rundungsfehler. Auch wenn durch die Konjugation die Impulsantwort reell sein sollte, tritt in MATLAB® dennoch das Phänomen auf, dass jene komplex ist. Der infolge des Rundungsfehler verschwindend geringe Imaginärteil der Impulsantwort ist durch die `real()` Funktion zu unterdrücken.

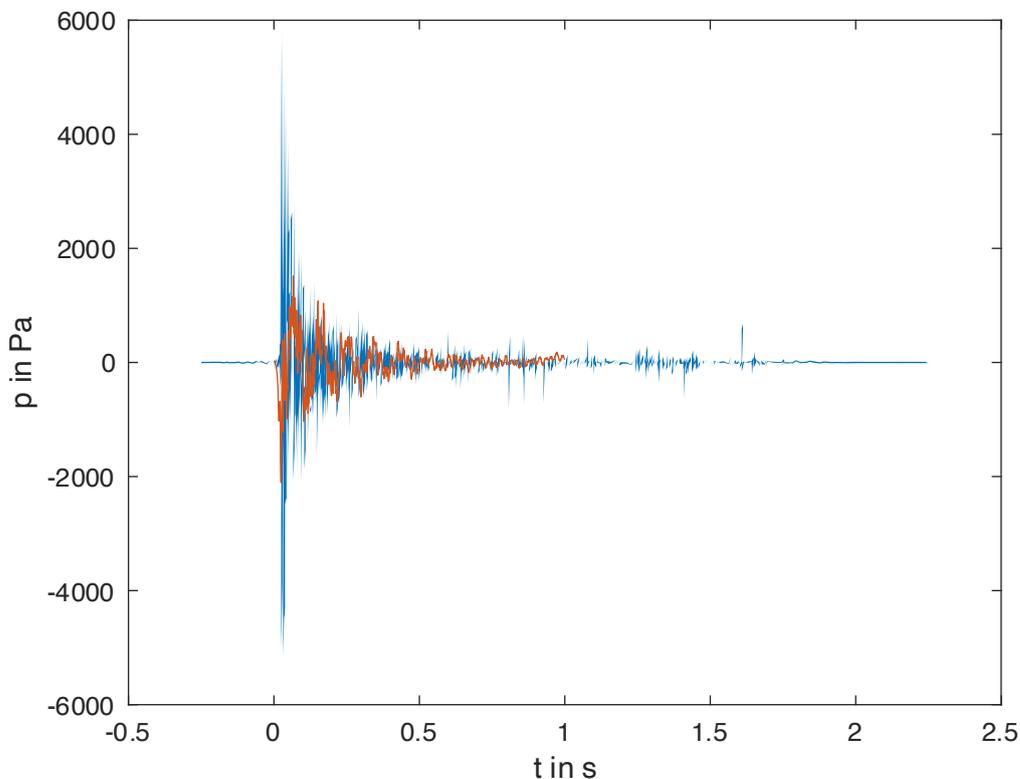


Abbildung 26: blaue Kurve rac orange Kurve acpr

Schon bei einer Impulsantwortlänge von $T = 2\text{s}$ und einer Abtastfrequenz von $f_s = 44100\text{Hz}$ beträgt die Sampleanzahl der Impulsantwort $n = 88200$. Analog dazu fällt die Sampleanzahl des Spektrums geringer aus. Dies liegt in der handhabbaren Frequenzdichte und dem begrenzten Frequenzband begründet. Auch entspricht das Zeitinkrement Δt der acpr-Impulsantwort nicht dem der rac-Impulsantwort. Das führt zum nächsten Arbeitsschritt, dem Interpolieren der acpr-Impulsantwort mit

```

1   acpr_ZB_n = length(acpr_ZB);
2   acpr_ZB_t = (0:acpr_ZB_n-1)/(acpr_df*acpr_ZB_n);
3   acpr_ZB_tneu = 0:rac_dt:acpr_ZB_t(end);
4   acpr_ZB_pneu = spline(acpr_ZB_t,acpr_ZB,acpr_ZB_tneu);

```

In Zeile 1 wird die Sampleanzahl der acpr-Impulsantwort mit `length()` ermittelt und der Zeitvektor aufgespannt (Zeile 2). Anschließend wird der Zeitvektor neu berechnet mit dem Zeitinkrement der rac-Impulsantwort (Zeile 3). MATLAB® bietet die Möglichkeit Signale linear, kubisch oder mithilfe von `spline` zu interpolieren. Insbesondere die Spline-Interpolation `spline ()` führt zu einer guten Annäherung sinus-ähnlicher Signale (Pokkalla et al., 2019).

Die Sampleanzahl der interpolierten acpr-Impulsantwort entsprach in den Untersuchungen der Leitstudie weiterhin nicht der der rac-Impulsantwort. Daher wurde das Array mit Nullen aufgefüllt, dem sogenannten zero-padding. Dies ist für das spätere Addieren beider Impulsantwort von Vorteil, da die acpr-Impulsantwort nicht an den Anfang der rac-Impulsantwort verschoben wird, sondern weiterhin synchron mit ebenjener ist:

```

1   zeros_before = zeros(1,find(rac_t==0));
2   zeros_after = zeros(1,find(rac_t==rac_t(end))-find(rac_t==0)-
   length(acpr_ZB_pneu));
3   acpr_ZB_pneu_zeroed = [zeros_before acpr_ZB_pneu zeros_after]';

```

Die beiden Impulsantworten lassen sich nun mithilfe der `hybrid()` Funktion miteinander kombinieren:

```

1 function hybridImp = hybrid(i_acpr,i_rac,fc,fs)
2   [b1,a1] = butter(3,fc/(fs/2),"low");
3   f_i_acpr = filtfilt(b1,a1,i_acpr);
4   [b2,a2] = butter(3,fc/(fs/2),"high");
5   f_i_rac = filtfilt(b2,a2,i_rac);
6   hybridImp = f_i_acpr + f_i_rac;
7 end

```

Neben den Impulsantworten ist auch die Abtastfrequenz und die Frequenzweiche `fc` in die Funktion zu überführen. Anhand dieser wird in Zeile 2 der Tiefpass-Butterworthfilter `butter()` mit dessen Koeffizienten erstellt. Anschließend wird die acpr-Impulsantwort durch `filtfilt()` gefiltert. Analog dazu wird die rac-Impulsantwort in den Zeilen 3 und 4 hochpass-gefiltert. Anschließend werden die Impulsantworten miteinander addiert und zurückgegeben.

Die Nachhallzeiten in Abhängigkeit der Oktavmittenfrequenzen lassen sich durch die schrödersche Rückwärtsintegration ermitteln. Dazu wird das Signal je Oktavmittenfrequenz f_{Okt} bandpassgefiltert mit den Grenzen

$$f_u = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot f_{Okt} \quad f_o = \sqrt{2} \cdot f_{Okt} \quad (55)$$

und die jeweilige Nachhallzeit mit der ITA Toolbox berechnet.

4.4.4 Ergebnisse

Zum Beginn sollen die Spektren der zwei Schnittstellen miteinander verglichen werden.

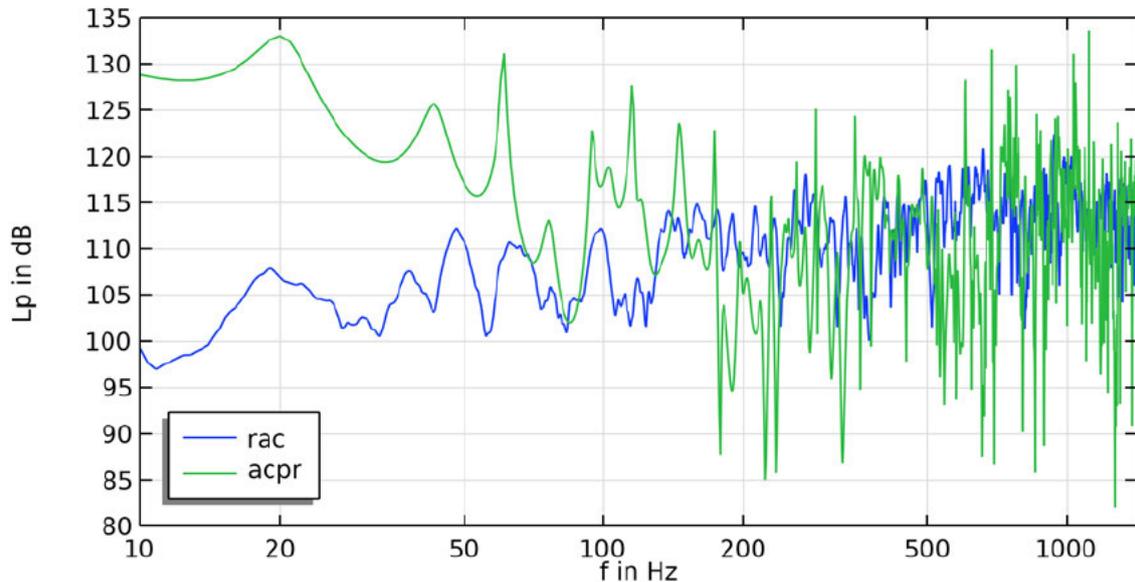


Abbildung 27: Spektren der rac- und acpr-Schnittstelle des L-förmigen Raumes

So ist zu erkennen, dass die Schalldruckpegel der rac-Schnittstelle im Bereich zwischen 10 und ca. 80 Hz weiter unter denen der acpr-Schnittstelle liegen. Dies ist auf die Beugung um die Säule zurückzuführen. Im Allgemeinen fällt der Dynamikbereich der acpr-Schnittstelle mit $\Delta L \approx 51$ dB doppelt so groß aus, als der der rac-Schnittstelle mit $\Delta L \approx 25$ dB.

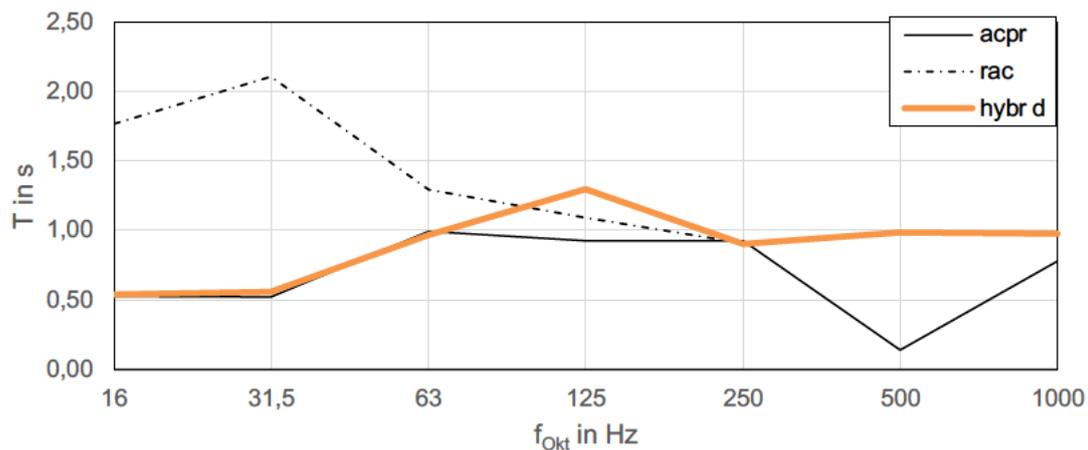


Abbildung 28: Vergleich der Nachhallzeiten T_{60} der rac- und acpr-Schnittstelle und der hybriden Impulsantwort

Vergleicht man die in Abbildung 28 dargestellten Nachhallzeiten, so ist zu erkennen, dass die rac-Schnittstelle im tieffrequenten Bereich deutlich längere Nachhallzeiten generiert als die acpr-Schnittstelle. Besonders Augenmerk ist aber auf die hybride Nachhallzeitenkurve zu legen. Die eingestellte Schnittfrequenz von $f_c = 125$ Hz resultiert in einer Erhöhung der

Nachhallzeit, trotz der starken Dämpfung der Filter. Doch stimmt die hybride Nachhallzeit außerhalb der Oktavmittenfrequenz von 125 Hz mit denen der beiden Schnittstellen überein, entsprechend dem Tief- und Hochpassfilter, welcher angewendet wurde.

5 Hybride Impulsantwort des Großraumbüros

Im Folgenden sollen die Erkenntnisse der Voruntersuchung auf das Großraumbüro übertragen werden. Begonnen wird mit der Auswertung der Messergebnisse. Weiter wird die Modellierung des Großraumbüros sowie die Wahl der Randparameter erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

5.1 Auswertung der Messergebnisse

Im Vorfeld der Masterarbeit wurden bereits durch Mitarbeiter der Hochschule Luzern die Nachhallzeiten eines Großraumbüros in der musikalischen Fakultät gemessen. Das Großraumbüro ist mit vier Arbeitsbereichen ausgeführt, wovon jeder Arbeitsbereich 8 Arbeitsplätze zur Verfügung stellt. Abgegrenzt durch Holzständerwände befinden sich neben den Arbeitsbereichen Besprechungsräume und Räume für Stilles Arbeiten. Die Arbeitsbereiche wiederum sind durch einen Flur miteinander verbunden, in welchem sich eine freistehende Kabine für Besprechungen sowie eine Kabine für Telefonate und Kopien befindet. Die Decke ist mit einer schallabsorbierenden Holzwolle-Akustikplatte bekleidet. Der Fußboden entspricht einem Hohlboden mit aufliegendem Teppich. Charakteristisch für das Großraumbüro sind die raumhohen Verglasungen an den beiden Seitenflächen.

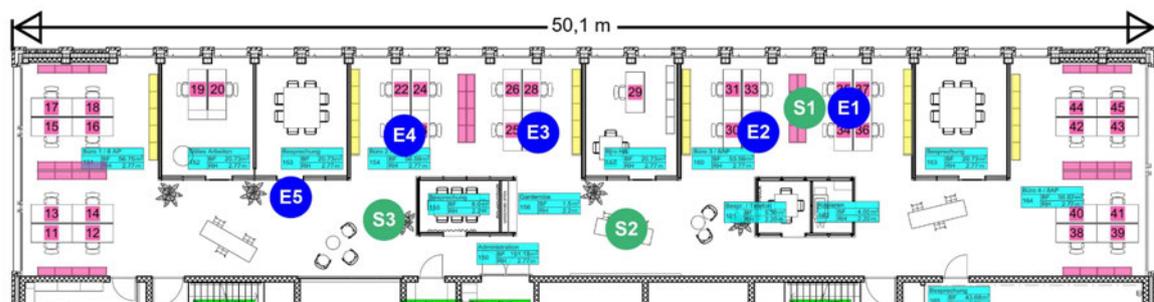


Abbildung 29: Sende- und Empfangspositionen

Es wurden fünf Empfangspositionen und drei Sendepositionen gewählt. Die Sendeposition S1 wurde zum Messen der Nachhallzeiten an den Empfangspositionen E1 und E2, S2 für E3 und S3 für E4 und E5 verwendet. Der Schallpegelmesser NTI XL2 sowie der Dodekaeder Nor 276 kamen zum Einsatz. Die Höhe der Sende- und Empfangspositionen betrug 1,2 m und wurde gemäß der Ohrhöhe einer sitzenden Position gewählt. Die Wahl des Anregesignals ist nicht bekannt, wobei im Messbericht zur Bestimmung der Schallausbreitungsdämpfung Rosa Rauschen Verwendung fand (Taghipour, 2022).

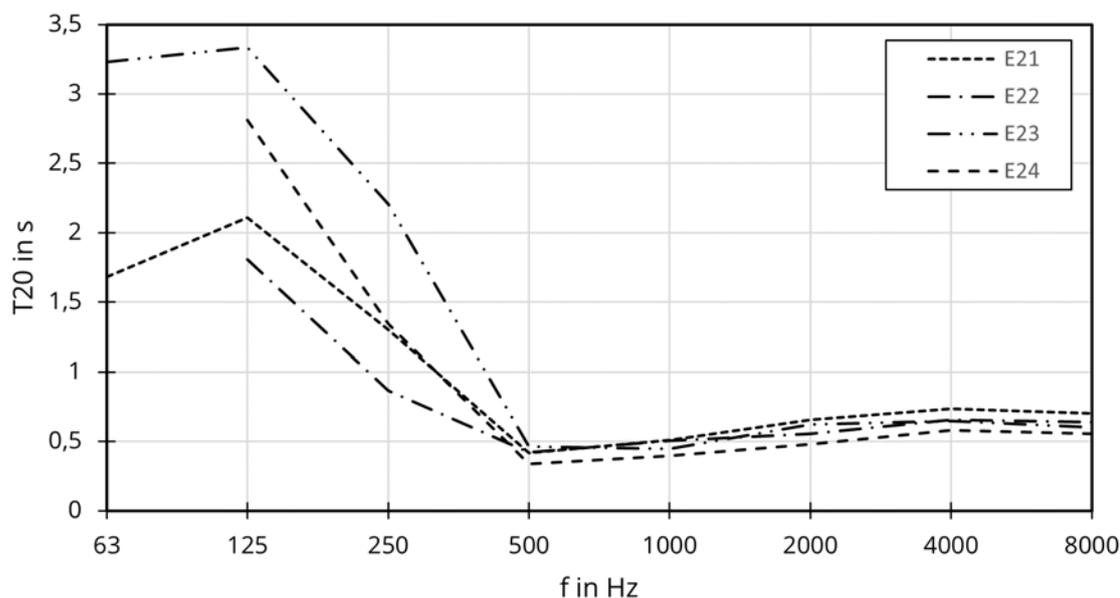


Abbildung 30: Nachhallzeiten T_{20} in s an unterschiedlichen Empfangspositionen

Die Ergebnisse in Abbildung 30 deuten durch die hohe Streuung der Messwerte auf eine geringe Diffusität im Bereich zwischen 63 Hz und 250 Hz. Ursache hierfür ist die geringe Modendichte sowie die planparallele Bauweise des Großraumbüros. Die Abstände der Wände liegen mit 4 – 10 m im Bereich der Wellenlängen von Oktavmittenfrequenzen zwischen 32 und 80 Hz. Damit verbunden ist die fehlende äquivalente Absorptionsfläche, was auch den Frequenzbereich der sprachlichen Stimme betrifft. Dieser erstreckt sich von ca. 125 Hz bis 8 kHz (Sinambari & Sentpali, 2020, S. 106). Ab 500 Hz sinkt die Varianz der Messwerte deutlich.

5.2 Modellierung der Raumgeometrie

Die Geometrie des Großraumbüros wurde anhand der Pläne des Architekten und den darin enthaltenen Raumhöhenangaben mithilfe von Rhinoceros® der Firma Robert McNeel & Associates modelliert, in das STEP Format exportiert und in COMSOL Multiphysics® importiert. COMSOL operiert mit zwei unterschiedlichen Geometriekernels, dem CAD-Kernel und COMSOL-Kernel. Der CAD-Kernel ist für die Importierung notwendig, da auf die proprietäre Schnittstelle Parasolid® zurückgegriffen wird. Um anschließend weitere native COMSOL Funktionen zu nutzen, ist die Umwandlung der Geometrie in den COMSOL-Kernel vonnöten.

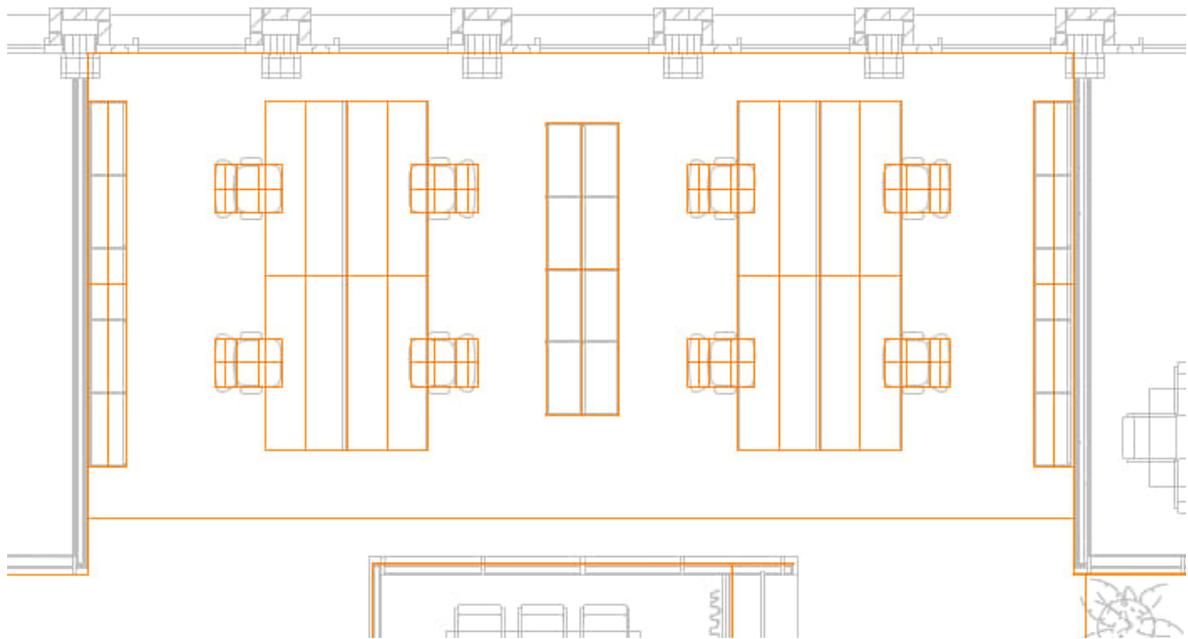


Abbildung 31: ausgewählter Bereich der simplifizierten Raumgeometrie

Die Abbildung 31 zeigt einen Ausschnitt des grau gezeichneten Grundrisses und der orangefarbene gezeichneten reduzierten Geometrie. Bezugnehmend auf den Abschnitt 2.5 wurden Elemente wie Pfeiler, Pflanzen, Zwischenräume der Regale zu angrenzenden Wänden sowie Tischbeine nicht berücksichtigt. Die Stühle wurden durch zwei rechteckige Flächen modelliert. Auch die vorstehenden Rahmen der Leichtbautrennwände sowie die Deckenleuchten wurden bei der Modellierung vernachlässigt.

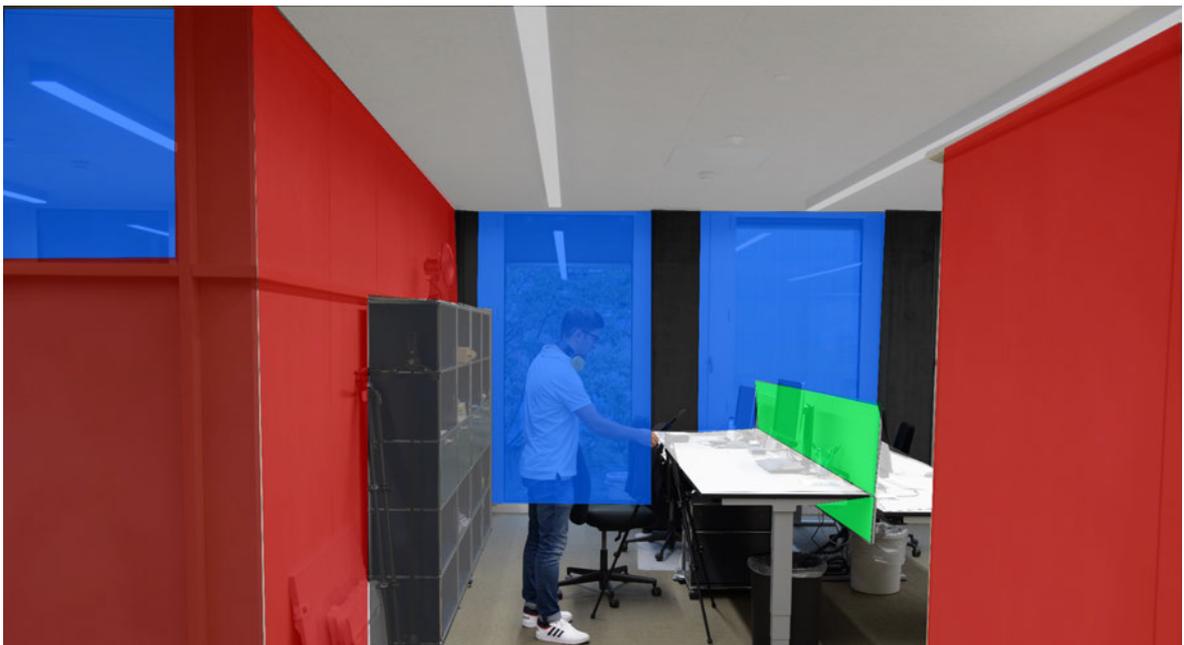


Abbildung 32: Foto des Großraumbüros; transparente Flächen stellen Reduzierung komplexer Geometrien dar

In der folgenden Abbildung wird das in COMSOL Multiphysics® importierte Gitternetzmodell dargestellt.

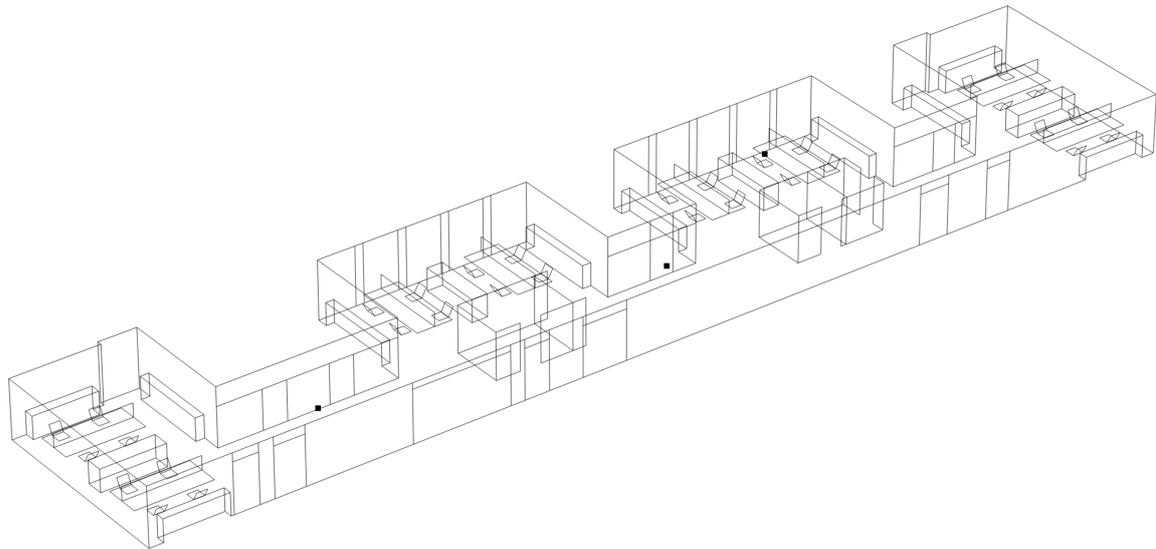


Abbildung 33: 3D-Wireframe-Modell des Großraumbüros; dargestellt in COMSOL Multiphysics®

5.3 Wahl der Randparameter

Wie bereits beschrieben, sind die Begrenzungsflächen eines Raumes mit Wandimpedanzen zu versehen. COMSOL Multiphysics® ermöglicht im RAC- sowie im ACPR-Modul die Eingabe einer spezifischen Impedanz oder eines Schallabsorptionsgrades. Hersteller geben einzig Angaben zu Schallabsorptionsgraden an, da durch die DIN EN ISO 354 ein genormtes Verfahren zur Verfügung steht. Hierin findet das Hallraum-Messverfahren und das damit implizierte diffuse Schallfeld Verwendung, was bei der späteren Eingabe der Schallabsorptionsgrade berücksichtigt werden muss. Hinzu kommt, dass beim Erstellen dieser Arbeit keine Angaben zu Schallabsorptionsgraden der Raumbegrenzungsflächen und Ausstattung des Raumes vorlagen. Anhand von Fotos konnte jedoch eine Auswahl geeigneter Materialien getroffen werden. Diese wurden aus der Norm DIN 18041, Herstellerangaben sowie Messungen seitens der ita Ingenieurgesellschaft mbH entnommen. Das RAC-Modul nutzt den Schallabsorptionsgrad zum Aufstellen des Intensitätsverhältnisses zwischen einfallender I_i und reflektierender Welle I_r mit

$$I_r = I_i \cdot (1 - \alpha) \quad (56)$$

Zum Lösen der partiellen Differentialgleichung durch die acpr-Schnittstelle ist das Bestimmen der spezifischen Wandimpedanz vonnöten. Auf Grundlage eines komplexen Reflexionsfaktor lässt sich die Impedanz mithilfe des Schallabsorptionsgrades wie folgt ermitteln:

$$Z_W = Z_0 \frac{1 + (e^{j\phi} \sqrt{1 - \alpha_n})}{1 - (e^{j\phi} \sqrt{1 - \alpha_n})} \quad (57)$$

Folgende Schallabsorptionsgrade wurden zugrunde gelegt:

Tabelle 1: für Großraumbüro verwendete Schallabsorptionsgrade; Angaben aus 1 – ita 2 – DIN 18041 3 – Akustikkunst 4 – Knauf Ceiling Solutions 5 - Lindner

Material	Typ	Schallabsorptionsgrade α in Abhängigkeit zur Oktav-Mittenfrequenz f_{Okt} in Hz					
		125	250	500	1000	2000	4000
Holzständerwand	1	0,14	0,09	0,05	0,03	0,05	0,01
Stahlbeton Massivwand	2	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,05
Teppich auf Hohlboden	5	0,15	0,25	0,57	0,68	0,81	0,72
Verglasung	2	0,20	0,15	0,10	0,05	0,03	0,02
Bürotisch	1	0,15	0,10	0,10	0,08	0,07	0,06
Bürostuhl	1	0,05	0,08	0,10	0,12	0,15	0,15
Tischabsorber von Akustikkunst	3	0,22	0,46	0,69	0,87	0,90	0,93
Absorbierende Decke Heradesign superfine	4	0,10	0,25	0,55	1,00	0,80	0,95

Die Belegung der Flächen mit den Schallabsorptionsgraden wird zu Fehlern führen. Zum einen bleibt die Phaseninformationen unberücksichtigt, zum anderen werden die Schallabsorptionsgrade oftmals im Hallraum bei einem nahezu absolut diffusen Schallfeld gemessen. Dies ist bei den Messungen im Großraumbüro aufgrund der verzweigten Geometrie nicht der Fall. Die zahlreichen Gegenstände verbessern jedoch die Diffusität. Insbesondere die fehlende Datenlage für tieffrequente Schallabsorptionsgrade oder Impedanzen lässt erwarten, dass die Ergebnisse kritisch zu betrachten sind.

Die rac-Schnittstelle wurde mit Oktavfrequenzen von 125 Hz – 4000 Hz parametrisch gerechnet. Die acpr-Schnittstelle und daraus simulierte Schalldruckverteilung wurde für Frequenzen von 10 bis 250 Hz berechnet. Aus den Frequenzen wurden das Mesh der Rechenknoten durch die Voreinstellung der Elementgröße *normal* generiert.

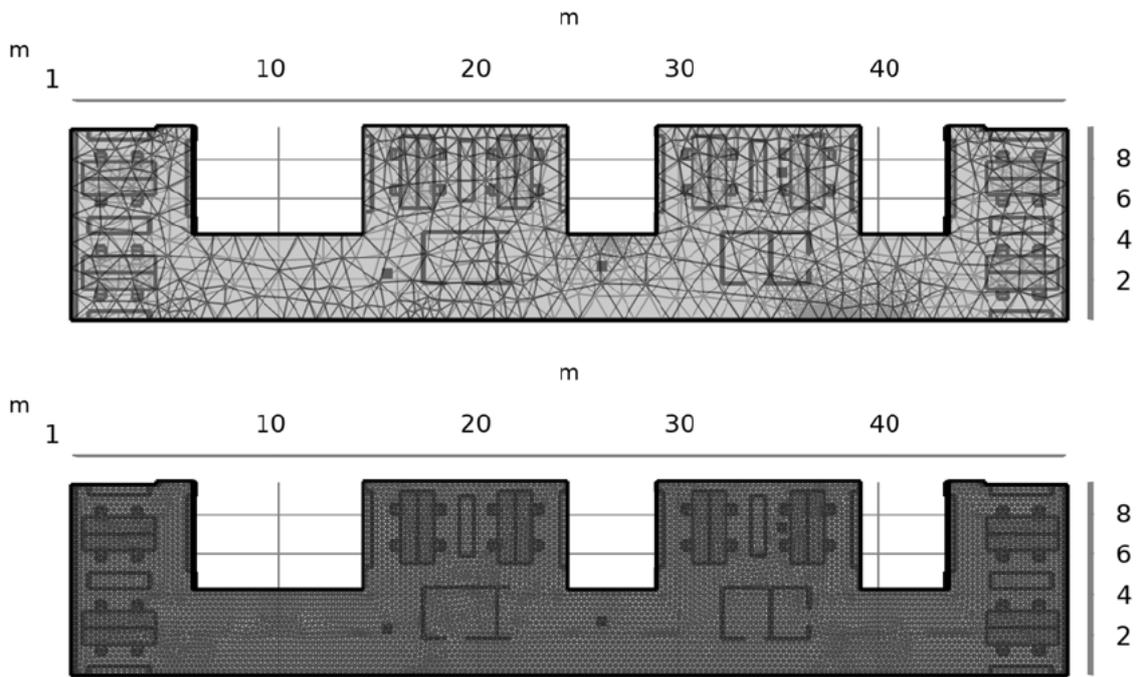


Abbildung 34: Gitternetz der rac-Schnittstelle (oben) und der acpr-Schnittstelle(unten)

Man erkennt, dass das Gitternetz der rac-Schnittstelle viel gröber aufgelöst ist im Gegensatz zur acpr-Schnittstelle. Dies äußert sich auch in der Rechenzeit. Die rac-Schnittstelle benötigte ca. 17 Minuten, der acpr-Schnittstelle dem entgegen 8 Stunden und 20 Minuten. Anschließend wurden die Ergebnisse durch Matlab® hybridisiert bei einer Schnittfrequenz von 125 Hz und die Nachhallzeiten mit der ITA Toolbox bestimmt.

5.4 Ergebnisse

5.4.1 Schalldruckpegelverteilung der acpr-Schnittstelle

Die acpr-Schnittstelle ermöglicht das Darstellen der Schalldruckpegelverteilung des gesamten Raumes. Im Folgenden wird diese exemplarisch für eine Frequenz von 32 Hz und 250 Hz abgebildet.

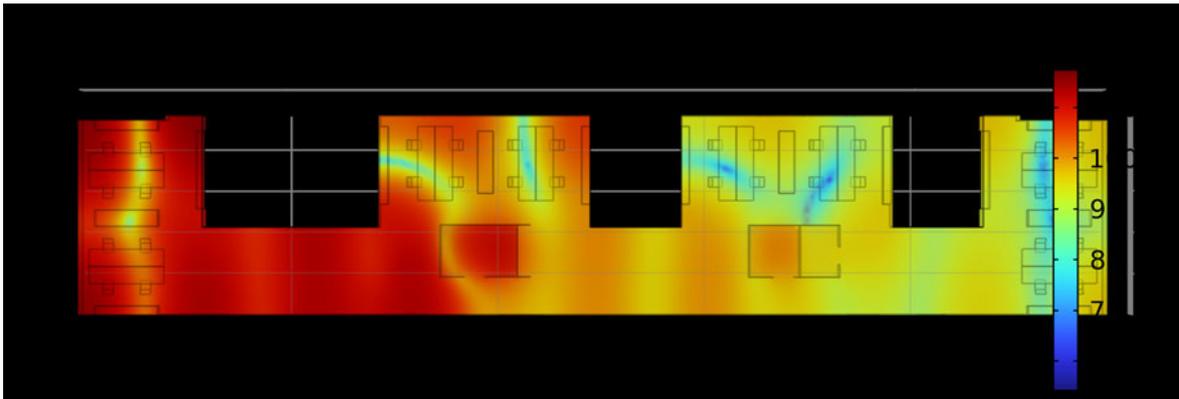


Abbildung 35: Schalldruckpegelverteilung für $f = 32$ Hz

Anhand der obigen Abbildung sind insbesondere lokale Minima (blau gefärbt) an den Arbeitsplätzen zu erkennen, den Empfängerpositionen 1 und 2. Betrachtet man im Gegensatz dazu die Schalldruckpegelverteilung bei 250 Hz so ist eine deutliche Vermischung der Moden durch Interferenz zu erkennen. Das Schallfeld verläuft gleichmäßiger und einzelne Moden sind nicht mehr zu erkennen.

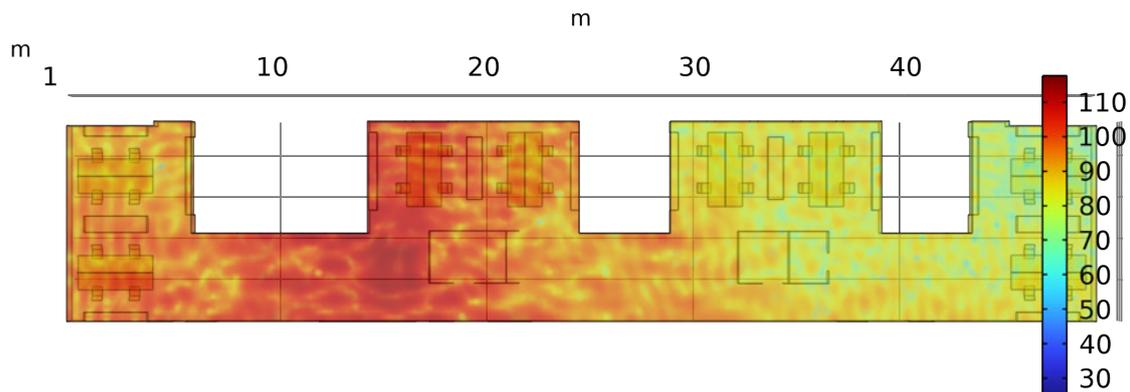


Abbildung 36: Schalldruckpegelverteilung für $f = 250$ Hz

5.4.2 Spektren der acpr-Schnittstelle

Die Zunahme der Diffusität lässt sich auch anhand der Schalldruckpegelspektren an den Empfängerpositionen beobachten. Jene sind in folgender Abbildung zu sehen.

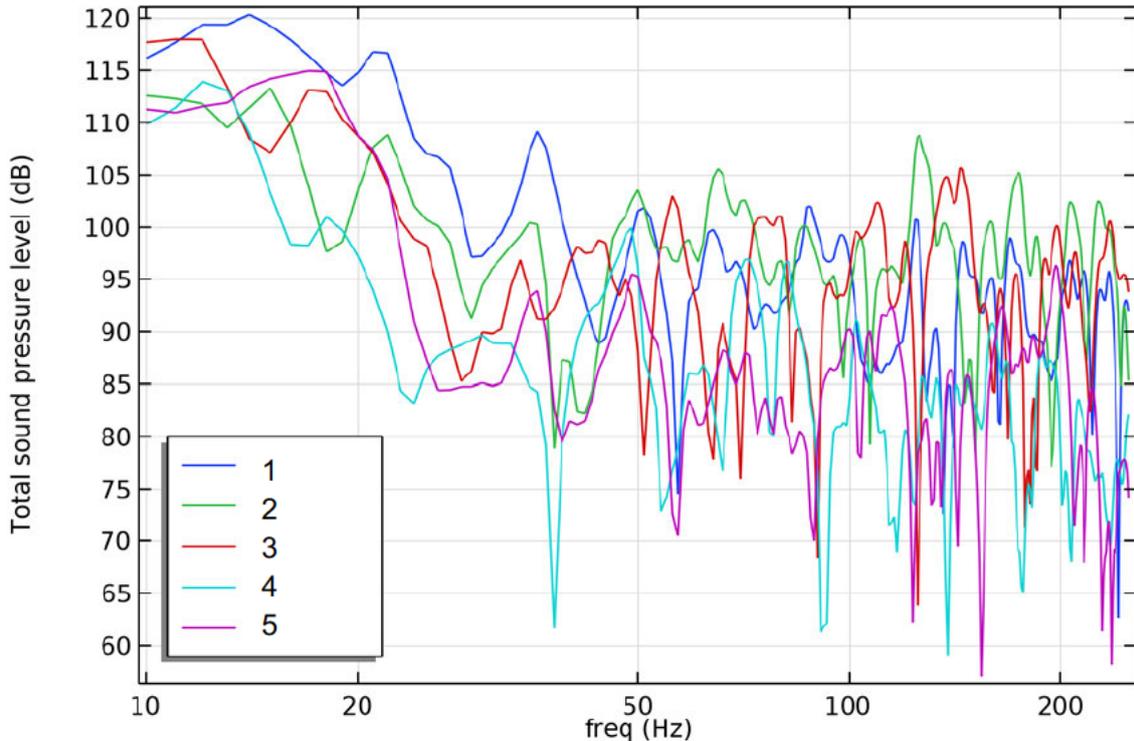


Abbildung 37: Spektren(acpr) der jeweiligen Empfängerpositionen

Betrachtet man alleinig das durch acpr berechnete Spektrum, so erkennt man, dass im Raum von 10 bis 50 Hz eine weitaus höhere Schallenergie zugegen ist als zwischen 50 und 250 Hz. Im tieffrequenten Bereich ist zudem eine hohe Differenz der Schalldruckpegel zwischen den Empfängerpositionen von $\Delta L = 30$ dB im Mittel zu sehen. Dies kann auf lokale Maxima oder Minima zurückgeführt werden, die verbunden mit einer geringen Modendichte hervortreten. Besonders bei ca. 45 Hz steht dem Schalldruckpegelminima an Empfängerposition 4 ein Maximum an Empfängerposition 1 entgegen. Für Frequenzen größer 50 Hz variiert das Spektrum stärker und ist diffuser. Dies deckt sich auch mit der Schroeder-Eckfrequenz. Gemittelt über alle Frequenzen und Messpositionen ergibt sich eine Nachhallzeit von $T = 0,78$ s. Mit einem Raumvolumen von $V \approx 1030$ m³ lässt sich nun die Schroeder-Eckfrequenz bestimmen mit:

$$f_s = 2000 \cdot \sqrt{\frac{T}{V}} \approx 55 \text{ Hz} \quad (58)$$

5.4.3 Vergleich der Nachhallzeiten

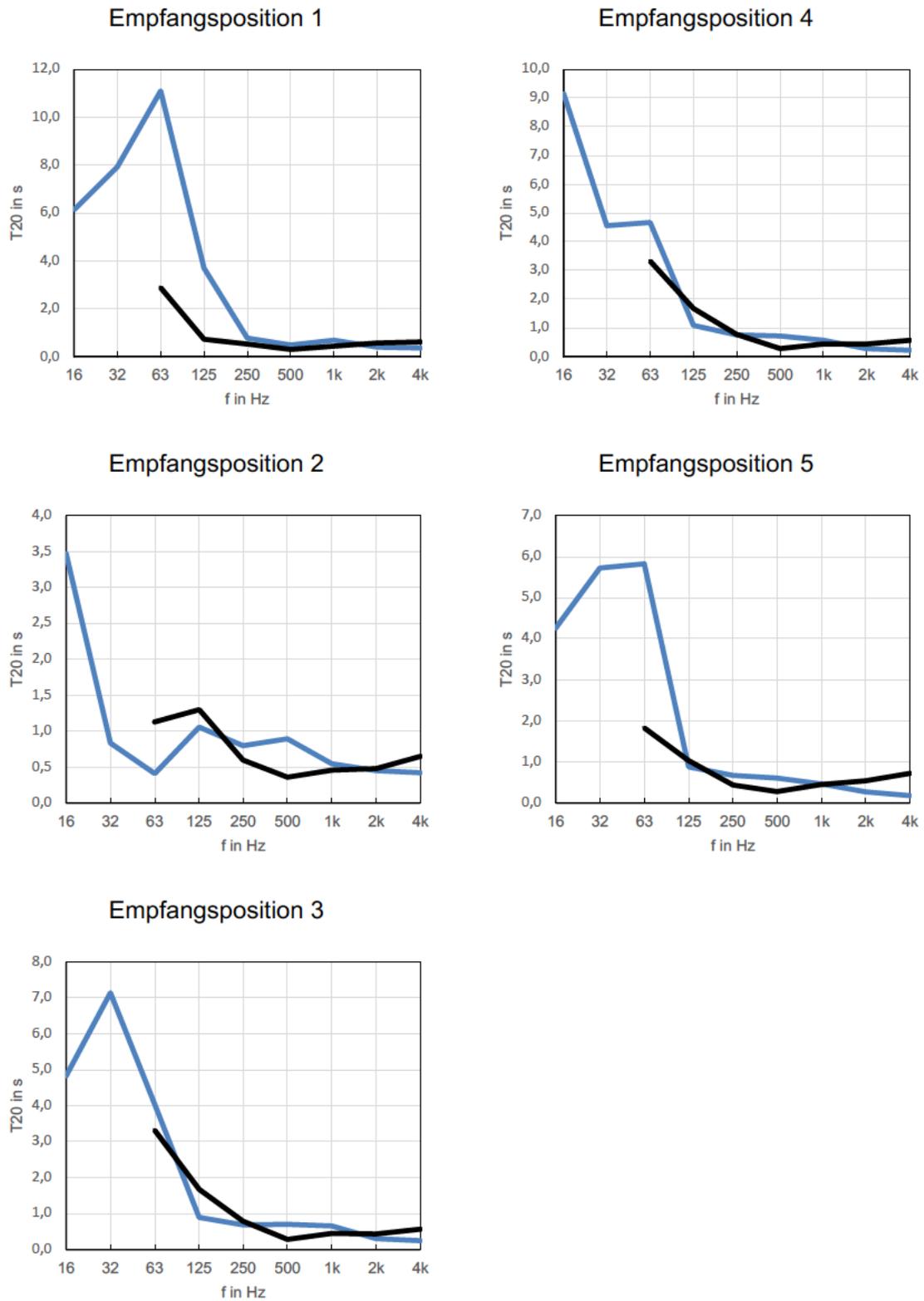


Abbildung 38: gemessene und simulierte Nachhallzeiten des Großraumbüros

Vergleicht man zum Schluss die Nachhallzeiten der Messung mit denen der hybriden Impulsantwort, so kommt man zu folgenden Erkenntnissen:

Die Nachhallzeiten der Oktavmittenfrequenzen von 16 Hz und 32 Hz können aufgrund fehlender Messwerte nicht verglichen werden. Einzig die hohe Bandbreite von $T = 3,5\text{s}$ bis hin zu $T = 11\text{ s}$ gilt es zu hinterfragen. Die Schwankungen können aufgrund der geringen Absorption und wie in Abschnitt 4.3 erläutert, den dadurch stärker hervortretenden Schalldruckspitzen hervorgerufen werden. Insbesondere die Schalldämmung der angrenzenden Trennbauteile ist für so tiefe Frequenzen äußerst gering, somit ist der Beitrag der Transmission für den Schallabsorptionsgrad maßgeblich. Dies wurde in der Simulation nicht betrachtet. Phänomene wie der Koinzidenz- und Resonanzfrequenz treten zudem stärker hervor und können durch die Simulation schwer abgebildet werden.

Weiter treten teils deutliche Abweichungen zwischen der Simulation und der Messung hervor, für Oktavmittenfrequenzen zwischen 63 und 250 Hz. Hier entstehen Unterschiede hauptsächlich aufgrund der Schallabsorptionsgradannahmen. So ist nicht bekannt, wie groß die Abhangtiefe der Holzwolle-Deckenabsorber ist. Vergleicht man die von Knauf Heradesign herausgegebenen Schallabsorptionsgrade, so steigt die Schallabsorption für jenen Frequenzbereich mit steigender Abhangtiefe. Hintergrund ist das Schallschnellemaximum bei einem Viertel der Wellenlänge.

Die Nachhallzeiten für Frequenzen ab 250 Hz entsprechen in Größenordnungen denen der Messung. An der Empfangsposition 2 kann man aber auch erkennen, dass bei 500 Hz die Differenz 0,5 s beträgt. Ursache hierfür ist wiederholt die Annahme der Schallabsorptionsgrade. Zurückgeführt werden kann dies aber auch auf die Fehleranfälligkeit des Ray-Tracing Algorithmus'.

6 Fazit

6.1 Zusammenfassung

Zu Beginn dieser Arbeit wurden die physikalischen Grundlagen der Raumakustik erörtert. Angefangen mit dem Aufstellen der akustischen Grundgleichungen wurde anschließend die Anregung des Schallfelds in einem Raum und der Einfluss von Randflächen auf jenes beschrieben. Die Ausbreitung von Schallwellen wurde anhand Gesetzmäßigkeiten wie der Beugung, der Streuung und der Absorption betrachtet. Zudem wurde der raumakustische Parameter der Nachhallzeit eingeführt.

Die Simulationsmethoden zur Bestimmung des Schallfeldes wurden im nächsten Schritt vorgestellt. So kam in dieser Arbeit die FEM-Methode und die Ray-Tracing Methode zum Einsatz. Die für die Hybridisierung beider erforderlichen Grundlagen digitaler Signalverarbeitung wurden beschrieben. Mithilfe dieser konnte der hybride Simulationsansatz aufgestellt werden.

Als nächstes wurden anhand von Voruntersuchungen die Simulationsmethoden näher betrachtet. Hier fand die Einführung der in COMSOL Multiphysics® verwendeten Schnittstellen mitsamt deren Beschreibung und grundlegender Evaluation statt. Für die Hybridisierung war zudem das Kalibrieren der Anregungssignale vonnöten. COMSOL Multiphysics® bot die Möglichkeit, anhand von Simulationen mithilfe der acpr-Schnittstelle weitere Untersuchung hinsichtlich der Wirksamkeit von Schallabsorbern, der Frequenzabhängigkeit von Beugung und der Frequenzabhängigkeit schallstreuender Fläche vorzunehmen. Abgeschlossen wurde das Kapitel der Voruntersuchungen mit der Implementierung des hybriden Simulationsansatzes und der Validierung desselben anhand eines L-förmigen Raumes.

Abschließend wurde der hybride Simulationsansatz auf das Großraumbüro der musikalischen Fakultät der HSLU demonstriert. Angefangen mit dem Auswerten der Messergebnisse wurde die Modellierung der Raumgeometrie beschrieben sowie die Wahl der Randparameter vorgestellt und diskutiert. Die Ergebnisse infolge der Hybridisierung wurden dargelegt und anhand der Schalldruckpegelverteilung und den Spektren interpretiert. Anschließend wurden die Nachhallzeiten der hybriden Impulsantworten mit den Messungen derselben verglichen und Abweichungen analysiert.

6.2 Ausblick

Es lässt sich somit sagen, dass die Forschungsfrage beantwortet wurde. Als hauptsächliche Abweichung des hybriden Simulationsansatzes hat sich die Wahl der Materialien herausgestellt, welche näher untersucht werden müsste. So können Wandimpedanzen mithilfe eines Impedanzrohrs bestimmt und in das Simulationsmodell eingepflegt werden.

Weiter würde es sich anbieten einen Vergleich mit anderen hybriden Simulationsmethoden zu führen. U.a. wurde im April die Applikation Treble veröffentlicht, die in enger Zusammenarbeit mit der Technischen Universität Dänemarks entstanden ist und aufgrund einer modernen Softwarearchitektur vielversprechende Ergebnisse liefert.

Auch ist ein Vergleich einzig anhand der Nachhallzeit kritisch zu bewerten. So wäre die Messung der Impulsantwort hilfreicher gewesen. Aus dieser lassen sich weitere Energiekriterien extrahieren, anhand derer die Güte der Simulation besser bestimmt wird.

Auch ein auditiver Vergleich der gemessenen und simulierten Impulsantwort ist im weiteren Forschungsprozess anzustreben. Hiermit lassen sich etwaige Artefakte der Simulation bewerten und Lösungsansätze dazu finden.

Literaturverzeichnis

- Bartsch, G. (2000). Eine Vergleichsstudie zur Erweiterung der akustischen Planung allgemeiner Innenraumprobleme mittels hybrider Simulation.
- Bork, I. (2000). A Comparison of Room Simulation Software - The 2nd Round Robin on Room Acoustical Computer Simulation. *Acustica united with acta acustica*(86), 943–956.
- Bork, I. (2005). Report on the 3rd Round Robin on Room Acoustical Computer Simulation – Part II: Calculations. *Acta Acustica united with Acustica*(91), 740–752.
- Brinkmann, F., Aspöck, L., Ackermann, D., Lepa, S., Vorländer, M. & Weinzierl, S. (2019). A round robin on room acoustical simulation and auralization. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 145(4), 2746. <https://doi.org/10.1121/1.5096178>
- Dietrich, P., Guski, M., Klein, J., Müller-Trapet, M., Pollow, M., Scharrer, R. & Vorländer, M. (2013). Measurements and Room Acoustic Analysis with the ITA-Toolbox for MATLAB. In.
- DIN EN ISO 3382-1:2009-10, Akustik_ - Messung von Parametern der Raumakustik_ - Teil_1: Aufführungsräume (ISO_3382-1:2009); Deutsche Fassung EN_ISO_3382-1:2009*. Berlin. Beuth Verlag GmbH.
- Grünigen, D. C. von. (2014). *Digitale Signalverarbeitung: Mit einer Einführung in die kontinuierlichen Signale und Systeme* (5., neu bearb. Aufl.). Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verl. http://ebooks.ciando.com/book/index.cfm/bok_id/1551110
- Hamilton, B. & Bilbao, S. (2017). FDTD Methods for 3-D Room Acoustics Simulation With High-Order Accuracy in Space and Time. *IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 25(11), 2112–2124. <https://doi.org/10.1109/TASLP.2017.2744799>
- He, Z. C., Cheng, A. G., Zhang, G. Y., Zhong, Z. H. & Liu, G. R. (2011). Dispersion error reduction for acoustic problems using the edge-based smoothed finite element method (ES-FEM). *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 86(11), 1322–1338. <https://doi.org/10.1002/nme.3100>
- Janković, M., Ćirić, D. G. & Pantić, A. (2016). Automated estimation of the truncation of room impulse response by applying a nonlinear decay model. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(3), 1047–1057. <https://doi.org/10.1121/1.4941657>
- Kurz, E., Graber, G. & Weselak, W. (2021). Systematische Untersuchungen zur Funktionsweise des Kantenabsorbers als „Modenbremse“. *e & i Elektrotechnik und Informationstechnik*, 138(3), 162–170. <https://doi.org/10.1007/s00502-021-00878-1>
- Kuttruff, H. (2004). *Akustik: Eine Einführung*. Hirzel.

- Lehnert, H. (1993). Systematic errors of the ray-tracing algorithm. *Applied Acoustics*, 38(2-4), 207–221. [https://doi.org/10.1016/0003-682X\(93\)90052-8](https://doi.org/10.1016/0003-682X(93)90052-8)
- Long, M. (2014). *Architectural acoustics* (2 ed.). Elsevier.
- M. Karjalainen, Poju Antsallo, A. Mäkivirta, T. Peltonen & V. Välimäki (2002). Estimation of Modal Decay Parameters from Noisy Response Measurements. *undefined*. <https://www.semanticscholar.org/paper/Estimation-of-Modal-Decay-Parameters-from-Noisy-Karjalainen-Antsallo/64e2a3f38dc2afdf623fd91e7d854c048af371a1>
- Meyer. (2017). *Signalverarbeitung*. Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Müller, G. & Möser, M. (2004). *Taschenbuch der Technischen Akustik*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-18893-0>
- Ochmann, M., Lippert, S. & Estorff, O. von. (2016). Numerische Methoden der Technischen Akustik. In G. Müller & M. Möser (Hrsg.), *Taschenbuch der Technischen Akustik* (S. 1–37). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-43966-1_3-1
- Pind, F., Engsig-Karup, A. P., Jeong, C.-H., Hesthaven, J. S., Mejlum, M. S. & Strømmand Andersen, J. (2019). Time domain room acoustic simulations using the spectral element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 145(6), 3299. <https://doi.org/10.1121/1.5109396>
- Pokkalla, D. K., Wang, Z.-P., Poh, L. H. & Quek, S. T. (2019). Isogeometric shape optimization of smoothed petal auxetics with prescribed nonlinear deformation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 356, 16–43. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.07.014>
- Prinn, A. G. (2023). A Review of Finite Element Methods for Room Acoustics. *Acoustics*, 5(2), 367–395. <https://doi.org/10.3390/acoustics5020022>
- Rindel, J. H. (2004). *Modelling the directional characteristics of sound reflections*. https://www.researchgate.net/publication/228430607_Modelling_the_directional_characteristics_of_sound_reflections
- Schroeder, M. R. (1965). New Method of Measuring Reverberation Time. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 37(3), 409–412. <https://doi.org/10.1121/1.1909343>
- Sinambari, G. R. & Sentpali, S. (2020). *Ingenieurakustik*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-27289-0>
- Taghipour, A. (2022). *Bericht: Akustische Messung und Evaluation einiger Büroräume der HSLU Musik*. (2019). *VDI 2569: Schallschutz und akustische Gestaltung in Büros*. Beuth Verlag GmbH.

- Vorländer, M. (1995). International round robin on room acoustical computer simulations. *15th International Congress on Acoustics*, 689–692.
- Vorländer, M. (2020). *Auralization*. Springer International Publishing.
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-51202-6>
- Werner. (2012). *Digitale Signalverarbeitung mit MATLAB®*. Vieweg+Teubner Verlag.

Anlagen

hybridImp.m

```
%% Importing the data

fmin = 10;
fmax = 250;
df = 1;
% acpr = zeros(5, fmax-fmin+1);
f = fmin:df:fmax;

for i = 1:5
    im = table2array(readtable(sprintf("acpr%g.csv", i)));
    n = length(im);
    acpr(i,:) = im(4:2:n-1).*exp(1i*im(5:2:n));
    im = table2array(readtable(sprintf("rac_e%g.csv", i)))';
    rac(i,:) = im(2,:);
end

t = im(1,:);
dt = t(2)-t(1);
fs = 1/dt;
%% Interpolieren
for i = 1:5
    acprZB(i,:) = doifft(acpr(i,:), length(acpr(i,:)));
end
acprZBn = length(acprZB(1,:));
acprZB_t = (0:acprZBn-1)/(df*acprZBn);
acpr_t = 0:dt:acprZB_t(end);
for i = 1:5
    acpr_int(i,:) = spline(acprZB_t, acprZB(i,:), acpr_t);
end
acprZBn = length(acpr_int(1,:));

%% Zero-padding und angleichen

zeros_before = zeros(1, find(t==0));
zeros_after = zeros(1, find(t==t(end))-find(t==0)-length(acpr_int(1,:)));
for i = 1:5
    acprZB_zeroed(i,:) = [zeros_before acpr_int(i,:) zeros_after];
end
figure
plot(t, acprZB_zeroed);

%% Hybridisierung

for i = 1:5
    ir(i,:) = hybrid(acprZB_zeroed(i,:), rac(i,:), 125, fs);
```

```
end
%% Nachhallzeiten

freqRange = [15 4000];
bandsPerOctave = 1;
for i = 1:5
    RIR = itaAudio;
    RIR.samplingRate = fs;
    RIR.time = ir(i,:);
    rirITA = ita_roomacoustics(RIR, 'freqRange', freqRange, 'bandsPerOc-
tave', bandsPerOctave, 'T60');
    t60(i,:) = rirITA.T60.freq;
end
t_f = rirITA.T60.freqVector;
```

doifft.m

```
function St = doifft(Sf,nt)
    [~,n] = size(Sf);
    if n>1; Sf = Sf.'; end
    n2 = length(Sf);
    Seinseitig = Sf;
    Seinseitig(2:end-1) = Sf(2:end-1)/2;
    Szweiseitig = nt*[Seinseitig;flipud(conj(Seinseitig(2:n2)))]';
    St = real(ifft(Szweiseitig.*tukeywin(length(Szweiseitig),0.015)));
end
```

hybrid.m

```
function hybridImp = hybrid(i_acpr,i_rac,fc,fs)
    %acpr = Impulsantwort simuliert durch acpr
    %rac = Impulsantwort simuliert durch rac
    %f_c = Frequenzweiche
    [b1,a1] = butter(3,fc/(fs/2),"low");
    f_i_acpr = filtfilt(b1,a1,i_acpr);
    [b2,a2] = butter(3,fc/(fs/2),"high");
    f_i_rac = filtfilt(b2,a2,i_rac);
    hybridImp = f_i_acpr + f_i_rac;
end
```

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur unter Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel angefertigt habe. Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Erfurt, den 26.06.2023

Ort, Datum

Vorname Nachname