HOCHSCHULE MITTWEIDA
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

MASTERARBEIT

Frau B.A.

Hoang Anh Nguyen

Risikokapitalbedarf für versicherungstechnische Risiken von Lebens-versicherungsunternehmen bei der Anwendung von Solvency II und Schweizer Solvenztest

Mittweida, 2014

Institut für Technologie- und Wissenstransfer

MASTERARBEIT

Risikokapitalbedarf für versicherungstechnische Risiken von Lebens-versicherungsunternehmen bei der Anwendung von Solvency II und Schweizer Solvenztest

Autor:
Frau B.A.
Hoang Anh Nguyen

Studiengang:
M.Sc. Industrial Management

Seminargruppe:
ZM10w1-M

Erstprüfer:
Dipl.-Math. Bernd Fischer

Zweitprüfer:
CERA, Dipl.-Math. Uwe Klinge

Einreichung:
Mittweida, 08.07.2014

Verteidigung/Bewertung:
Mittweida, 2014

Institute for Technology and Knowledge Transfer

MASTER THESIS

Risk Capital Requirement for Underwriting Risks of Life Insurance Companies under the application of Solvency II and the Swiss Solvency Test

author:

Ms. B.A.

Hoang Anh Nguyen

course of studies:

M.Sc. Industrial Management

seminar group:

ZM10w1-M

first examiner:

Dipl.-Math. Bernd Fischer

second examiner:

CERA, Dipl.-Math. Uwe Klinge

submission:

Mittweida, 08.07.2014

defence/ evaluation:

Mittweida, 2014

Bibliographische Beschreibung:

Nguyen, Hoang Anh:

Risikokapitalbedarf für versicherungstechnische Risiken von Lebensversicherungsunternehmen bei der Anwendung von Solvency II und Schweizer Solvenztest. - 2014. - 9, 55, 11 S.

Mittweida, Hochschule Mittweida, Institut für Technologie- und Wissenstransfer, Masterarbeit, 2014

Referat:

Ziel der Masterarbeit ist die Untersuchung des Einflusses des Solvency II- und Schweizer Solvenztest-Standardmodells auf die Bestimmung des Risikokapitalbedarfs eines Lebensversicherungsunternehmens. Als Einführung werden zu diesem Zweck die verwendeten Berechnungsmethoden dargestellt und erläutert. Anschließend erfolgt eine quantitative Gegenüberstellung der Richtlinien und Vorschriften unter ausschließlicher Berücksichtigung der versicherungstechnischen Risiken anhand eines Musterlebensversicherungsunternehmens. Auf Grundlage der gewonnenen Erkenntnisse wird eine Allokation des Risikokapitalbedarfs durchgeführt.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die durch ihre fachliche und persönliche Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Besonderer Dank gebührt meinen Eltern, welche mir das Studium durch ihre Unterstützung ermöglicht haben. Weiterhin bedanke ich mich bei Herrn Dipl.-Math. Bernd Fischer sowie bei Herrn CERA, Dipl.-Math. Uwe Klinge für die Betreuung meiner Masterarbeit und deren theoretische und praktische Unterstützung. Ebenfalls danke ich meinen Kollegen in den Bereichen Risk Management und Actuarial & Investment bei der Heidelberger Lebensversicherung AG für ihre zahlreichen Hinweise, die zur Verbesserung der Arbeit beigetragen haben.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis

ASM	Available Solvency Capital
BaFin	Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht
BEL	Best Estimate Liabilities
BSCR	Basissolvenzkapitalanforderung
CEIOPS	Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors
EIOPA	European Insurance and Occupational Pensions Authority
ES	Expected-Shortfall
FINMA	Finanzmarktaufsicht
MCR	Minimum Capital Requirement
MVM	Market-Value-Margin
nAd	nach der Art
QIS	Quantitative Impact Study
RM	Risikomarge
RTK	Risikotragendes Kapital
SCR	Solvency Capital Requirement
SST	Schweizer Solvenztest
VaR	Value-at-Risk
vtRisiko_L	versicherungstechnisches Risiko Leben
vtRisiko_K	versicherungstechnisches Risiko Kranken
vtRisiko_S	versicherungstechnisches Risiko Schaden
ZK	Zielkapital

Mathematische Symbole

$ES_\alpha(X)$	Expected-Shortfall der Zufallsvariable X zum Konfidenzniveaus α
$F_X(x)$	Verteilungsfunktion der Zufallsvariable X
$F_X^{-1}(\alpha)$	α –Quantil der Verteilung der Zufallsvariable X
$\rho_{i,j}$	Korrelationskoeffizient zwischen Zufallsvariablen X_i und X_j
σ_X	Standardabweichung der Zufallsvariable X
$VaR_\alpha(X)$	Value-at-Risk der Zufallsvariable X zum Konfidenzniveaus α
$var(X)$	Varianz der Zufallsvariable X

1 Einleitung

1.1 Hinführung zum Thema

Seit 2000 führt die EU-Kommission das Projekt Solvency II durch. Ziele sind die Verbesserung des europäischen Solvabilitätssystems, die Beurteilung der Risikosituation des Versicherungsunternehmens sowie die Schaffung einer größeren Markttransparenz.[1] Die verbindliche Einführung und somit die Umsetzung nationales Rechts ist für 2016 geplant.

Die Gesetzumgebung von Solvency II ist in drei Hauptschwerpunkte gegliedert, welche als Säulen bezeichnet werden. In Säule I sind die quantitativen Anforderungen an das Eigenkapital, in Säule II die qualitativen Anforderungen an das Risikomanagement und in Säule III die Anforderungen an das Berichtswesen der Versicherungsunternehmen der Länder auf EU-Ebene definiert.[2]

Die Kapitalanforderungen aus Säule I sollen die Mindesthöhe des Eigenkapitals der Versicherungsunternehmen absichern. Um eine quantitative Bewertung der Risiken vornehmen zu können sind in Säule I geeignete Kennzahlen und deren Berechnungsvorschriften definiert. Obwohl das Solvency II-Standardmodell auf einzelne Versicherungssparten abgestimmt ist, kann es die individuelle Risikosituation jedes Versicherungsunternehmens nur eingeschränkt berücksichtigen.[3] Aufgrund dessen können die Versicherungsunternehmen eigene Modelle entwickeln und diese von der Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht (BaFin) als adäquat anerkennen lassen.

Ab 2003 entwickelte das schweizerische Bundesamt für Privatversicherung den Schweizer Solvenztest, welcher dasselbe Ziel wie Solvency II, insbesondere die Säule I, verfolgt. Der Schweizer Solvenztest ist 2006 verbindlich eingeführt worden.[4] Die Schwerpunkte des Schweizer Solvenztest sind die analytischen Standardmodelle zur Berechnung der Markt-, Kredit- und Versicherungsrisiken. Diese Modelle werden durch Extremszenarien ergänzt, welche Ereignisse mit sehr geringer Eintritts-

---

[1] Vgl. (Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht)

[2] Vgl. (Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht)

[3] Vgl. (Sadzik, 2007), S. 1

[4] Vgl. (Eling, 2007), S. 3

wahrscheinlichkeit sowie die im analytischen Modell nicht abgedeckten Risiken berücksichtigen.[5]

1.2 Zielsetzung der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es, den Einfluss der verschiedenen Modelle und Berechnungsmethoden auf den Risikokapitalbedarf von Lebensversicherungsunternehmen zu illustrieren. Dies erfolgt, indem für versicherungstechnische Risiken unter Verwendung des Solvency II- und des Schweizer Solvenztest-Standardmodells die Risikokapitale verglichen werden.

Darüber hinaus wird untersucht, inwieweit verschiedene Modelle auch die Risikostrategie und das Kapitalmanagement von Unternehmen beeinflussen können. Prämisse hierfür ist die Annahme, dass Unternehmen versuchen, ihr Kapital so einzusetzen, dass Diversifikationseffekte von Risiken möglichst gut ausgenutzt werden. D.h. es wird versucht, Einzelrisiken, in der vorliegenden Arbeit am Beispiel versicherungstechnischer Risiken, so zu reduzieren, dass diese Reduktion auch zu einer möglichst großen Reduktion des Gesamtkapitalbedarfs führt. Je nachdem welches Modell zur Steuerung des Kapitalmanagements herangezogen wird, kann dies zu verschiedener Auswahl hinsichtlich der Risiken selbst oder des Grades der Reduktion von Risiken führen.

In der vorliegenden Arbeit werden dazu alle Betrachtungen anhand eines deutschen Musterlebensversicherungsunternehmens durchgeführt, für welches die versicherungstechnischen Risiken das größte Risikopotential darstellen.

1.3 Aufbau der Arbeit

Zu Beginn der Arbeit wird auf die benötigten mathematischen Grundlagen eingegangen. In diesem Zusammenhang werden Risikomaße wie Value-at-Risk und Expected-Shortfall beschrieben, die ihren Einsatz in der Standardformel von Solvency II und dem Schweizer Solvenztest finden.

Anschließend werden in den Kapiteln 3 und 4 die in Solvency II und dem Schweizer Solvenztest angewendeten Modelle erläutert. Diese Kapitel dienen als Ausgangspunkt für die nachfolgenden Abschnitte, in welchen die Richtlinien und Vorschriften einander gegenübergestellt werden.

---

[5] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 78

Weiterhin werden die versicherungstechnischen Risiken quantitativ verglichen, weil diese den größten Teil des Kapitalbedarfs des Musterlebensversicherungs-unternehmens erfordern. Die Markt- und Kreditrisiken werden infolge ihrer nachrangigen Bedeutung für das Musterunternehmen nicht untersucht. Ebenso werden die Extremszenarien vom Schweizer Solvenztest nicht berücksichtigt, weil diese unter Solvency II nicht in die Betrachtungen einfließen.

Abschließend erfolgt durch die Auswertung der gewonnenen Daten die Allokation des Risikokapitals für versicherungstechnische Risiken. Dies dient zur Verbesserung des Risikomanagements und trägt somit wesentlich zum wirtschaftlichen Erfolg des Unternehmens bei.

2 Mathematische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die mathematischen Grundlagen für die in dieser Arbeit benötigten Hilfsmittel erläutert.

Wesentliche Elemente sind die Risikomaße Value-at-Risk sowie Expected-Shortfall, welche in der Praxis unter Berücksichtigung eines hohen Konfidenzniveaus extreme Schadenereignisse darstellen. Solche Schadensereignisse werden als Tail-Risiken bezeichnet. Diese Risikomaße sind von besonderer Bedeutung zur Kalkulation von Solvenzkapitalanforderungen, die ein Versicherungsunternehmen erfüllen muss, um zahlungsfähig zu bleiben. Weiterhin werden die Eigenschaften von kohärenten Risikomaßen vorgestellt.

2.1 Kohärentes Risikomaß

Ein Risikomaß ρ wird als eine Abbildung definiert, die einer Zufallsvariable X mit derer Verteilungsfunktion F_X eine reelle Zahl $\rho(X)$ zuweist.[6] Als Zufallsvariable X wird ein Risiko betrachtet, welches mit einem möglichen finanziellen Schaden bzw. Verlust assoziiert ist. Die Größe $\rho(X)$ bewertet das Risikokapital von X.

Es stellt sich die Frage, welche Eigenschaften ein Risikomaß aufweisen sollte, damit es sich für die Bestimmung des Risikokapitals eignet. Aufgrund der Tatsache, dass ein wesentlicher Bestandteil des Geschäftsmodells der Versicherungsunternehmen auf dem Diversifikationseffekt beruht, sollte das Risikomaß diesen abbilden können.[7] Ein kohärentes Risikomaß erfüllt aufgrund seiner Eigenschaften diese Anforderung. Es ist als eine Abbildung $\rho: \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{R}$ auf einer Menge der nichtnegativen Zufallsvariablen mit den Eigenschaften Monotonie, Positive Homogenität, Translationsinvarianz und Subadditivität definiert.[8]

(1) Die Monotonie

$$X \leq Y \Longrightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) \text{ (fast sicher) für alle } X,\ Y \epsilon \mathbb{Z}$$

besagt, dass ein Risiko mehr Risikokapital benötigt als ein anderes, wenn es einen höheren Schaden aufweist.

[6] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 103

[7] Vgl. (Kriele), S. 35

[8] Vgl. (Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M. und Heath, D. , 1998), S. 7

(2) Die positive Homogenität

$\rho(cX) = c\rho(X)$ für alle $X \epsilon \mathbb{Z},\ c > 0$

bedeutet, dass sich das Risikokapital entsprechend proportional ändert, wenn sich das Risiko X proportional ändert.

(3) Die Translationsinvarianz

$\rho(X + c) = \rho(X) + c$ für alle $X \epsilon \mathbb{Z},\ c \epsilon \mathbb{R}$

ist so zu interpretieren, dass sichere Verluste vollständig mit Kapital unterlegt werden müssen.

(4) Die Subadditivität

$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ für alle $X,\ Y \epsilon \mathbb{Z}$

bedeutet, dass sich das Gesamtrisiko vermindert, wenn zwei Einzelrisiken zusammengefasst werden. Dies entspricht dem Prinzip der Risiko-diversifikation.

Erfüllt ein Risikomaß diese vier Eigenschaften, ist es kohärent und damit u.a. geeignet, um den Diversifikationseffekt im Versicherungsbereich abzubilden. Ein solches Maß ist wiederum die Basis für die Bestimmung des Risikokapitals.

2.2 Value-at-Risk

Ein Standardrisikomaß zur Quantifizierung von Risiken in der Finanzwirtschaft ist der Value-at-Risk $VaR_\alpha(X)$, der den kleinsten Wert x darstellt, den der Schaden X mit einer Wahrscheinlichkeit α nicht überschreitet und ist durch

$$VaR_\alpha(X) \coloneqq \inf\,\{x \,\epsilon\, \mathbb{R} \mid F_{\mathrm{X}}(x) \geq \alpha\} \tag{2-1}$$

definiert.[9] Dabei ist X eine Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion F_X, die den potenziellen Schaden des Portfolios über den betrachteten Zeitraum T beschreibt.

Wenn das Risikomaß Value-at-Risk direkt als Kapitalbedarf interpretiert wird, muss das Eigenkapital eines Unternehmens mindestens gleich dem Betrag $VaR_\alpha(X)$ sein, um mit der Wahrscheinlichkeit α im Laufe des betrachteten Zeitraums nicht aufgebraucht zu werden. Weiterhin ist der Value-at-Risk $VaR_\alpha(X)$ das α −Quantil der Verteilung von X, ($VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$), siehe Abbildung 2-1.

[9] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 115

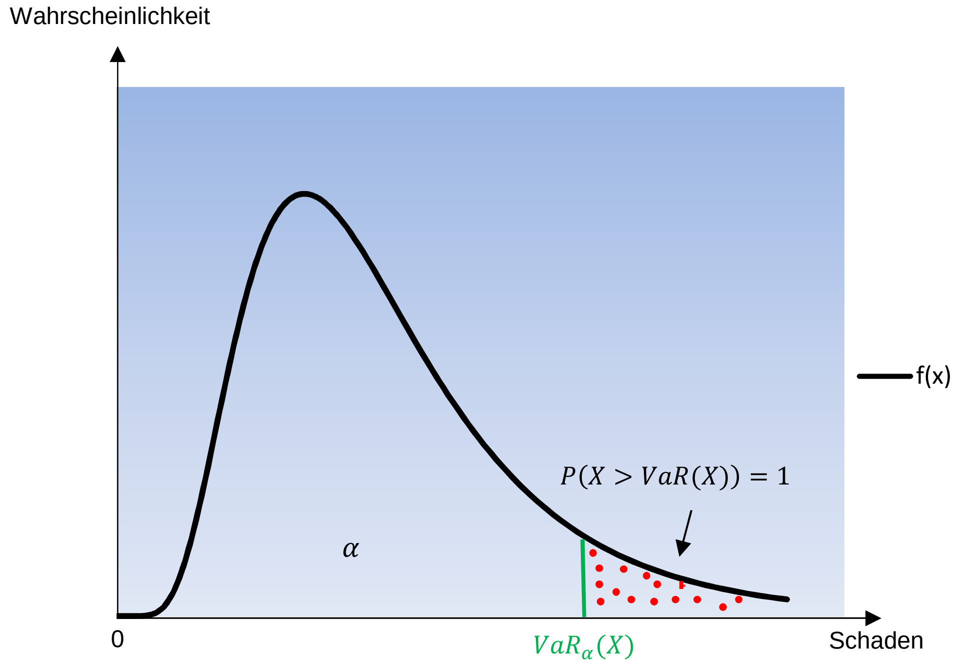

Abbildung 2-1: Darstellung Value-at-Risk

In den Berechnungen der Solvency-II-Standardformel gibt der Value-at-Risk die Höhe des Kapitals an, mit dem die eingegangenen Risiken beim Konfidenzniveau $\alpha = 99{,}5\%$ innerhalb eines Jahres abzusichern sind.

Der Value-at-Risk ist zwar monoton, positiv homogen sowie translationsinvariant jedoch nur für bestimmte Verteilungstypen zu bestimmten Konfidenzniveaus, wie bspw. für eine Normalverteilung zu $99{,}5\%$, subadditiv. Demnach ist der Value-at-Risk im Allgemeinen kein kohärentes Risikomaß und somit nicht ausnahmslos zur Berücksichtigung des Diversifikationseffektes geeignet. Darüber hinaus wird beim Überschreiten des Value-at-Risk die Höhe der einzelnen Schäden nicht berücksichtigt. Dies ist problematisch, wenn Risiken mit extrem hohen Schäden und geringer Eintritts-wahrscheinlichkeit in die Verteilung eingehen. Diese Nachteile waren Anreize für die Weiterentwicklung zum Expected-Shortfall, auch Tail Value-at-Risk genannt.

2.3 Expected-Shortfall

Der Expected-Shortfall $ES_\alpha(X)$ ist der Erwartungswert von X, wenn X den Value-at-Risk $VaR_\alpha(X)$ überschreitet. Aus der Sicht des internen Risikomanagements liefert der Expected-Shortfall den erwarteten Verlust der $100(1-\alpha)\%$ schlechtesten Fälle. Somit ist der Expected-Shortfall definiert als

$$ES_\alpha(X) := E[X|X > VaR_\alpha(X)] = \frac{1}{1-\alpha}\int_\alpha^1 VaR_p(X)dp. \quad (2\text{-}2)$$ [10]

Aus Formel 2-2 wird ersichtlich, dass der Expected-Shortfall nicht nur die Eintrittswahrscheinlichkeit der Extremereignisse berücksichtigt wie der Value-at-Risk, sondern auch die Höhe der davon verursachten Schäden. Aus diesem Grund ist der Expected-Shortfall meist größer als der Value-at-Risk zum gleichen Konfidenzniveau. Dies wird in Abbildung 2-2 bei einem gewählten Konfidenzniveau von 95% grafisch dargestellt.

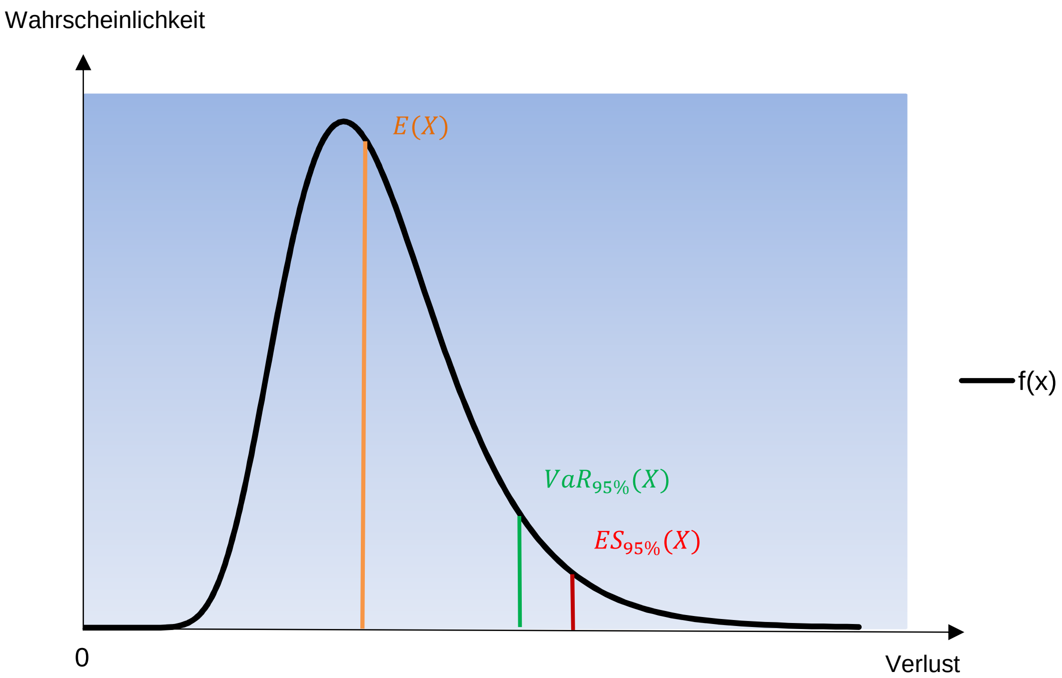

Abbildung 2-2: Darstellung Value-at-Risk und Expected-Shortfall

Darüber hinaus erfüllt der Expected-Shortfall alle Eigenschaften eines kohärenten Risikomaßes und ermöglicht eine Risikodiversifikation. Im Schweizer Solvenztest gibt der Expected-Shortfall die Höhe des benötigten Kapitals zur Abdeckung der von 1% der schlechtesten Ereignissen verursachten Schäden an.[11]

---

[10] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 117f

[11] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 13

3 Berechnungsmodell der Kapitalanforderung nach Solvency II

Der Ausgangpunkt für alle Berechnungen unter Solvency II ist eine Solvenzbilanz, die sogenannte Marktwertbilanz, die sich aus den Marktwerten bzw. den marktkonsistent bewerteten Werten der Anlagen und Verpflichtungen ergibt.[12] Zunächst werden die zugehörigen Bestandteile der Solvency II-Bilanz erläutert. Im Anschluss wird die Standardformel zur Berechnung der Solvenzkapitalanforderung (SCR) unter Betrachtung der in Solvency II enthaltenen Risiken dargestellt.

3.1 Solvency II-Bilanz

Als Einführung in die Marktwertbilanz von Solvency II ist diese in Abbildung 3-1 schematisch dargestellt. Auf der Aktivseite steht der Marktwert der Anlagen. Dem gegenüber auf der Passivseite stehen die Freien Eigenmittel, die Solvenz- und Mindestkapitalanforderungen (SCR, MCR), die Risikomarge (RM) sowie der Bester Schätzwert der versicherungstechnischen Rückstellungen (BEL). Weiterhin sind die Vorhandenen Eigenmittel (ASM) sowie der marktkonsistent bewertete Wert der Verpflichtungen dargestellt. Die Bedeutung sowie Beziehungen untereinander werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

[12] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 11

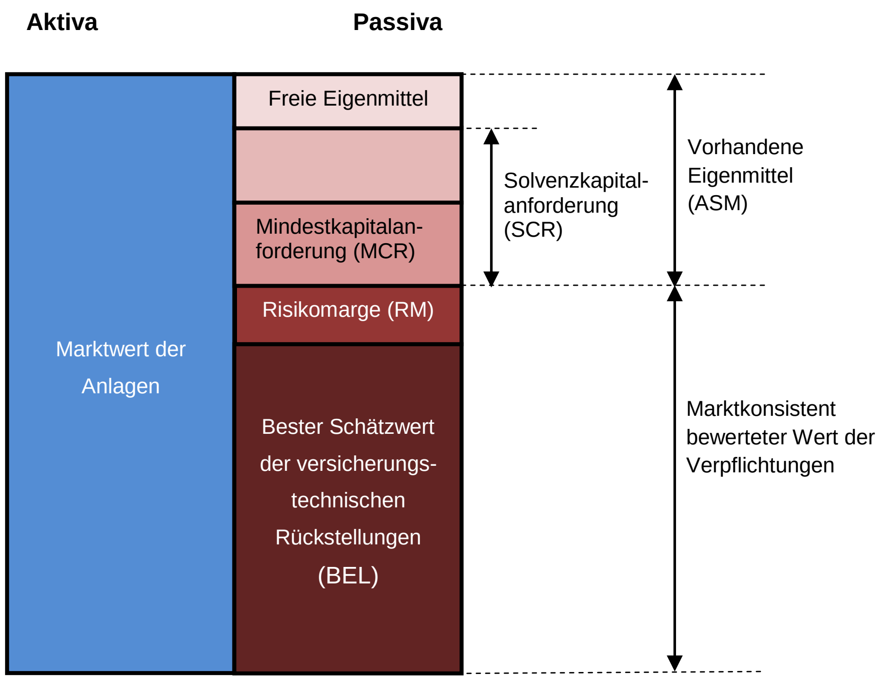

Abbildung 3-1: Solvency II-Marktwertbilanz[13]

3.1.1 Marktwert der Anlagen

Der Marktwert der Anlagen ist der Wert aller Anlagen des Unternehmens unter den aktuellen Marktbedingungen. Die Anlagen umfassen hierbei alle immaterielle Vermögensgegenstände, Sachanlagen, latentes Steuerguthaben, Kapitalanlagen, Investmentfonds, Beträge aus Rückversicherung, usw.[14] Falls der Marktwert der einzelnen Anlagen nicht nominell vorhanden ist, kann dieser zu einem markt-konsistenten Wert ermittelt werden. Haupteinflussfaktoren auf den Marktwert sind die Änderungen von Zinssätzen, Kreditspread, Aktienkursen, Immobilienwerten.[15]

3.1.2 Marktkonsistent bewerteter Wert der Verpflichtungen

Aufgrund der Tatsache, dass im Allgemeinen kein Marktwert für die Bewertung der Verpflichtungen vorliegt, werden die Verpflichtungen nach dem sogenannten Besten Schätzwert zuzüglich Risikomarge bewertet.[16]

Der Beste Schätzwert der Verpflichtungen (BEL) ist die Differenz zwischen dem erwarteten Barwert aller Ausgaben und dem erwarteten Barwert aller Einnahmen.[17] Die

[13] Vgl. (PwC PricewaterhouseCoopers, 2012), S. 13

[14] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 15 - 17

[15] Quelle: (Klinge, 2013), S. 9

[16] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 21

[17] Quelle: (Klinge, 2013), S. 16a

BEL werden unter einer realistischen Annahme sowie mit risikofreier Diskontierung bewertet. Implizite Garantien und Optionen sowie Einfluss zukünftiger Überschussbeteiligung müssen ebenfalls zur Berechnung der BEL berücksichtigt werden.[18]

Die nichthedgebaren Risiken kann das Versicherungsunternehmen entweder mit zusätzlichen Kapitalen tragen oder auf einen externen Kapitalgeber übertragen. Für die Haltung zusätzlicher Kapitale bzw. für die Übertragung der Risiken muss das Versicherungsunternehmen Kosten an diesen Kapitalgeber zahlen, die sogenannte Risikomarge (RM).[19] Somit werden die BEL um eine RM ergänzt. Risikomarge ist nach dem Kapitalkostenansatz wie folgt zu bestimmen:

$$RM := CoC \cdot \sum_{t \geq 0} \frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \qquad \text{(3-1)}$$ [20]

wobei $CoC(= 6\%)$ der Kapitalkostensatz, $SCR(t)$ die Kapitalanforderung nach t Jahren und r_{t+1} der risikolose Zinssatz zur Laufzeit $t + 1$ Jahre bezeichnen.

3.1.3 Eigenmittel

Aufgrund der Fokussierung von Solvency II auf die Eigenmittel sind diese von besonderer Bedeutung. Gemäß der Solvenzbilanz werden die Eigenmittel berechnet, indem der marktkonsistent bewertete Wert der Verpflichtungen vom Marktwert der Anlagen abgezogen wird.[21] Zur Analyse der Solvabilität eines Versicherungsunternehmens sind die Ermittlungen der Vorhandenen (ASM, Available Solvency Margin) bzw. der Benötigten Eigenmittel (SCR, Solvency Capital Requirement) zu betrachten.[22] Um die Solvency II-Anforderungen zu erfüllen müssen die Vorhandenen Eigenmittel mindestens so groß sein wie die Benötigten. Dies bedeutet, dass die Solvenzquote ASM/SCR größer oder gleich 100% sein muss.[23]

Das SCR berechnet sich in Abhängigkeit der eingegangenen Risiken eines Versicherungsunternehmens. Dabei handelt es sich um einen potentiellen Verlust, der mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit eintritt. Das SCR soll so kalkuliert werden, dass ein Versicherungsunternehmen mit Eigenmitteln in Höhe des SCR fähig ist, mit

---

[18] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 23 - 25

[19] Vgl. (Maurer, 2014), S. 7

[20] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 135

[21] Vgl. (Wüstenrot & Württembergische AG, 2013), S. 5

[22] Vgl. (Pfeifer), S. 2

[23] Vgl. (Pfeifer), S. 2

einer Wahrscheinlichkeit von $99{,}5\%$ in dem kommenden Jahr liquid zu bleiben.[24] D.h. es ist zu erwarten, dass ein Versicherungsunternehmen durchschnittlich einmal alle 200 Jahre insolvent wird. Somit entspricht das SCR dem Value-at-Risk zum Konfidenzniveau von $99{,}5\%$, $VaR_{99{,}5\%}$.[25]

Eine weitere signifikante Berechnungsgröße ist die Mindestkapitalanforderung (MCR, Minimum Capital Requirement), welche niedriger ist als das SCR und nicht unterschritten werden sollte.[26] Das MCR entspricht dem Value-at-Risk zum Konfidenzniveau von 85%, $VaR_{85\%}$.[27] Das SCR sowie das MCR muss jährlich bzw. vierteljährlich berechnet und der Aufsichtsbehörde gemeldet werden. Falls ein Versicherungsunternehmen das SCR bzw. das MCR nicht abdecken kann, muss der Aufsichtsbehörde entsprechenden Sanierungs- oder Entzugsplan vorlegen werden.[28]

3.2 Solvency II-Standardmodell

Nach der Einführung in die Solvency II-Bilanz wird im Folgenden erläutert, wie die einzelnen SCRs berechnet und anschließend zum Gesamt-SCR aggregiert werden. Darüber hinaus sind die zum Solvency II-Standardmodell gehörenden Risiken beschrieben.

3.2.1 Bestimmung des Solvenzkapitals

Um das SCR für ein Einzelrisiko zu berechnen findet entweder ein stressszenarien- oder faktorbasierter Ansatz Anwendung. Beim faktorbasierten Ansatz wird eine Bezugsgröße mit dem entsprechenden Faktor multipliziert. Das Ergebnis entspricht dem Kapitalbedarf für das betrachtete Risiko.[29]

Die für ein Lebensversicherungsunternehmen relevanten Risiken werden hauptsächlich stressszenarienbasiert ermittelt. Beim stressszenarienbasierten Ansatz wird die Auswirkung eines oder mehreren Szenarien auf die Eigenmittel in einer

[24] Vgl. (Weindorfer, 2011), S. 19

[25] Vgl. (Weindorfer, 2011), S. 19

[26] Vgl. (Cech, 2012), S. 7

[27] Vgl. (PwC PricewaterhouseCoopers, 2012), S. 22

[28] Vgl. (Cech, 2012), S. 7

[29] Vgl. (Assekuranz Rating Agentur GmbH)

vereinfachten Marktwertbilanz untersucht.[30] Der Kapitalbedarf zur Deckung des betrachteten Risikos entspricht der Verminderung der Eigenmittel.[31]

Demnach ist das SCR_i als die Reduktion der Eigenmittel (NAV, Net Asset Value) nach dem Stress definiert. Diese Reduktion lässt sich als die Differenz zwischen der Änderung der Anlagen und Änderung der BEL berechnen, die sich aus einem vorgegebenen Stressszenario ergeben. Formal heißt das, dass

$$SCR_i = \Delta NAV = \Delta Anlagen - \Delta BEL \tag{3-2}$$

ist. Zur Verdeutlichung des stressszenarienbasierten Ansatzes dient Abbildung 3-2.

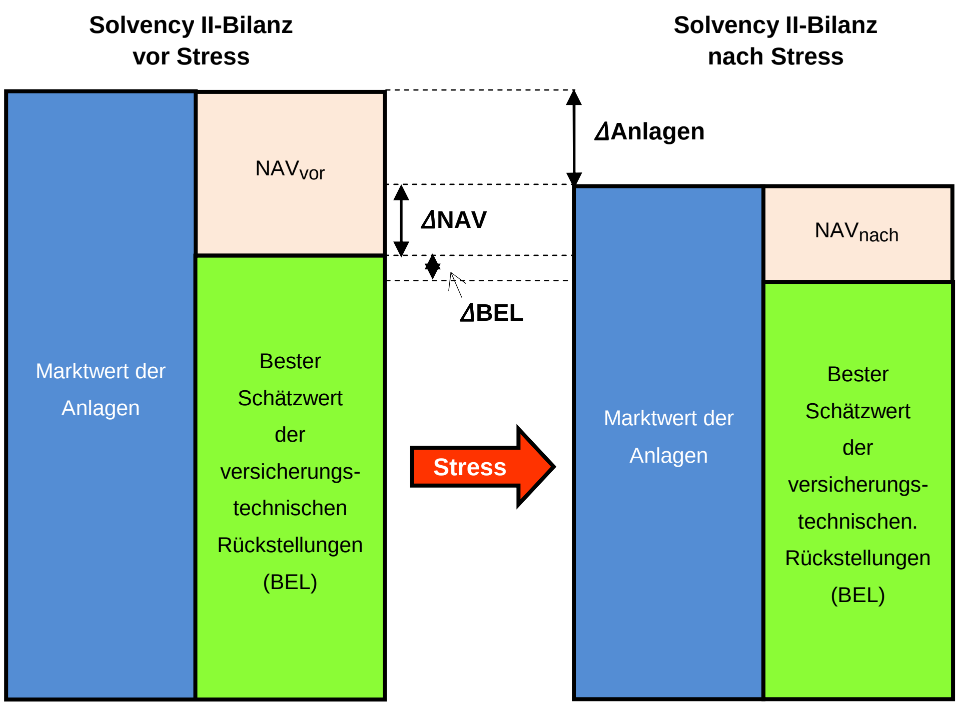

Abbildung 3-2: Veränderung der vereinfachten Marktwertbilanz durch Stressszenario[32]

Die Kapitalanforderungen für einzelne Risiken SCR_i werden über die sogenannte Wurzelformel

$$SCR = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \tag{3-3}$$

unter Berücksichtigung derer Abhängigkeiten $\rho_{i,j}$ auf übergeordneter Ebene zusammengefasst. Mathematische Grundlage der Wurzelformel ist die Bestimmung

---

30 Vgl. (Assekuranz Rating Agentur GmbH)

31 Vgl. (Assekuranz Rating Agentur GmbH)

32 Vgl. (PwC PricewaterhouseCoopers, 2012), S. 24

der Portfoliovarianz.[33] Dabei werden potentielle Diversifikationseffekte berücksichtigt, d.h. das benötigte Gesamtrisikokapital ist geringer als die Summe der einzeln berechneten Risikokapitale.

3.2.2 Berechnung der Gesamtsolvenzkapitalanforderung

Die Berechnung der Gesamtsolvenzkapitalanforderung wird aus der Struktur des Solvency II-Standardmodells abgeleitet, welches in Abbildung 3-3 mit seinen Komponenten dargestellt ist.

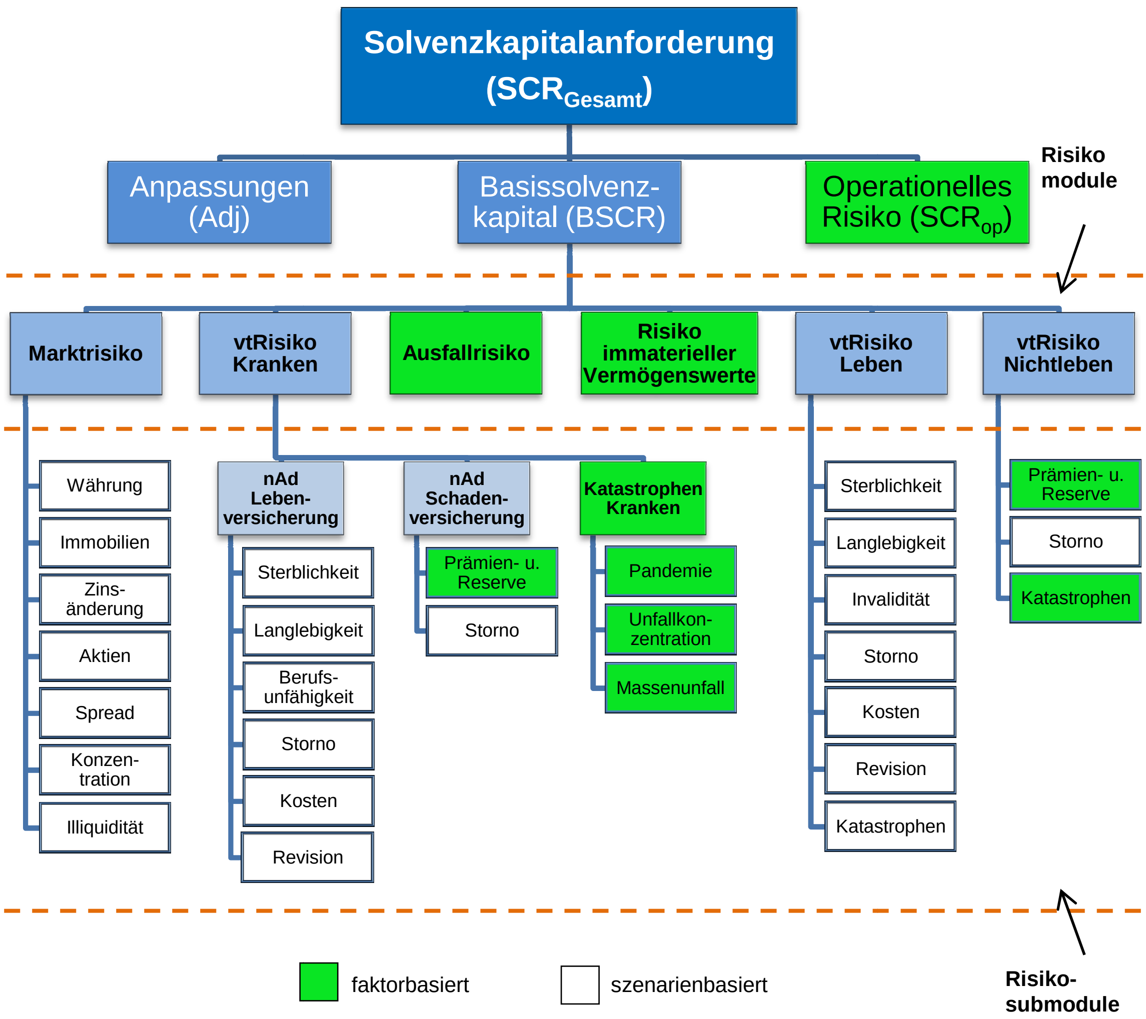

Abbildung 3-3: Struktur Solvency II-Standardmodell[34]

Die Gesamtsolvenzkapitalanforderung ergibt sich demnach aus folgender Formel

$$SCR_{Gesamt} = BSCR + SCR_{Op} + Adj \quad (3\text{-}4)$$

[33] Siehe Anhang A

[34] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 90

wobei $BSCR$ die Basissolvenzkapitalanforderung, SCR_{op} die Kapitalanforderung für das operationale Risiko und Adj die Anpassung für die risikomindernde Wirkung zukünftiger Überschussbeteiligung und latenter Steuern bezeichnen.[35] Die operationalen Risiken beinhalten die Verlustrisiken, welche durch nicht rationale Handlungen von Menschen, fehlerbehaftete interne Prozesse bzw. Systeme sowie externe Ereignisse (bspw. Rechtsrisiken) verursacht werden.[36] Auf die Bestimmung von SCR_{op} und Adj wird aufgrund der besseren Vergleichbarkeit mit dem Schweizer Solvenztest sowie deren untergeordneten Bedeutung nicht weiter eingegangen. Somit entspricht im Folgenden die Basissolvenzkapitalanforderung $BSCR$ der Gesamtsolvenzkapitalanforderung SCR_{Gesamt}.

In Ebene 3 in Abbildung 3-3 ist die $BSCR$ mit seinen sechs Risikomodulen, Marktrisiko, Ausfallrisiko, Kranken-, Leben- und Nichtlebensversicherung und Risiko immaterieller Vermögenswerte, dargestellt. Kranken-, Leben- und Nichtlebensversicherung zählen zu versicherungstechnischen Risiken, welche wiederum in Risikosubmodule gegliedert sind.

Zur Berechnung der $BSCR$ werden zunächst die Teil-SCRs für die Risikosubmodule (SCR_{Zins}, $SCR_{Sterblichkeit}$, usw.) ermittelt und zum jeweiligen SCR einzelner Risikomodule (SCR_{Markt}, SCR_{Leben}, $SCR_{Kranken}$ usw.) mit vorgegebenen Korrelationen aggregiert. Das $SCR_{Ausfall}$ wird in Abhängigkeit von den anderen Risikomodulen bestimmt. Diese fünf SCRs werden mit den in Tabelle 3-1 vorgegebenen Korrelationen zusammengefasst und dann zur $BSCR$ aufsummiert. Die immateriellen Vermögenswerte $SCR_{im.Ver.}$ werden unter Solvency II mit Null angesetzt und entfallen somit für die Berechnung.[37] Im letzten Schritt wird das $BSCR$ mit SCR_{Op} und Adj zur Bestimmung des SCR_{Gesamt} addiert, siehe Formel 3-4.

---

[35] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 53

[36] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 133

[37] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 11

Tabelle 3-1: Korrelationsmatrix BSCR von Solvency II[38]

	Markt-risiko	Ausfall-risiko	vtRisiko Leben	vtRisiko Kranken	vtRisiko Nichtleben
Marktrisiko	100%	25%	25%	25%	25%
Ausfallrisiko	25%	100%	25%	25%	50%
vtRisiko Leben	25%	25%	100%	25%	0%
vtRisiko Kranken	25%	25%	25%	100%	0%
vtRisiko Nichtleben	25%	50%	0%	0%	100%

3.2.3 Solvency II-Risiken

Im Folgenden werden die einzelnen Risikomodule sowie deren Submodule beschrieben und die Berechnung erläutert. Die Nichtlebensversicherungsrisiken entfallen beim Musterunternehmen.

3.2.3.1 Marktrisiko

Das Marktrisiko bezeichnet das Risiko, das sich aus den Schwankungen der Preise auf Finanzmärkten ergibt, welche sich auf die Anlagen und Verpflichtungen auswirken. Die Solvenzkapitalanforderung für Marktrisiko wird aus den in Tabelle 3-2 aufgelisteten Risikosubmodulen mithilfe der in vorgegebenen Korrelationen und der Wurzelformel

$$SCR_{Markt} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \tag{3-5}$$

aggregiert. Dabei sind SCR_i und SCR_j Kapitalbedarf für das jeweilige Risikosubmodul und $\rho_{i,j}$ die Korrelationen zwischen den Modulen.

[38] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 56

Tabelle 3-2: Risikosubmodule des Marktrisikos von Solvency II[39]

Risikosubmodul	Stress	
Zinsänderung	Zins Anstieg	$+100bps$
	Zins Rückgang	$-100bps$
Aktienrisiko	Aktien Rückgang A	-39%
	Aktien Rückgang B	-49%
Immobilienrisiko	Immobilien Rückgang	-25%
Spreadrisiko	von Anlagentyp, Rating und Dauer abhängig	
Konzentrationsrisiko	sofortige Verringerung des Marktwerts der dem Konzentrationsrisiko zugrundeliegenden Vermögenswerte	
Währungsrisiko	Währung Anstieg	$+25\%$
	Währung Rückgang	-25%
Illiquidität	Illiquidität	sofortiger Wegfall der Illiquiditätsprämie

Tabelle 3-3: Korrelationsmatrix der Submodule des Marktrisikos von Solvency II[40]

	Zinsänderung	Aktien	Immobilien	Spread	Konzentration	Währung	Illiquidität
Zinsänderung	100%	50%	50%	50%	0%	25%	0%
Aktien	50%	100%	75%	75%	0%	25%	0%
Immobilien	50%	75%	100%	50%	0%	25%	0%
Spread	50%	75%	50%	100%	0%	25%	0%
Konzentration	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
Währung	25%	25%	25%	25%	0%	100%	0%
Illiquidität	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

3.2.3.2 Ausfallrisiko

Zur Berechnung des benötigten Solvenzkapitals für Ausfallrisiko wird ein faktorbasierter Ansatz angewendet. Dabei werden die Anlagen in Ratingklassen bzgl. der Kreditwürdigkeit des Emittenten eingeteilt. Das benötigte Solvenzkapital wird durch

---

[39] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 58ff

[40] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 58

Multiplikation des Marktwerts der Kapitalanlagen je Ratingklasse mit dem entsprechenden Faktor ermittelt.[41]

3.2.3.3 Versicherungstechnisches Risiko

Ein versicherungstechnisches Risiko wird als die positive Abweichung der tatsächlichen von der modellierten Schadensverteilung beschrieben.[42] D.h. der Gesamtverlust übersteigt die aus den kalkulierten Versicherungsprämien und dem vorhandenen Kapital bestehenden Finanzmitteln. Spezifische versicherungstechnische Risiken eines Lebensversicherungsunternehmens sind das biometrische, das Storno-, das Kosten-, das Revision- und das Katastrophenrisiko, welche in Kapitel 5 zum Vergleich mit den im Schweizer Solvenztest detailliert erläutert werden.

---

[41] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 122ff

[42] Vgl. (Grimmer), S. 6

4 Berechnungsmodell der Kapitalanforderung nach Schweizer Solvenztest

In Unterkapitel 4.1 werden zunächst die wichtigsten Begriffe des Schweizer Solvenztests erläutert, die als Grundlage für die folgenden Ausführungen dienen. Weiterhin werden die Standardmodelle für einzelne Risikomodule und die Extremszenarien dargestellt.

4.1 Risikotragendes Kapital, Market-Value-Margin und Zielkapital

Analog zum Solvency II-Standardmodell basiert das Schweizer Solvenztest-Standardmodell ebenfalls auf einer Marktwertbilanz, die sich aus den marktkonsistent bewerteten Anlagen und Verpflichtungen ergibt. Im Schweizer Solvenztest ist Risiko als die mögliche Änderung der Marktwertbilanz über ein Jahr definiert.[43] Abbildung 4-1 stellt die im Schweizer Solvenztest zugrundliegende Marktwertbilanz und deren wichtigsten Kennzahlen dar.

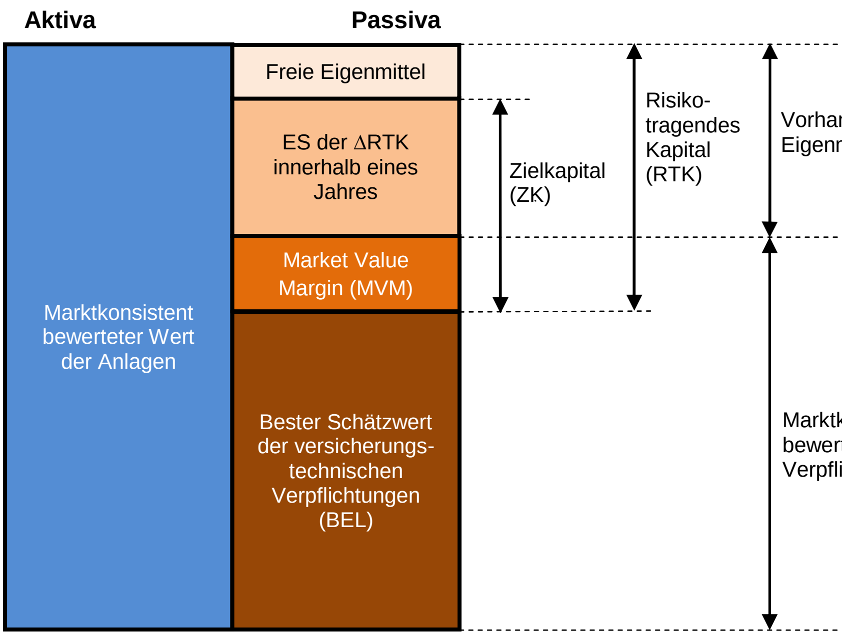

Abbildung 4-1: Schweizer Solvenztest-Marktwertbilanz[44]

[43] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 5

[44] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 16, modifiziert

Die Differenz zwischen dem marktkonsistent bewerteten Wert der Anlagen und dem marktkonsistent bewerteten Wert der Verpflichtungen zuzüglich des Market-Value-Margin (MVM) wird als risikotragendes Kapital (RTK) bezeichnet, das die Fähigkeit eines Versicherungsunternehmens darstellt, seine Risiken zu tragen.[45]

$$\begin{aligned}\text{RTK} &= \text{marktkonsistente Anlagen} - \text{marktkonsistente Verpflichtungen} + \text{MVM}\\ &= \text{marktkonsistente Anlagen - BEL}\end{aligned}$$

Die Market-Value-Margin sind die Kapitalkosten für den Barwert des zukünftig zu stellenden Risikokapitals der Abwicklung bzw. für das Übertragen des Abwicklungsrisikos.[46] D.h. die BEL können auf einen Risikokapitalgeber zum Preis $MVM(t_1)$ übertragen werden. $MVM(t_1)$ kann als der Zeitwert der Verpflichtungen interpretiert werden. Die MVM wird mit einem Spread von 6% über dem risikofreien Zinssatz berechnet.

$$\frac{MVM}{1+r_1^{(0)}} := i_{spread}\left(\frac{K_{t_1}}{\left(1+r_1^{(0)}\right)} + \frac{K_{t_1+1Jahr}}{\left(1+r_2^{(0)}\right)^2} + \frac{K_{t_1+2Jahre}}{\left(1+r_3^{(0)}\right)^3} + \cdots\right) \qquad (4\text{-}1)^{47}$$

wobei $r_i^{(0)}$ den risikofreien Zinssatz, $K_t\ (t = t_0 + 1Jahr,\ t_0 + 2Jahre, \dots)$ die einzelnen zukünftigen Einjahresrisiken beschreiben.

Während das heutige RTK bekannt ist, ist das zukünftige RTK eine Zufallsvariable, deren Ausprägung durch die Pfeile in Abbildung 4-2 angedeutet ist.

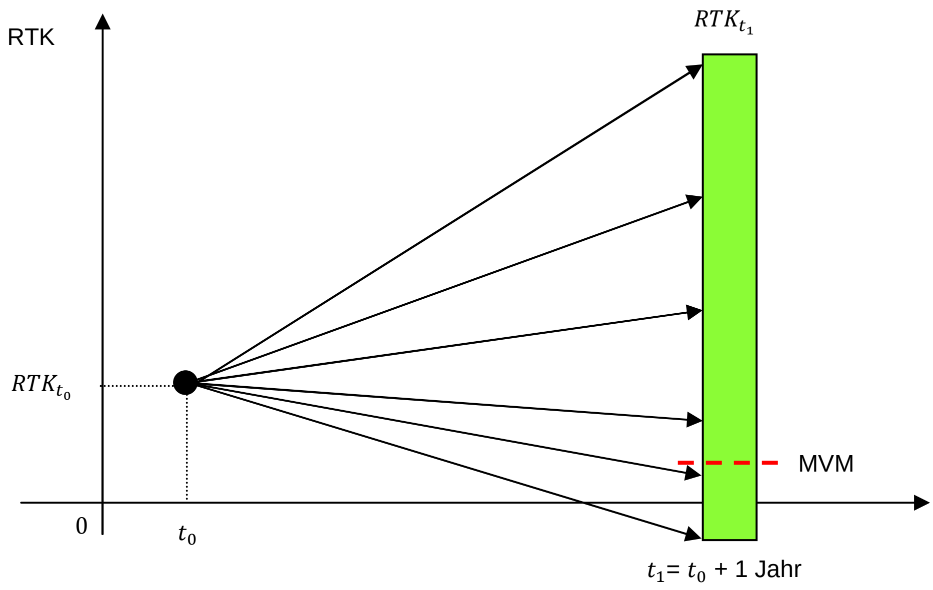

Abbildung 4-2: Risikotragendes Kapital zu t_0 und t_1[48]

---

[45] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 3

[46] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 12

[47] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 94

Ist das RTK am Ende des Jahres, RTK_{t_1}, kleiner als 0, dann ist der marktkonsistent bewertete Wert der Anlagen kleiner als die BEL. Somit ist der Erwartungswert der Verpflichtungen nicht durch die Anlagen abgedeckt und damit ist das Unternehmen insolvent.[49]

Ist das RTK am Ende des Jahres, RTK_{t_1} größer als 0 und zugleich kleiner als die MVM, kann der Versicherer seine Verpflichtungen gegenüber den Versicherten mit großer Wahrscheinlichkeit weder selber erfüllen noch das Kapitalkosten zur Übertragung des Abwicklungsrisikos auf einen externen Risikokapitalgeber leisten.[50] Somit ist die MVM der Mindestbetrag zum Schutz der Versicherten gegen die Insolvenz des Versicherers.

Damit das RTK am Ende des Jahres, RTK_{t_1}, ausreicht, um die MVM zu finanzieren, muss das RTK zum heutigen Zeitpunkt, RTK_{t_0}, größer oder gleich der Höhe der eingegangenen Risiken sein, die mit dem Zielkapital gemessen wird, d.h. $RTK(t_0) \geq ZK$.[51]

Formal bedeutet das

$$MVM(t_1) \quad \leq RTK(t_1).$$

Mit $r_1^{(0)}$ als dem heutigen einjährigen risikofreien Zinssatz folgt

$$\begin{aligned}
& \frac{MVM(t_1)}{1+r_1^{(0)}} && \leq \frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{MVM(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0) && \leq \frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0) \\
\Leftrightarrow \quad & RTK(t_0) && \geq -\left(\frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0)\right) + \frac{MVM(t_1)}{1+r_1^{(0)}}
\end{aligned}$$

Aufgrund dessen, dass der Expected-Shortfall ein kohärentes Risikomaß ist, folgt:

$$\begin{aligned}
\Leftrightarrow \quad & ES_\alpha\big(RTK(t_0)\big) && \geq -ES_\alpha\left(\frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0)\right) + ES_\alpha\left(\frac{MVM(t_1)}{1+r_1^{(0)}}\right) \\
\Leftrightarrow \quad & RTK(t_0) && \geq -ES_\alpha\left(\frac{RTK(t_1)}{1+r_1^{(0)}} - RTK(t_0)\right) + \frac{MVM(t_1)}{1+r_1^{(0)}}
\end{aligned}$$

[48] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 7

[49] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 8

[50] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 8

[51] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 11

Somit wird das Zielkapital als der kleinste mögliche Kapitalwert definiert, welcher obige Bedingung erfüllt. Demnach ergibt sich das Zielkapital

$$ZK \quad = -ES_\alpha\left(\frac{RTK(t_1)}{1+\ r_1^{(0)}} - RTK(t_0)\right) + \frac{MVM(t_1)}{1+\ r_1^{(0)}} \qquad \text{(4-2)}^{52}$$

im Schweizer Solvenztest als Summe des Expected-Shortfall der Änderung des RTK innerhalb eines Jahres zum Sicherheitsniveau von $\alpha = 99\%$ und dem diskontierten Market-Value-Margin MVM.

4.2 Schweizer Solvenztest-Standardmodell

Der Schweizer Solvenztest beinhaltet Standardmodelle für Markt-, Kredit- und Versicherungsrisiken. Die Versicherungsrisiken gliedern sich wiederum produkt- bzw. unternehmensspezifisch in Risiken von Lebens-, Kranken- und Nichtlebens-versicherungen. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Risiken für Kranken- und Nicht-lebensversicherer nicht weiter betrachtet. Die für Lebensversicherer relevanten Krankenrisiken sind im Lebensversicherungsmodell des Schweizer Solvenztest enthalten.

Das Gesamtzielkapital unter Schweizer Solvenztest wird als Summe der MVM, des Kapitalbedarfs für Kreditrisiken und des aggregierten Kapitalbedarfs für Versicherungs- sowie Marktrisiken zuzüglich Extremszenarien berechnet. Formal heißt es

$$ZK = ZK_{VT,\ Markt,\ Extremszenario} + ZK_{Kredit} + MVM \qquad \text{(4-3)}^{53}$$

Abbildung 4-3 stellt die relevanten Bestandteile zur Berechnung des Gesamt-zielkapitals dar, die im Folgenden erläutert werden. In die MVM wurde bereits in Abschnitt 4.1 eingegangen.

[52] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 11

[53] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 23

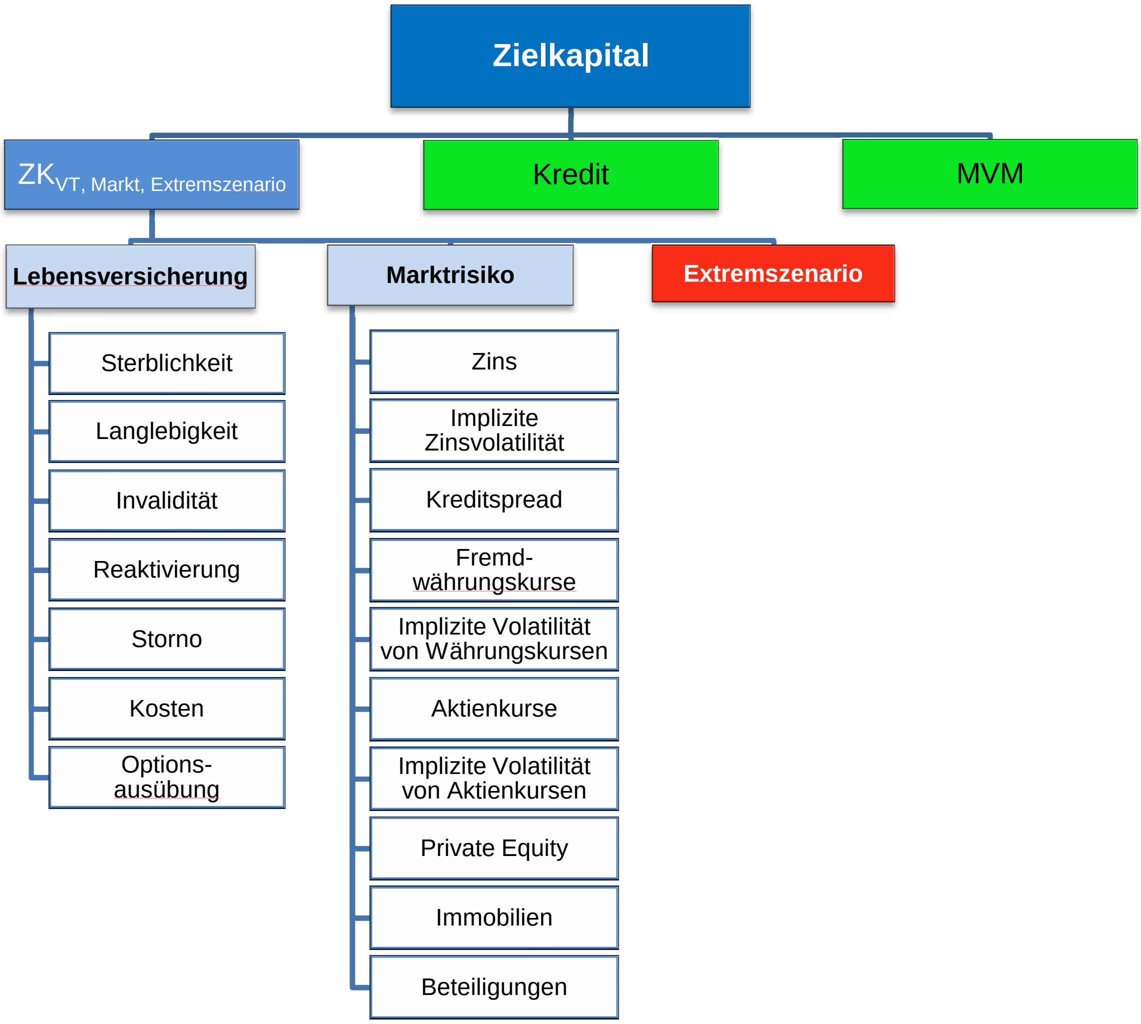

Abbildung 4-3: Struktur Schweizer Solvenztest-Zielkapital[54]

4.2.1 Marktrisikomodell

Zum Marktrisiko gehören wie in Abschnitt 3.2.3.1 beschrieben alle Risiken, die durch Änderungen der Marktrisikofaktoren (Zinsen, Aktienkurse, Währungskurse und Immobilienpreise) entstehen.[55] Diese Änderungen wirken sich ebenfalls auf die Marktwertbilanz aus, was wiederum zu einer Änderung des RTK führt. Zur Vereinfachung wird unterstellt, dass die Änderung des RTK in einem linearen Zusammenhang mit den Änderungen der Marktrisikofaktoren steht, siehe Abbildung 4-4.

[54] Vgl. (Kinrade, 2013), S. 17

[55] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 19

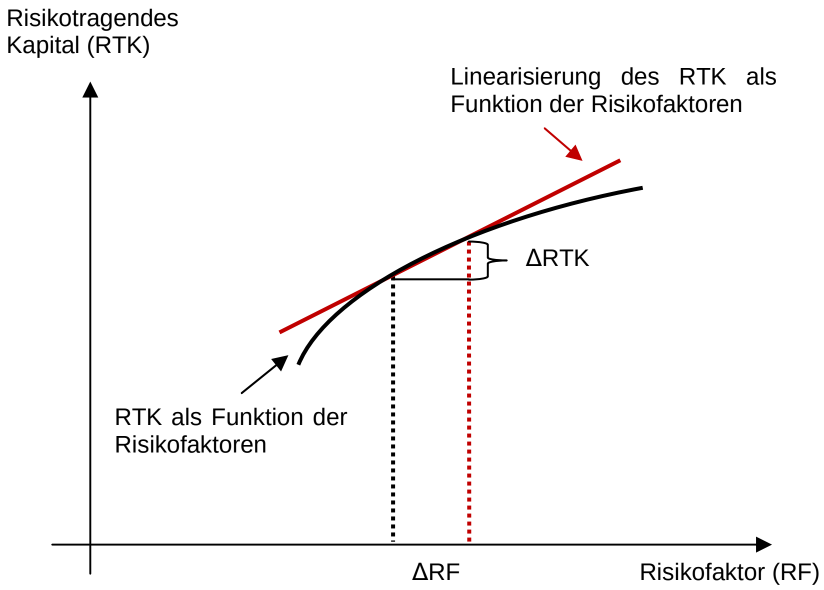

Abbildung 4-4: Linearisierung der Veränderung des risikotragenden Kapitals[56]

Die Sensitivitäten

$$s_{\mathrm{RF}_i} := \frac{\Delta \mathrm{RTK}_{\mathrm{RF}_i}}{\Delta r_{\mathrm{RF}_i}} \qquad (4\text{-}4)$$

des RTK hinsichtlich der Marktrisikofaktoren werden aus deren partiellen Ableitungen ermittelt.[57] Dabei bezeichnen RF_i den Risikofaktor $i\ (i = 1, 2, \dots, n)$, $\Delta\mathrm{RTK}_{\mathrm{RF}_i}$ die Änderung des RTK aufgrund des Risikofaktors i, Δr_{RF_i} die Änderung des Risikofaktor i und s_{RF_i} die Sensitivität des RTK gegenüber Risikofaktor i.

Im Standardmodell wird angenommen, dass die Änderungen der Marktrisikofaktoren gemeinsam normalverteilt mit dem Erwartungswert 0 sind.[58] Dieses Modell basiert auf dem Varianz-Kovarianz-Ansatz. Die gegenseitigen Abhängigkeiten zwischen den Marktrisikofaktoren sind durch die Kovarianzmatrix vorgegeben. Die Varianz des RTK lässt sich aus den Sensitivitäten und der Kovarianzmatrix der Änderungen der Marktrisikofaktoren berechnen.[59]

---

[56] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 20

[57] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 23

[58] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 20

[59] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 23

$$var_{\mathrm{RTK}} = (s_1\sigma_1 \dots s_n\sigma_{\mathrm{n}}) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \dots & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 1 & \rho_{(n-1),n} \\ 1 & \dots & \dots & \rho_{n,(n-1)} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1\sigma_1 \\ s_2\sigma_2 \\ \vdots \\ s_{n-1}\sigma_{n-1} \\ s_n\sigma_{\mathrm{n}} \end{pmatrix}$$

Dabei bezeichnet σ_i die Volatilität des Marktrisikofaktors i, $\rho_{i,j}$ der Korrelationskoeffizient zwischen den Marktrisikofaktoren i und j und s_i die Sensitivität gegenüber dem Marktrisikofaktor i.

Im Schweizer Solvenztest-Standardmodell für die Marktrisiken sind einige Risiken wie bspw. Liquiditäts- und Konzentrationsrisiken, im Gegensatz zu Solvency II, nicht berücksichtigt. Weiterhin müssen angesichts der Nichtbetrachtung der Nichtlinearität die relevanten nichtlinearen Effekte zusätzlich modelliert werden.[60]

4.2.2 Kreditrisikomodell

Ein Kreditrisiko bezeichnet ein Risiko, das vom Ausfall oder der Änderung der Bonität der Gegenparteien herrührt.[61] Beim Schweizer Solvenztest wird der Basell III-Standardansatz als Modell für Kreditrisiken benutzt. Vorteilhaft dabei ist, dass die Kreditrisikoarbitrage zwischen dem Versicherungs- und Bankensektor eingeschränkt werden.[62] Alle Forderungen werden gewichtet, indem externe Ratings mit dem Risikogewicht multipliziert werden. Das Risikogewicht ist vom Gegenparteityp bzw. dessen Rating abhängig. Das Produkt aus dem Netto-Exposure und Risikogewicht ergibt das risikogewichtete Aktivum. Im Rahmen von Basel III ist die Risikoaggregation additiv. Dies bedeutet, dass die Summe der risikogewichteten Aktiva gleich der Summe einzelnen risikogewichteten Aktiva ist.[63] Die Eigenmittelanforderungen unter Schweizer Solvenztest für Kreditrisiken werden nun mit 8% der Summe der gewichteten Risikoaktiva berechnet.[64]

[60] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 21
[61] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 6
[62] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 26
[63] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 25
[64] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 25

4.2.3 Lebensversicherungsmodell

Das Standardmodell für Lebensversicherungsrisiken wird in Kapitel 5 zum Vergleich mit dem vom Solvency II dargestellt.

4.2.4 Extremszenarien

Im Schweizer Solvenztest werden neben den Standardrisiken zusätzlich Extremszenarien analysiert. Diese bilden selten eintretende Ereignisse, welche nicht im Standardmodell berücksichtigt werden, ab.[65] Die Extremszenarien lassen sich in quantitative und qualitative Extremszenarien unterteilen. Qualitative Extremszenarien werden nur ausgewertet, während quantitative Extremszenarien in die Kalkulation des Zielkapitals einfließen.[66] Es muss berücksichtigt werden, dass nur solche Extremszenarien in die Aggregation einbezogen werden dürfen, deren Risiken nicht im verteilungsbasierten Modell abgebildet sind.[67]

Extremszenarien umfassen Naturkatastrophen, finanzmarktspezifische Extremszenarien, Ausfall des Rückversicherers, einen Anstieg der Invaliditätsrate, steigende Langlebigkeit, usw.[68] Die Eintrittswahrscheinlichkeit und die Auswirkungen der Extremszenarien auf die Solvenz des Versicherungsunternehmens werden für jedes Extremszenario analysiert. Zusätzlich zu den von der Aufsichtsbehörde definierten Extremszenarien muss jedes Versicherungsunternehmen eigene relevante Extremszenarien berücksichtigen.

Im Folgenden ist eine Methode zur Aggregation des verteilungsbasierten Modells und der Extremszenarien beschrieben. Es wird davon ausgegangen, dass höchstens ein Extremszenario pro Jahr eintreten kann und dieses auch höchstens einmal pro Jahr eintritt.[69]

Mit S_k wird hier das eintretende Extremszenario Nr. k $(1 \leq k \leq m)$ mit Eintrittswahrscheinlichkeit $p_k := P(S_k)$ bezeichnet. Ein Jahr ist als Normaljahr definiert, wenn in diesem Jahr kein Extremszenario eintritt. Die Wahrscheinlichkeit p_0 dafür ist

$$p_0 := P(S_0) = 1 - (p_1 + p_2 + \cdots + p_m),$$

[65] Vgl. (Eling, 2007), S. 7

[66] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2004), S. 27

[67] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .78

[68] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .79

[69] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .89

wobei $(p_1 + p_2 + \cdots + p_m)$ die Wahrscheinlichkeit darstellt, dass ein beliebiges der m unabhängigen Extremszenarien eintritt.[70]

Die Auswirkung c_j eines Extremszenario S_j auf das RTK wird als der Erwartungswert der Änderung des RTK innerhalb des Jahres, in welchem das Extremszenario S_j eintritt, definiert. Formal bedeutet das

$$c_j := \mathrm{E}[RTK_{31.12}(\text{Extremszenario tritt ein.}) - RTK_{1.1}(\text{Extremszenario tritt nicht ein})],$$

wobei $RTK_{1.1}$ das risikotragende Kapital am Anfang des Jahres und $RTK_{31.12}$ das risikotragende Kapital am Ende des Jahres bezeichnen. Weil das RTK in der Regel von den Szenarien verringert wird, nimmt die Auswirkung c_j einen negativen Wert an.[71] c_j muss für jedes Szenario abgeschätzt werden.

Die Verteilungsfunktion der Änderung des RTK in einem Normaljahr sei durch

$$F_0(x) := P\left(\frac{RTK_{31.12.}}{1+r_1^{(0)}} - RTK_{1.1.} \leq x | S_0\right) \text{ gegeben.}$$

Es wird angenommen, dass die Verteilungsfunktion unter dem Extremszenario S_j wie folgt definiert ist: [72]

$$F_j(x) := P\left(\frac{RTK_{31.12.}}{1+r_1^{(0)}} - RTK_{1.1.} \leq x | S_j\right) = F_0(x - c_j) \text{ mit } (j = 1, \ldots, m)$$

Demnach verringert sich das RTK, wenn ein Extremszenario eintritt. Somit steigt die Wahrscheinlichkeit, dass die Änderung des RTK kleiner gleich x ist. Weiterhin sind die möglichen Änderungen des RTK beim Eintreten eines Extremszenarios um den Schadensaufwand des Extremszenarios kleiner als die Änderungen des RTK im Normaljahr. Zur Veranschaulichung dient das folgende Beispiel.

$$\text{Im Normaljahr:} \quad \left.\begin{array}{l} RTK_{1.1.} = 10\ Mio.\ € \\ RTK_{31.12.} = 8\ Mio.\ € \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\mathrm{RTK} = -2\ Mio.\ €$$

Tritt ein Extremszenario mit einem Schadensaufwand von $3\ Mio.$ € ein, dann ist $RTK_{31.12.} = 5\ Mio.$ € und somit $\Delta\mathrm{RTK} = -5\ Mio.$ €.

Jedoch gilt diese Verschiebung nicht immer, da das Extremszenario zur Verformung der Verteilungsfunktion führen könnte.[73] Aufgrund der Vereinfachung ist die Verteilung der Änderung des RTK im Falle des Eintretens des Extremszenarios S_j durch die um

[70] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .89

[71] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .89

[72] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .89

[73] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .90

den Wert c_j verschobene Verteilung der Änderung des RTK ohne Extremszenario gegeben.

Die Extremszenarien und das Normaljahr werden durch die Ermittlung der Gesamtverteilungsfunktion der Änderung des RTK aus den Verteilungsfunktionen der Extremszenarien und des Normaljahres aggregiert.[74] Mit anderen Worten ist diese Gesamtverteilung die Verteilung der Summe aus stetigen Zufallsvariablen aus dem verteilungsbasierten Modell und den dazu unabhängigen diskreten Zufallsvariablen aus den Extremszenarien. Laut dem Excel-Sheet „SST_scenario_aggregation_2013"[75] haben die Extremszenarien einen Wahrscheinlichkeitsanteil von 8%.

[74] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S .90

[75] Quelle: http://www.finma.ch/d/beaufsichtigte/versicherungen/schweizer-solvenztest/Seiten/-default.aspx

5 Versicherungstechnische Risiken

In diesem Kapitel werden die unter Solvency II und Schweizer Solvenztest verwendeten Modelle zur Berechnung der Kapitalanforderung für versicherungstechnische Risiken miteinander verglichen. Außerdem werden die Auswirkungen beider Modelle auf das prognostizierte Risikokapital untersucht.

Das Bezugsobjekt der quantitativen Gegenüberstellung beider Modelle ist die Solvenzkapitalanforderung für Einzelrisiken mit oder ohne Anwendung der adversen Berechnungsmethode. Bei der adversen Methode werden nur negative Einflüsse im Sinne einzelner Verträge auf die BEL betrachtet. Demnach werden ausschließlich Verträge bzw. Vertragsgruppen berücksichtigt, die zur Erhöhung der BEL führen.[76] Gemäß der Solvency II-Standardformel wird die adverse Methode bei allen Stressszenarien, außer dem Massenstorno, angewendet. In dem von der Finanzmarktaufsicht der Schweiz (FINMA) erfassten technischen Dokument zum Schweizer Solvenztest findet die adverse Methode keine Erwähnung. Dies wird so interpretiert, dass bei der Anwendung des Schweizer Solvenztests auch positive Einflüsse im Sinne einzelner Verträge berücksichtigt werden. (Siehe „SST: Excel-Template 2008“) [77]

Im Rahmen dieser Arbeit werden die Ergebnisse der Projektionen der Zahlungsströme aus dem aktuellen Versicherungsbestand des Musterlebensversicherungsunternehmens verwendet. Zukünftiges Neugeschäft und optionale Vertragsänderungen wie bspw. zukünftige Beitragserhöhung werden hierbei nicht berücksichtigt. Die einzige Ausnahme bildet das Stressszenario der dynamischen Beitragserhöhung, da diese explizit vorgesehen ist.

Weiterhin wird der Kapitalbedarf unter Anwendung des Schweizer Solvenztests zum Vergleich nur für das Parameterrisiko kalkuliert, da es unter Solvency II keine Unterscheidung zwischen Parameter- und Zufallsrisiko gibt. Dies ist aufgrund der Vernachlässigbarkeit des Zufallsrisikos bei einer großen Anzahl von Verträgen zulässig.

In den Unterkapiteln 5.1 – 5.3 werden die verschiedenen Vergleichskriterien (Risikofaktor, Berechnungsmethode, Stress und Risikotreiber) erläutert, wobei die Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten beider Berechnungsmodelle herausgearbeitet werden. Abschließend werden unter 5.4 die Ergebnisse des Vergleichs dargelegt.

---

[76] Quelle (GDV und PDK, 2012), S. 80

[77] Quelle: http://www.finma.ch/archiv/bpv/d/themen/00506/01350/index.html?lang=de

5.1 Risikofaktoren

Sowohl in der Solvency II- als auch Schweizer Solvenztest-Standardformel werden die Kapitalanforderungen für Lebensversicherungen zunächst für die einzelnen Risikofaktoren berechnet. In beiden Methoden sind diese Risikofaktoren ähnlich. Im Detail gibt es jedoch Unterschiede, welche in Tabelle 5-1 dargestellt sind.

Tabelle 5-1: Vergleich Risikofaktoren von Solvency II und Schweizer Solvenztest[78]

Risikofaktor	Solvency II	Schweizer Solvenztest
Sterblichkeit	Ja	Ja
Langlebigkeit	Ja	Ja
Reaktivierungsrate	Teil von Morbidität	Ja
Invaliditätsrate	Teil von Morbidität	Ja
Storno	mit Massenstorno	Massenstorno als Extremszenario
Kosten	mit Inflation	Ja
Option	innerhalb Storno	Ja
Revision	Ja	Nein
Katastrophen	Ja	Als Extremszenario

Im Folgenden werden die einzelnen Risiken sowie deren Unterschiede bei dem jeweiligen Modell erklärt.

5.1.1 Biometrische Risiken

Unter einem biometrischen Risiko versteht man ein Risiko, das im unmittelbaren Zusammenhang mit dem Leben des Versicherten steht. Hierzu zählen das Sterblichkeits-, das Langlebigkeits- sowie das Morbiditätsrisiko.

Das Sterblichkeitsrisiko ist das Risiko, dass sich die BEL aufgrund einer Erhöhung der Sterblichkeit ändert.[79] Hingegen stellt das Langlebigkeitsrisiko das Risiko dar, dass die Änderung der BEL von einer Verlängerung der Lebenserwartung herrührt.[80] Das Morbiditätsrisiko ist das Risiko, dass die Änderung der BEL durch die Erhöhung der Invaliditätsraten oder durch das Sinken der Reaktivierungsraten zustande kommt.[81] In

[78] Vgl. (Kinrade, 2013) , S. 21, modifiziert

[79] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 80

[80] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 81

[81] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 81

der Schweizer Solvenztest-Standardformel werden Invaliditäts- und Reaktivierungsraten als einzelne Risiken berücksichtigt, während sie in der Solvency II-Standardformel in einem Stressszenario zusammengefasst werden.

5.1.2 Stornorisiko

Unter dem Begriff Stornorisiko sind die Risiken zusammengefasst, bei denen sich die Veränderung der Stornoraten auf die BEL auswirkt.[82] In der Solvency II-Standardformel (vgl. QIS6) ist unter dem Punkt Leben-Stornorisiko nur das der folgenden drei Szenarien maßgebend, das zur größten Kapitalanforderung führt: [83]

- Dauerhafte Erhöhung der Unterbrechungsraten um 50%
- Dauerhafte Reduzierung der Unterbrechungsraten um 50%
- Sofortiger Rückgang um 40% der Vertragsanzahl

Das Risiko der Optionsausübungsraten ist bei Solvency II in den Risiken der Unterbrechungsraten enthalten. Im Schweizer Solvenztest hingegen wird das Massenstorno nicht als ein Risikofaktor sondern als ein Extremszenario betrachtet und die Ausübung der Optionen als eigenständiger Risikofaktor berücksichtigt.

5.1.3 Optionsausübung

Die Risiken der Ausübung von Optionen können Kapitalabfindung, Beitragsfreistellung und dynamische Beitragserhöhung sein.

Die Option der Kapitalabfindung besteht darin, dass der Versicherungsnehmer vor Erreichen des Rentenbeginns wählen kann, ob er eine lebenslange Rente oder einmalige Kapitalauszahlung in Anspruch nimmt. Personen mit hoher Lebenserwartung haben in der Regel mehr Vorteile von der Rente als der Kapitalabfindung und umgekehrt.

Beitragsfreistellung ist das Aussetzen der Beitragszahlung bis zum Vertragsende, ohne den Vertrag aufzulösen. Die Ausübung der Option der Beitragsfreistellung ermöglicht dem Versicherungsnehmer die Beitragszahlung einzustellen.[84] In der Regel kann diese Option ausgeübt werden, nachdem die Versicherung einen bestimmten Mindest-

[82] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 84

[83] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 85

[84] Vgl. (cash.life AG)

Rückkaufwert erreicht hat. Die Versicherung läuft mit der verminderten Leistung weiter.[85]

Die Option der dynamischen Beitragserhöhung gibt dem Versicherungsnehmer das Recht zu wählen, ob bspw. der zukünftige Beitrag um $x\%$ steigt oder unverändert bleibt. Aus der Erhöhung des Beitrages ergibt sich eine Verbesserung der Leistung für den Versicherungsnehmer. Lehnt der Versicherungsnehmer die Beitragserhöhung ab, hat das Versicherungsunternehmen meist davon einen Nachteil, weil die Beitragserhöhung meist zur Reduzierung des Besten Schätzwerts der versicherungstechnischen Rückstellungen führt.

5.1.4 Kostenrisiko

Das Kostenrisiko ist das Risiko, das aufgrund des dauerhaften Anstiegs der Kosten zur Änderung der BEL führt. Unter Solvency II wird im gleichen Stressszenario zusätzlich eine Erhöhung der Inflationsrate um 1%-Punkt berücksichtigt.[86]

5.1.5 Revisionsrisiko

In der Solvency II-Standardformel ist Revisionsrisiko ein Risiko, welches aufgrund des dauerhaften Anstiegs der Rentenleistungen um 3% zur Erhöhung der BEL führt.[87] Dieses Risiko ist für den Schweizer Solvenztest nicht definiert.

5.1.6 Katastrophenrisiko

Das Katastrophenrisiko bezieht sich bei Solvency II auf das Risiko extremer Schwankungen von der Sterblichkeit oder Invalidität der Versicherten.[88] Der Schweizer Solvenztest berücksichtigt die Katastrophen nicht als einen Risikofaktor, sondern als ein Extremszenario, welches bereits in Abschnitt 4.2.4 erläutert wurde.

5.2 Kapitalberechnungsmethode

Im folgenden Abschnitt werden die Solvency II- und Schweizer Solvenztest-Standardmodelle zur Kalkulation der Solvenzkapitalanforderungen für Lebensversicherung dargestellt und erläutert.

---

[85] Vgl. (cash.life AG)

[86] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 83

[87] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 83

[88] Vgl. (Ehrlich, 2012), S. 7

5.2.1 Solvency II

Zur Bestimmung der Kapitalanforderung für versicherungstechnische Risiken wird in Solvency II ein stressszenarienbasierter Ansatz verwendet, dessen Ausgangspunkt die Marktwertbilanz ist, siehe Abschnitt 3.2.1.[89] In der Solvency II-Standardformel unterteilen sich die versicherungstechnischen Risiken in die in Abbildung 5-1 dargestellten Risikomodule.

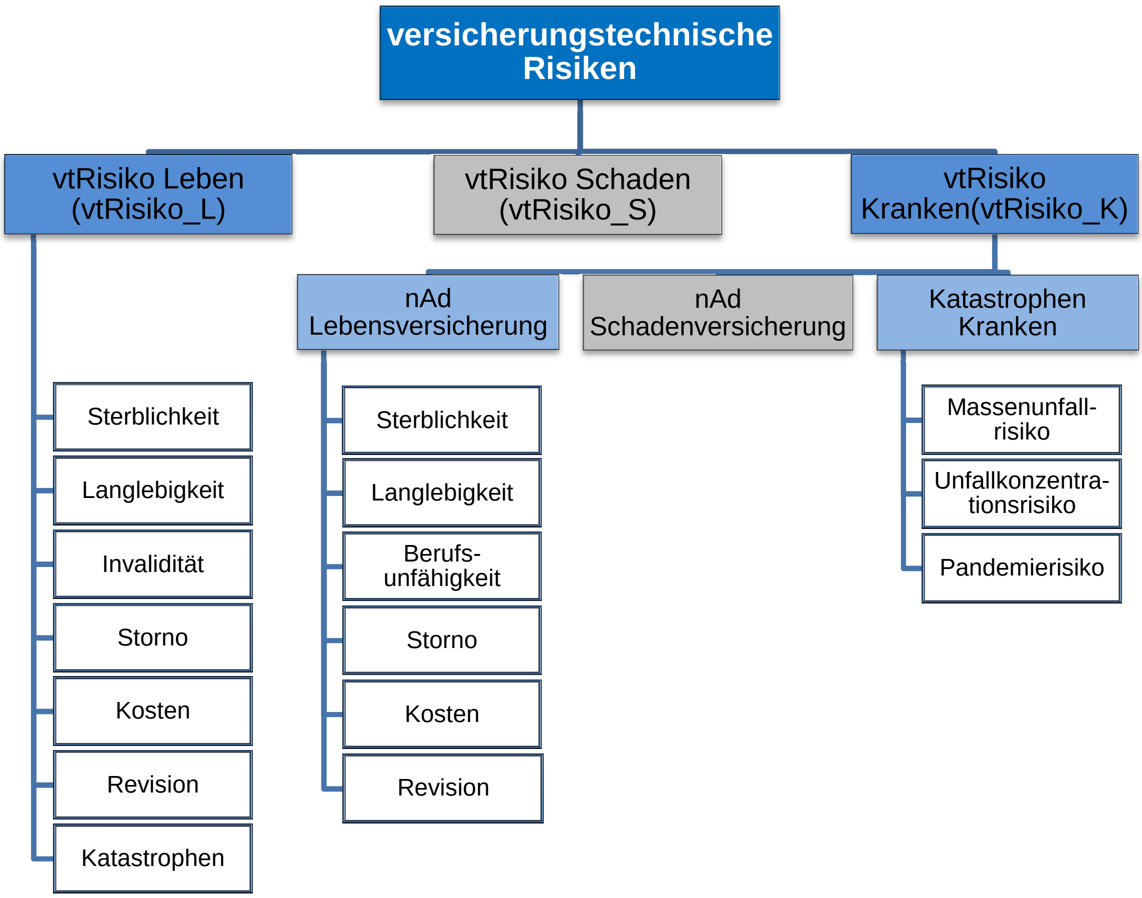

Abbildung 5-1: Risikomodule der versicherungstechnischen Risiken von Solvency II

Im Musterlebensversicherungsunternehmen sind das versicherungstechnische Risiko Schaden (vtRisiko_S) und das versicherungstechnische Risiko Kranken (vtRisiko_K) nach Art der Schadenversicherung von vernachlässigbarer Bedeutung. Weiterhin stimmen die Komponenten des vtRisiko_K mit den Komponenten des versicherungs-technischen Risikos Leben (vtRisiko_L) mit Ausnahme des Katastrophenrisikos überein. Unter dem Stress Katastrophen beim vtRisiko_L ist ein sofortiger Anstieg der

[89] Vgl. (Kinrade, 2013) , S. 21

Sterblichkeitsraten der nächsten 12 Monate um 0,15% –Punkte zu verstehen, welcher die BEL erhört.[90]

Im ersten Schritt zur Berechnung der Kapitalanforderung für versicherungstechnische Risiken wird der Kapitalbedarf aus dem Stress Katastrophen beim vtRisiko_K nach Formel 5-1 ermittelt.[91]

$$SCR_{Kata\_Kranken} = \sqrt{SCR_{pan.}^2 + SCR_{mass.}^2 + SCR_{unfall.}^2} \qquad (5\text{-}1)$$

Anschließend wird die Kapitalanforderung für das vtRisiko_K mittels der Korrelationsmatrix in Tabelle 5-2 aggregiert.

Tabelle 5-2: Korrelationsmatrix von versicherungstechnischem Risiko Kranken[92]

	nAd Lebensversicherung	**Katastrophen**
nAd Lebensversicherung	100%	25%
Katastrophen	25%	100%

Im folgenden Schritt werden die Kapitalbedürfnisse für die Einzelrisiken bei vtRisiko_L und vtRisiko_K getrennt bestimmt. Abschließend werden diese mithilfe der Matrix in Tabelle 5-3 zur Kapitalanforderung für vtRisiko_L und vtRisiko_K zusammengefasst.

[90] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 87

[91] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 114

[92] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 107, modifiziert

Tabelle 5-3: Korrelationsmatrix gemäß Solvency II[93]

	Sterblichkeit	Langlebigkeit	Invalidität	Storno	Kosten	Revision	Katastrophen
Sterblichkeit	100%	-25%	25%	0%	25%	0%	25%
Langlebigkeit	-25%	100%	0%	25%	25%	25%	0%
Invalidität	25%	0%	100%	0%	50%	0%	25%
Storno	0%	25%	0%	100%	50%	0%	25%
Kosten	25%	25%	50%	50%	100%	50%	25%
Revision	0%	25%	0%	0%	50%	100%	0%
Katastrophen	25%	0%	25%	25%	25%	0%	100%

Mithilfe der gegenseitigen Korrelation von 25 % werden im letzten Schritt die Kapitalanforderungen für vtRisiko_L und vtRisiko_K zur Gesamtkapitalanforderung für versicherungstechnische Risiken aggregiert.

Der berechnete Kapitalbedarf für einzelne Risikofaktoren sowie der Gesamtkapitalbedarf für das Musterunternehmen sind in Tabelle 5-4 dargestellt.

[93] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 79

Tabelle 5-4: Versicherungstechnisches Risiko Leben und Kranken (in Mio. €)

Risikofaktor	vtRisiko_L	vtRisiko_K
Kosten	20,95	6,24
Sterblichkeit	1,01	0,00
Sterblichkeit Katastrophe	4,89	0,00
Langlebigkeit	3,99	1,33
Storno Anstieg	0,88	0,42
Storno Rückgang	59,91	0,04
Morbidität	0,00	16,50
Pandemie	0,00	0,02
Massenunfall	0,00	0,25
Unfallkonzentration	0,00	0,03
Massenstorno	187,32	7,82
Undiversifiziertes Risikokapital	218,16	23,38
Diversifiziertes Risikokapital	201,07	23,19
Diversifikationseffekt auf Ebene des Risikofaktors	7,83%	0,81%
Undiversifiziertes Risikokapital für vt_Risiken	224,26	
Diversifiziertes Risikokapital für vt_Risiken	208,08	
Diversifikationseffekt auf Ebene des Produktes	7,21%	

Aus der obigen Tabelle geht deutlich hervor, dass gemäß der Solvency II-Standardformel ein Diversifikationseffekt nicht nur auf der Ebene der Risikofaktoren (z.B. Kosten, Sterblichkeit, usw.) sondern auch auf der Ebene der Produkte (Leben und Kranken) berücksichtigt wird.

5.2.2 Schweizer Solvenztest

In der Schweizer Solvenztest-Standardformel für die Lebensversicherung wird zwischen Parameter- und Zufallsrisiko unterschieden. Als Parameterrisiko gelten Risiken, die von der Unsicherheit in der Bestimmung sowie in der systematischen Änderung von Parametern herrühren (z.B. Sterblichkeit, Invalidität). Die Stochastizität der Realisierung von Zufallsvariablen wird als Zufallrisiko bezeichnet (z.B. Anzahl der Toten, Anzahl der Invalidisierungen).[94]

Für die Berechnung der Solvenzkapitalanforderung für versicherungstechnische Risiken unter Schweizer Solvenztest werden im ersten Schritt die Sensitivitäten des RTK

$$s_{\mathrm{RF}_i} := \frac{\Delta\mathrm{RTK}_{r_{RF_{i,o}}} - \Delta\mathrm{RTK}_{r_{RF_{i,u}}}}{r_{RF_{i,o}} - r_{RF_{i,u}}}$$

berechnet. $r_{RF_{i,o}}$ und $r_{RF_{i,u}}$ bezeichnen die Basisauslenkung um 10% nach oben bzw. 10% nach unten des Risikofaktors i. $\Delta\mathrm{RTK}_{r_{RF_{i,o}}}$ und $\Delta\mathrm{RTK}_{r_{RF_{i,u}}}$ bezeichnen die Änderung des RTK bei den Basisauslenkungen des Risikofaktors i. (Siehe „SST: Excel-Template 2008")[95]

Aus den ermittelten Sensitivitäten s_{RF_i} werden die Volatilitäten

$$\sigma_{RTK_{RF_i}} := s_{RF_i} \cdot \sigma_{RF_i}$$

des RTK mithilfe des jeweiligen Risikofaktors bestimmt. Die Volatilitäten der Risiko faktoren σ_{RF_i} sind durch die Regulierungsbehörde festgelegt, siehe Tabelle 5-5. Dies führt zum Volatilitätsvektor $\overrightarrow{v_B} = (\sigma_{RTK_{RF_i}}, \dots, \sigma_{RTK_{RF_n}})^T$.

Tabelle 5-5: Volatilitäten der Risikofaktoren unter Schweizer Solvenztest[96]

Risikofaktor	Volatilität
Sterblichkeit	5%
Langlebigkeit	10%
Invaliditätsrate	10%
Reaktivierungsrate	10%
Kosten	10%
Storno	25%
Optionsausübung	10%

Im folgenden Schritt werden unter Berücksichtigung des Diversifikationseffektes die einzelnen Volatilitäten des RTK zur Standardabweichung des Parameterrisikos

[94] (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 33

[95] Quelle: http://www.finma.ch/archiv/bpv/d/themen/00506/01350/index.html?lang=de

[96] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 34

$$\sqrt{var_{para}} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot \sigma_{RTK_{RF_i}} \cdot \sigma_{RTK_{RF_j}}} = \sqrt{\overrightarrow{v_B}^T \cdot \boldsymbol{B} \cdot \overrightarrow{v_B}}$$

Zusammengefasst.[97] Hierbei bezeichnet $\boldsymbol{B}$ die Korrelationsmatrix (Tabelle 5-6) von allen Parameterrisikofaktoren und $\rho_{i,j}$ den Korrelationskoeffizient zwischen Risikofaktoren i und j.

Tabelle 5-6: Korrelationsmatrix $\boldsymbol{B}$ gemäß Schweizer Solvenztest-Standardformel[98]

	Sterblichkeit	Langlebigkeit	Invalidität	Reaktivierung	Kosten	Storno	Optionsausübung
Sterblichkeit	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Langlebigkeit	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%
Invalidität	0%	0%	100%	0%	0%	0%	0%
Reaktivierung	0%	0%	0%	100%	0%	0%	0%
Kosten	0%	0%	0%	0%	100%	0%	0%
Storno	0%	0%	0%	0%	0%	100%	75%
Optionsausübung	0%	0%	0%	0%	0%	75%	100%

Das Zufallsrisiko wird mithilfe des Gesamtschadens

$$Y = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

berechnet. N bezeichnet die Anzahl der Schäden und X_i bezeichnet die Höhe des einzelnen Schadens $i\ (i = 1, 2, \dots, n)$. Die Variablen N und X_i sind voneinander stochastisch unabhängig und werden aus historischen Daten geschätzt. Durch die Annahme dass N poissonverteilt mit dem Erwartungswert $E(N)$ ist, gilt für die Varianz des Zufallsrisikos

$$var_{zufall} = var(Y) = E(N) \cdot E(X \cdot X)$$

Es wird unterstellt, dass die Änderung des RTK aufgrund einzelner Risikofaktoren gemeinsam normalverteilt ist.[99] Die vom Parameterrisiko verursachte Gesamtänderung

[97] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 34, modifiziert

[98] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 33

ist somit wieder normalverteilt. Weiterhin wird angenommen, dass die vom Zufallsrisiko herrührende Änderung auch normalverteilt mit dem Erwartungswert 0 und vom Parameterrisiko unabhängig ist.[100] Dies führt zu einer einfachen Aggregration des Parameterrisikos und Zufallsrisikos durch Addition der Varianzen.[101]

$$var_{ver.tech.} = var_{para} + var_{zufall}$$

Abschließend wird das benötigte Risikokapital für versicherungstechnische Risiken so kalkuliert, dass es dem $ES_{99\%}$ entspricht (siehe Abschnitt 2.3). Der berechnete Kapitalbedarf für die einzelnen Risikofaktoren für das Musterunternehmen nach dem Schweizer Solvenztest ist in Tabelle 5-7 dargestellt.

Tabelle 5-7: Benötigtes Risikokapital nach Schweizer Solvenztest (in Mio. €)

Risikofaktor	Schweizer Solvenztest (ES_i)
Sterblichkeit	1,76
Langlebigkeit	3,53
Invalidität	11,72
Reaktivierung	1,90
Storno	93,12
Kosten	24,39
Optionsausübung	9,10
Undiversifizierte Summe	145,53
Diversifizierte Summe	90,78
Diversifikationseffekt	37,63%

5.3 Stress und Risikotreiber

Die folgende Tabelle listet alle Risikotreiber und Stresse unter Solvency II sowie Schweizer Solvenztest auf. Hierbei ist zu beachten, dass die Stresse vom Schweizer Solvenztest auf die vorgegebenen Volatilitäten so kalibriert werden müssen, dass das benötigte Risikokapital dem $ES_{99\%}$ entspricht.

[99] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 33

[100] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 33

[101] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 35

Tabelle 5-8: Stresse und Risikotreiber von Solvency II und Schweizer Solvenztest[102]

Risikofaktor	Risikotreiber	Solvency°II Stresse	Schweizer Solvenz-test Stresse
Sterblichkeit	Sterbewahrscheinlichkeit	+15%	+/-10%
Sterblichkeits-katastrophe	Sterbewahrscheinlichkeit	+0.15% Todesfälle	+/-10%
Langlebigkeit	Sterbewahrscheinlichkeit	-20%	+/-10%
Kosten	Kosten	+10%	+/-10%
	Inflation	+1% p.a.	
Storno	Höchster Betrag von:		+/-10%
	Storno Anstieg	+50%	
	Storno Rückgang	-50%	
	Massenstorno	40%	
Morbidität	Invaliditätsrate	+35%: für 1. Jahr +25%: folgende Jahre	+/-10%
	Reaktivierungsrate	-20%	+/-10%
Revision	Annuities Paid	3%	nein
Options-ausübung	Rate der Kapitaloption	nein	+/-10%
Pandemie	Invaliditätsrate	Gestaffelt nach Dauer der Invalidität	Als Extremszenario
Massenunfall	Invaliditätsrate	Gestaffelt nach Dauer der Invalidität	Als Extremszenario
Unfall-konzentration	Invaliditätsrate	Gestaffelt nach Dauer der Invalidität	Als Extremszenario

5.4 Vergleich der Berechnungsergebnisse

Aufgrund dessen, dass es im Schweizer Solvenztest-Standardmodell keine Trennung zwischen vtRisiko_L und vtRisiko_K gibt, wird der Diversifikationseffekt nur auf der Ebene der Risikofaktoren berücksichtigt. Zum Vergleich werden die Kapital-anforderungen für entsprechende Risikofaktoren vom vtRisiko_L und vtRisiko_K bei der Anwendung vom Solvency II aufsummiert, bevor sie mit der Korrelationsmatrix in Tabelle 5-3 aggregiert werden.

[102] Vgl. (Kinrade, 2013), S. 23 und (GDV und PDK, 2012), S. 115, modifiziert

In der folgenden Tabelle sind die undiversifizierten Risikokapitale für einzelne Stresse von Solvency II sowie die benötigten Einzelkapitale vom Schweizer Solvenztest (ES_i) dargestellt.

Tabelle 5-9: Kapitalbedarf für Einzelrisiken von Solvency II und Schweizer Solvenztest (in Mio. €)

<table>
<tr><th colspan="2">Risikofaktor</th><th colspan="2">Solvency II
$(\boldsymbol{undiv.SCR_i})$</th><th>Schweizer Solvenztest
$(\boldsymbol{ES_i})$</th></tr>
<tr><td>Sterblichkeit</td><td>Sterblichkeit</td><td colspan="2">1,01</td><td>1,76</td></tr>
<tr><td>Langlebigkeit</td><td>Langlebigkeit</td><td colspan="2">5,32</td><td>3,53</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Morbidität</td><td>Invalidität</td><td colspan="2" rowspan="2">16,50</td><td>11,72</td></tr>
<tr><td>Reaktivierung</td><td>1,90</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Storno</td><td>Storno Rückgang</td><td>1,30</td><td rowspan="3">195,14</td><td rowspan="3">93,12</td></tr>
<tr><td>Storno Anstieg</td><td>59,96</td></tr>
<tr><td>Massenstorno</td><td>195,14</td></tr>
<tr><td>Kosten</td><td>Kosten</td><td colspan="2">27,18</td><td>24,39</td></tr>
<tr><td>Katastrophen</td><td>Katastrophen</td><td colspan="2">5,14</td><td>nein</td></tr>
<tr><td>Optionsausübung</td><td>Optionsausübung</td><td colspan="2">nein</td><td>9,10</td></tr>
<tr><td colspan="2">Undiversifizierte Summe</td><td colspan="2">250,29</td><td>145,53</td></tr>
<tr><td colspan="2">Diversifizierte Summe</td><td colspan="2">214,77</td><td>90,78</td></tr>
<tr><td colspan="2">Diversifikationseffekt</td><td colspan="2">14,19%</td><td>7,63%</td></tr>
</table>

Aus Tabelle 5-9 geht hervor, dass Schweizer Solvenztest nur 58% des Risikokapitalbedarfs für versicherungstechnische Risiken von Solvency II erfordert $(145{,}53/250{,}29 = 58\%)$. Weiterhin ist der Diversifikationseffekt unter Schweizer Solvenztest 161% höher als unter Solvency II $(37{,}63\%/(37{,}63\% - 14{,}19\%)) = 161\%)$.

Ein Grund dafür ist, dass unter Solvency II ein sehr hohes Kapital für das Stornorisiko erforderlich ist. Wie in Abschnitt 5.1 erläutert, fließt unter Solvency II beim Stornorisiko ausschließlich dasjenige Szenario mit der größten Kapitalanforderung in die Berechnung ein. Im Musterlebensversicherungsunternehmen ist dies die Massenstorno. Im Schweizer Solvenztest hingegen wird das Risiko der Massenstorno ausschließlich in den Extremszenarien betrachtet und besitzt somit über die Einzelstressszenarien einen geringen Einfluss. In Tabelle 5-10 ist daher zur besseren Vergleichbarkeit der Berechnungsmodelle die Kapitalanforderungen nach Solvency II nochmals ohne die Berücksichtigung des Massenstornos dargestellt.

Tabelle 5-10: Kapitalbedarf für versicherungstechnische Risiken mit/ohne Massenstorno (in Mio. €)

	Solvency II (mit Massenstorno)	Solvency II (ohne Massenstorno)	Schweizer Solvenztest
Undiversifiziertes Risikokapital für Storno	195,14	59,96	93,12
Undiversifiziertes Gesamtrisikokapital	250,29	115,11	145,53
Diversifiziertes Gesamtrisikokapital	214,77	85,20	90,78
Diversifikationseffekt	14,19%	5,98%	37,63%

Im Vergleich ist nun die Kapitalanforderung durch das Stornorisiko, ohne Massenstorno, unter Solvency II um 33,16 Mio. € geringer als beim Schweizer Solvenztest, was 35,6 % $((93{,}12 - 59{,}96)/93{,}12 = 35{,}6\%)$ entspricht. Dies führt weiterhin zu einer Erhöhung des Diversifikationseffektes.

Die oben analysierten Vergleichsergebnisse zeigen, dass diese zwei Berechnungsmethoden zu erheblich unterschiedlichen Kapitalanforderungen führen. Hauptursachen sind die unterschiedlichen Risikotreiber, die unterschiedlichen Korrelationsmatrizen sowie die Risikomaße, die zum jeweiligen Berechnungsmodell gehören.

6 Risikokapitalallokation

Zur Entwicklung interner wert- und risikoorientierter Steuerungsmodelle bilden die Theorien der Risikomessung, Risikokapitalermittlung und -allokation eine wichtige Grundlage.[103] In diesem Kapitel wird auf die Risikokapitalallokation mittels des Diversifikationseffektes und der unterschiedlichen Allokationsprinzipien eingegangen.

Die quantitative Aufgabe der Kapitalallokation ist, den Gesamtdiversifikationseffekt auf die einzelnen Risiken zu verteilen.[104] Die Grundüberlegungen der Kapitalallokation basieren auf der Berücksichtigung gegenseitiger Abhängigkeiten der Risiken, die von einer vorgegebenen Korrelationsmatrix dargestellt werden. Mittels dieser Matrix werden die Kapitalanforderungen für Einzelrisiken aggregiert, um diese auf einer übergeordneten Ebene zusammenzufassen.[105] Der aggregierte Gesamtkapitalbedarf ist aufgrund des Diversifikationseffektes geringer als die Summe der Kapitalanforderungen für Einzelrisiken.

6.1 Grundlagen

Es werden n Geschäftssegmente betrachtet, deren Verluste durch die Zufallsgrößen $X_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ beschrieben werden und deren Gesamtverlust $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$ ist. ρ sei ein ausgewähltes Risikomaß. Ein Allokationsverfahren K ist eine Abbildung, die den Segmentverlusten X_i die zugehörigen Allokationsbeiträge $K(X_i)$ zuordnet.[106]

Es bezeichnen $\rho(X)$ den diversifizierten Gesamtkapitalbedarf, $\rho(X_i)$ die einzelnen undiversifizierten Risikokapitale und $K(X_i)$ die einzelnen allokierten Risikokapitale. Der Diversifikationseffekt lässt sich als die Differenz zwischen dem diversifizierten Gesamtkapitalbedarf und der Summe einzelnen undiversifizierten Risikokapitale ermitteln.[107] Formal heißt dies

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(X_i) - \rho\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$$

[103] Vgl. (Tillmann, 2006), S. 22

[104] Quelle: (Wolf, 2011), S. 6

[105] Quelle: (Wolf, 2011), S. 6

[106] Quelle: (Wolf, 2011), S.6

[107] Quelle: (Wolf, 2011), S. 3

Ob der Wert des Diversifikationseffektes positiv oder negativ ist, hängt von den Teilrisiken sowie dem verwendeten Risikomaß ab.[108] Aufgrund eines kohärenten Risikomaßes, speziell durch die Eigenschaft der Subadditivität, ist eine nichtnegative Diversifikation sichergestellt.[109]

In der Literatur gibt es unterschiedliche Kapitalallokationsverfahren. Ein kohärentes Allokationsverfahren soll folgende Anforderungen erfüllen, die von Denault als kohärente Axiome definiert wurden:[110]

(1) Die vollständige Kapitalallokation

$$\sum_{i=1}^{n} K(X_i) = \rho(X)$$

besagt, dass das diversifizierte Gesamtrisikokapital vollständig auf die Segmente verteilt werden soll.

(2) Das kollektive Exzessverbot für jede Teilmenge B

$$\sum_{i \in B} K(X_i) \leq \rho\left(\sum_{i \in B} X_i\right)$$

fordert, dass ein Risiko nicht mehr Risikokapital zugewiesen bekommen soll, als es undiversifiziert benötigt.

(3) Die Symmetrie

$$K(X_i) = K(X_j), \text{falls } X_i = X_j$$

besagt, dass zwei Teilmengen mit identischen Verlustverteilungen und gleichen stochastischen Abhängigkeiten zum Restportfolio das gleiche Risikokapital zugeteilt bekommen sollen.

(4) Die risikolose Allokation

$$K(X_i) = K(c), \text{falls } X_i = c$$

bedeutet, dass einem sicheren Verlust genau diese Verlusthöhe als Risikokapitalbetrag zugewiesen wird.

---

[108] Quelle: (Wolf, 2011), S. 3

[109] Quelle: (Wolf, 2011), S. 4

[110] Vgl. (Denault, 2001), S. 6

6.2 Prinzipien

Es stellt sich die Frage, wie groß der Anteil des einzelnen Segments am aggregierten Gesamtkapitalbedarf des Gesamtunternehmens ist. Um diese zu beantworten kann eine der folgenden Methodiken, hier als Prinzipien bezeichnet, angewendet werden.[111] Diese erfüllen die von Denault definierten Axiome im unterschiedlichen Maße, was ebenfalls mit einem unterschiedlichen Aufwand der Berechnung einhergeht.

(1) Proportionales Prinzip

Der Gesamtdiversifikationseffekt wird proportional zur relativen Höhe des Risikokapitals aufgeteilt.

$$K(X_i) = \frac{\rho(X_i)}{\sum_{j=1}^{n} \rho(X_j)} \cdot \rho(X) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

(2) Marginalfaktor-Prinzip

Der Diversifikationseffekt wird proportional zur jeweiligen Differenz zwischen Gesamtrisiko und Risiko des Segments aufgeteilt.

$$K(X_i) = \frac{\rho(X) - \rho(X - X_i)}{\sum_{j=1}^{n}\left(\rho(X) - \rho(X - X_j)\right)} \cdot \rho(X) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

(3) Kovarianz-Prinzip

Die Allokation nach diesem Prinzip erfolgt proportional zu den Beiträgen einzelnen Risiken zur Gesamtvarianz $var(X)$. In Abhängigkeit von den Korrelationen und der Größe der eingehenden Kapitalanteile wird der Diversifikationseffekt auf die einzelnen Risiken zurückverteilt.

$$K(X_i) = \frac{Cov(X_i, X)}{var(X)} \cdot \rho(X) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

(4) TVaR-Prinzip

Dieses Prinzip zeigt, wie hoch die Beiträge der einzelnen Geschäftssegmente durchschnittlich zum Gesamtverlust des Unternehmens sind, falls der Value-at-Risk überschritten wird.[112]

[111] Vgl., (Diers), S. 57 - 69

[112] Vgl. (Diers), S. 60

$$K(X_i) = \frac{E(X_i|X > VaR_\alpha(X))}{TVaR_\alpha(X)} \cdot \rho(X) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Aufgrund dessen, dass der TVaR durch die Monte-Carlo-Simulation bestimmt wird, ist es sehr aufwendig dieses Prinzip anzuwenden.

(5) Shapley-Algorithmus
Bei diesem Prinzip werden alle möglichen Beitrittsreihenfolgen von Geschäftssegmenten zu einem Gesamtportfolio berücksichtigt.

Sei B eine Teilmenge mit m Elementen aus n betrachteten Segmenten ($m < n$). Sei $\rho(B)$ das Risikokapital der Teilmenge B. Der Risikokapitalbeitrag eines nicht zu B gehörten Segments i zu B wird wie folgt berechnet:[113]

$$\Delta_i(B) = \rho\left(\sum_{j \in B \cup \{i\}} X_j\right) - \rho\left(\sum_{j \in B} X_j\right) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Das allokierte Risikokapital für jedes Segment wird dadurch bestimmt, dass der oben genannte Risikokapitalbeitrag über alle möglichen Teilmengen berechnet wird.

$$K(X_i) = \sum_{B \subseteq \{1,\dots,n\} \setminus \{i\}} \frac{(\#B)! \cdot (n - 1 - \#B)!}{n!} \cdot \Delta_i(B) \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Dabei bezeichnet $\#B$ die Mächtigkeit der Teilmenge B.

[113] Quelle: (Wolf, 2011), S. 14-17

6.3 Bewertung der Kapitalallokationsprinzipien

Jedes der hier vorgestellten Prinzipien besitzt Vor- und Nachteile, welche in Tabelle 6-1 zusammengefasst sind.

Tabelle 6-1: Vor- und Nachteile der Kapitalallokationsprinzipien[114]

Prinzip	Vorteile	Nachteile
Proportionales Prinzip	- Einfach - Diversifikationsfaktor schnell ablesbar	- Abhängigkeiten nicht berücksichtigt - Axiome „kollektives Exzessverbot“ und „sichere Allokation“ u. U. nicht erfüllt
Marginalfaktor-Prinzip	- Gerechte Verteilung durch die Betrachtung des Einflusses jedes Segments auf das Gesamt-unternehmen	- Axiom „vollständige Allokation“ u.°U. nicht erfüllt
Kovarianz-Prinzip	- Einfach - Einfache Interpretation	- Axiom „kollektives Exzessverbot“ u.°U. nicht erfüllt - Segment mit sicherem Verlust erhält kein Risikokapital zugeteilt - Nur lineare Abhängigkeit erfasst
TVaR-Prinzip	- Alle vier Axiome erfüllt - Abhängigkeiten und Gesamt-verlustverteilung berücksichtigt - Einfache Interpretation	- Aufgrund der Monte-Carlo-Simulation aufwendig
Shapley-Algorithmus	- Gerechte Verteilung	- Aufwendiger als die anderen Methoden - Axiom „kollektives Exzessverbot“ nur bei subadditiven Risikomaßen erfüllt

6.4 Allokationsprinzip von Solvency II

Aufgrund unterschiedlicher Unternehmenssteuerungsziele mit jeweils spezifischen Anforderungen an die Methodik spielt für das Unternehmen die Entscheidung über das verwendete Risikomaß sowie das angewendete Allokationsprinzip eine wichtige Rolle. Im Rahmen des Solvency II-Standardansatzes muss das Kovarianz-Prinzip angewendet werden.[115]

[114] Vgl. (Diers), S. 70, 71, modifiziert

[115] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 212

Der Gesamtdiversifikationseffekt und Diversifikationseffekt des i-ten Risikos wie folgt definiert:

$$\text{Gesamtdiversifikationseffekt} \quad = 1 - \frac{SCR(ges, div)}{SCR(ges, undiv)}$$

und

$$\text{Diversifikationseffekt des i-ten Risikos} \quad = 1 - \frac{SCR(i, div)}{SCR(i, undiv)} \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Jedoch sind $SCR(i, div)$ unbekannt. Das Ziel ist es, das Kapital so zu allokieren, dass es möglichst hohe Diversifikationseffekte berücksichtigt werden. In dieser Arbeit wird der Diversifikationsfaktor F_i als der Quotient zwischen der Änderung des diversifizierten Gesamtrisikokapitals und der Änderung des undiversifizierten Einzelrisikokapitals definiert.

$$F_i = \frac{dSCR(ges, div)}{dSCR(i, undiv)} \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

F_i gibt an, um wie viel sich der benötigte Gesamtkapitalbedarf erhöht oder reduziert, wenn sich der undiversifizierte Einzelkapitalbedarf erhört oder reduziert. Je kleiner F_i sind, desto höher sind die Diversifikationseffekte.

Im Anhang B ist bewiesen, dass das Kovarianz-Prinzip die oben definierten Faktoren F_i

$$F_i = \frac{dSCR(ges, div)}{dSCR(i, undiv)} = \frac{K_i}{SCR(i, undiv)} \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

liefern kann, d.h. der Quotient zwischen dem nach Kovarianz-Prinzip allokierten und dem undiversifizierten Risikokapital gleich dem Diversifikationsfaktor ist.

6.5 Allokation des Solvency II- und Schweizer Solvenztest-Risikokapitals

Zur Verdeutlichung der Gemeinsamkeiten bzw. Unterschiede zwischen den oben beschrieben Allokationsprinzipien werden exemplarisch die nach Solvency II sowie Schweizer Solvenztest kalkulierten undiversifizierten Kapitalbedürfnisse für Kosten-, Morbiditäts- und Stornorisiko nach den jeweiligen Prinzipien allokiert, da diese Risikosubmodule den größten Teil des Kapitals des versicherungstechnischen Risikos des Musterunternehmens erfordern.

Als Risikomaß wird $VaR_{99{,}5\%}(X)$ ausgewählt. Die zugehörigen Verlustgrößen X_i $(i = 1, \dots, 3)$ seien multivariat normalverteilt mit dem Erwartungswertsvektor $\vec{0}$ sowie der jeweiligen Korrelationsmatrix in Tabelle 6-2 und Tabelle 6-3.

Tabelle 6-2: Korrelationsmatrix gemäß Solvency II[116]

Risiko	Kosten	Morbidität	Storno
Kosten	100%	50%	50%
Morbidität	50%	100%	0%
Storno	50%	0%	100%

und

Tabelle 6-3: Korrelationsmatrix gemäß Schweizer Solvenztest[117]

Risiko	Kosten	Morbidität	Storno
Kosten	100%	0%	0%
Morbidität	0%	100%	0%
Storno	0%	0%	100%

Der Ausgangspunkt für die Berechnung sind die Einzelrisikomodule (in Mio. €) in Tabelle 6-4.

Tabelle 6-4: Einzelrisikomodule nach Solvency II und Schweizer Solvenztest

Risiko	Solvency II	Schweizer Solvenztest
Kosten	27,18	24,39
Morbidität	16,50	13,62
Storno	195,14	93,12
Undiversifizierte Summe	238,82	131,13
Diversifizierte Summe	211,76	97,22
Diversifikationseffekt	11,33%	5,86%

Für das Gesamtrisiko $X := X_1 + X_2 + X_3$ werden zunächst die benötigten Standardabweichungen, Varianzen und Kovarianzen der Teilrisiken berechnet. Die Standard-

[116] Quelle: (GDV und PDK, 2012), S. 79

[117] Vgl. (Bundesamt für Privatversicherungen, 2006), S. 33

abweichungen werden mithilfe der Formel $VaR_{0,995} = \mu + \sigma \cdot q_{0,995}^{(0,1)} = 2{,}58\sigma$ ermittelt, siehe Anhang A-3.

In Tabelle 6-5 sind die undiversifizierten sowie die nach den unterschiedlichen Prinzipien allokierten Risikokapitale dargestellt. Aufgrund der Komplexität der Monte-Carlo-Simulation kommt das TVaR-Prinzip hier nicht zur Anwendung.

Tabelle 6-5: Undiversifizierte und allokierte Risikokapitale (in Mio. €)

Prinzip / Risiko	Un-diversifiziert		Proportiona-les Prinzip		Marginalfak-tor-Prinzip		Kovarianz-Prinzip		Shapley-Algorithmus	
	SII	SST	SII	SST	SII	SST	SII	SST	SII	SST
Kosten	27.18	24.39	24.10	18.08	17.64	4.12	17.07	6.12	20.47	12.08
Morbidität	16.50	13.62	14.63	10.10	1.89	1.27	2.34	1.91	8.02	5.62
Storno	195.14	93.12	173.03	69.04	192.23	91.83	192.35	89.19	183.27	79.53

Abbildung 6-1 und Abbildung 6-2 verdeutlichen Ergebnisse der Allokationsprinzipien nochmals grafisch.

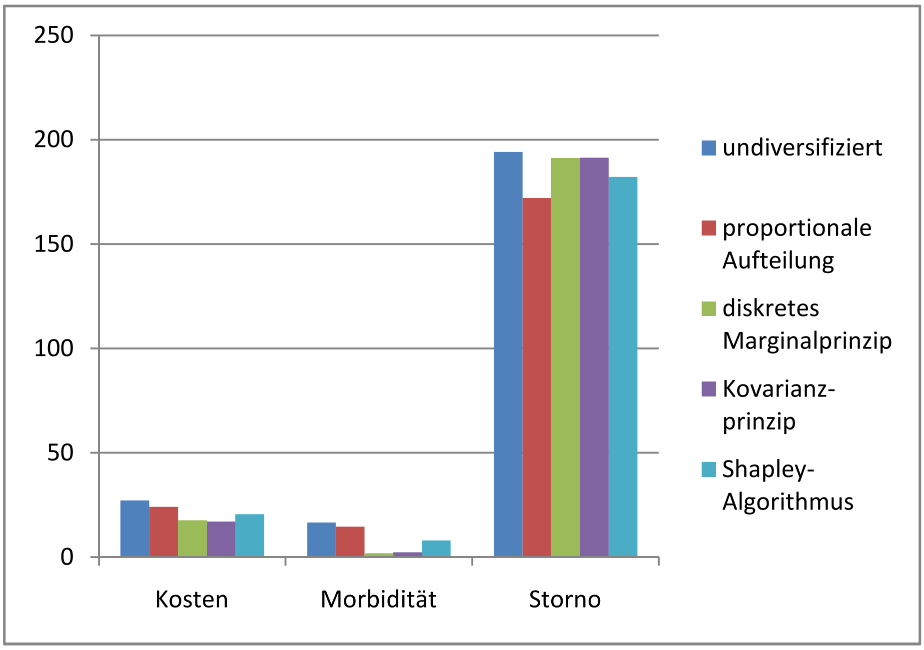

Abbildung 6-1: Allokierte Risikokapitale in Mio. € (Solvency II)

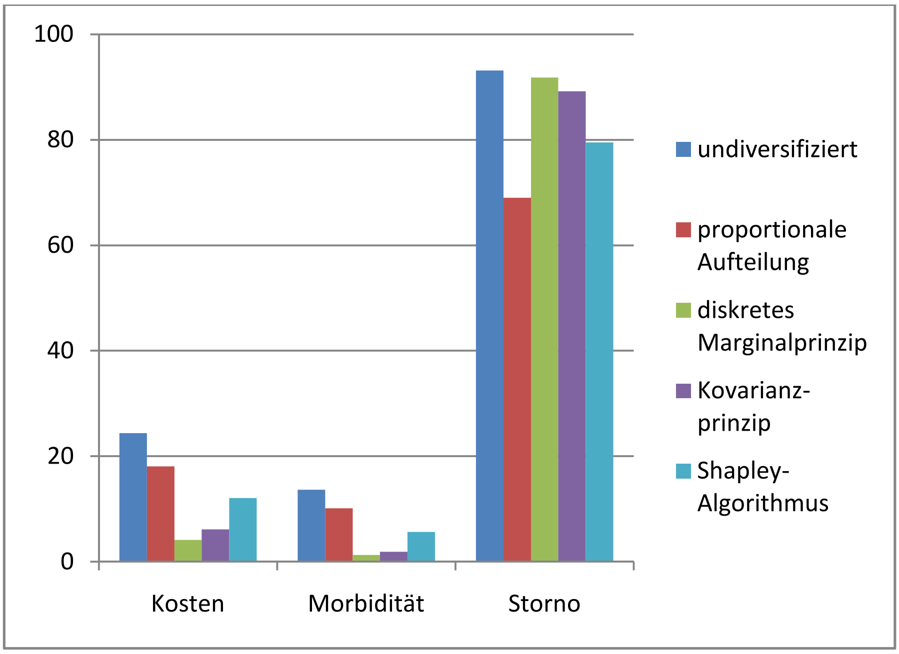

Abbildung 6-2: Allokierte Risikokapitale in Mio. € (Schweizer Solvenztest)

Aus Tabelle 6-5 sowie Abbildung 6-1 und Abbildung 6-2 geht deutlich hervor, dass der Schweizer Solvenztest nach allen Allokationsprinzipien einen geringeren Risikokapitalbedarf erfordert als Solvency II. Weiterhin ist auffällig, dass das Stornorisiko das größte Risikokapital verlangt.

Nach der Berechnung diversifizierten Kapitalanforderungen nach jedem Allokationsprinzip wurden diese mit den undiversifizierten Kapitalanforderungen ins Verhältnis gesetzt und daraus die Diversifikationsfaktoren ermittelt, siehe Tabelle 6-6.

Tabelle 6-6: Diversifikationsfaktoren von Solvency II gegenüber Schweizer Solvenztest

Prinzip / Risiko	Proportionales Prinzip		Marginalfaktor-Prinzip		Kovarianz-Prinzip		Shapley-Algorithmus	
	SII	SST	SII	SST	SII	SST	SII	SST
Kosten	88.67%	74.14%	64.90%	16.90%	62.81%	25.10%	75.32%	49.51%
Morbidität	88.67%	74.14%	11.47%	9.33%	14.21%	14.01%	48.62%	41.23%
Storno	88.67%	74.14%	98.51%	98.61%	98.57%	95.78%	93.92%	85.40%

Bei allen Risikofaktoren weist Solvency II größere Diversifikationsfaktoren auf als der Schweizer Solvenztest. Dies bestätigt, dass im Schweizer Solvenztest höhere Diversifikationseffekte berücksichtigt werden und somit auch das benötigte Gesamtrisikokapital geringer ist. Weiterhin besitzt bei allen Prinzipien, mit Ausnahme beim proportionalen Prinzip, das Morbiditätsrisiko den geringsten Diversifikationsfaktor.

Somit führt die Allokation des undiversifizierten Kapitalbedarfs für dieses Risiko zum höchsten Diversifikationseffekt. Im Gegensatz dazu ist der Diversifikationseffekt beim Stornorisiko am geringsten.

Anhand der gewonnenen Daten kann auch nachgewiesen werden, dass je nach Anwendung von Solvency II oder Schweizer Solvenztest dies zu unterschiedlichen Managemententscheidungen bei der Kapitalallokation, der Risikoabsicherung sowie dem Risikotransfer führt. Als Basis hierfür dienen die Allokationsergebnisse nach dem Kovarianz-Prinzip, da dieser bei Solvency II verbindlich ist.

So würde das Versicherungsunternehmen nach Solvency II versuchen, den Kapitalbedarf für Kosten- und Stornorisiken zu reduzieren und im Gegensatz dazu den Kapitalbedarf für Morbiditätsrisiken zu erhöhen (siehe Tabelle 6-6, gelbe Markierung). Beim Schweizer Solvenztest hingegen würde das Unternehmen versuchen, den Kapitalbedarf für Stornorisiken auf die Kosten- und Morbiditätsrisiken umzuverteilen.

6.6 Reduktion des benötigten Gesamtrisikokapitals

Obwohl das Gesamtrisikokapital eine wichtige Kenngröße der Gesamtschadensverteilung ist, werden für ein effektives Risikomanagement zusätzliche Informationen über die Gestalt der Gesamtschadenverteilung benötigt. Aufgrund dessen, dass die Allokation beim praktischen Risikokapitalmanagement eine untergeordnete Rolle spielt, wird im Rahmen in dieser Arbeit eine Methode entwickelt, welche die Einzelrisiken so steuert, dass deren Summe konstant bleibt jedoch der Diversifikationseffekt möglichst maximal ist. Somit wird auch das diversifizierte Gesamtrisikokapital minimal. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Verschiebung vom Risikokapital zwischen den Einzelrisiken durch Managementmaßnahmen umsetzbar ist.

Diese Optimierungsaufgabe wird im Folgenden zunächst mit einem analytischen Lösungsansatz und anschließend mit einem numerischen Algorithmus realisiert. Das benötigte Risikokapital für jedes Einzelrisiko ist dem Vektor $\vec{x} = x_1, \dots, x_n$ zugeordnet. M bezeichnet die Korrelationsmatrix. Die Zielfunktion für das diversifizierte Gesamtrisikokapital ist demnach:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{\vec{x}^T M \vec{x}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j}\, x_i x_j} \to min$$

Grundlage der analytischen Lösung ist die Betrachtung der Sensitivität des diversifizierten Gesamtkapitals als Funktion der Einzelkapitale mittels der partiellen Ableitung. Die Notwendige Bedingung für die Existenz eines lokalen Extremwerts ist

$$\frac{df}{dx_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j}\, x_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j}\, x_i x_j}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j}\, x_j}{f} = 0 \qquad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Demnach ist $M\vec{x} = \vec{0}$.

Ein homogenes lineares Gleichungssystem mit quadratischer Koeffizientenmatrix hat nur dann nichttriviale Lösungen, wenn die Koeffizientenmatrix singulär ($detM = 0$) ist. Aus dieser Überlegung ist festzustellen, dass diese Optimierungsaufgabe nur eine triviale Lösung besitzt, weil $detM \neq 0$ ist. Demnach kann die Optimierungsaufgabe analytisch nicht sinnvoll gelöst werden.

Aufgrund dessen wird ein numerischer Algorithmus entwickelt und in einem C-Programm umgesetzt. In diesem werden im ersten Schritt alle Kombinationsvarianten gesucht, bei denen die Summe der einzelnen Risikokapitale der vorgegebenen Konstante entspricht. Anschließend werden von jeder Variante das diversifizierte Gesamtkapital sowie der Diversifikationseffekt ermittelt. Im letzten Schritt wird das diversifizierte Gesamtkapital mit den zugehörigen Werten der Einzelrisiken aufsteigend geordnet ausgegeben. Das Listing in Abbildung 6-3 gibt diese Vorgehensweise qualitativ wieder. Der vollständige Quellcode des Programms ist im Anhang C dargestellt.

```
M vorgegeben
x1 = x1_min
x2 = x2_min
x3 = x3_min
while(x3 <= x3_max)
   summe = x1 + x2 + x3
   if((summe > summe_min) && (summe < summe_max))
      SCR_div, ges = √(x⃗ᵀMx⃗)
      if SCR_div, ges<Konstante
         Ausgabe: x1, x2, x3, SCR_div, ges
   x1 = x1 + x1_schrittweite
   if(x1 > x1_max)
      x2 = x2 + x2_schrittweite
      x1 = x1_min
   if(x2 > x2_max)
      x3 = x3 + x3_schrittweite
      x2 = x2_min
end while
```

Abbildung 6-3: Listing des Berechnungsalgorithmus

Gemäß dem Zahlenbeispiel aus Abschnitt 6.3 betragen die Werte der undiversifizierten Einzelrisiken nach Solvency II

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} Kosten \\ Morbidität \\ Storno \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27{,}18 \\ 16{,}5 \\ 195{,}14 \end{pmatrix}$$

sowie deren Summe $238{,}82$ Mio. €. Unter Verwendung der Wurzelformel $\sqrt{\vec{x}^T M \vec{x}}$ wird das Gesamtrisikokapital durch den Diversifikationseffekt bereits um $27{,}06$ Mio. € verringert. Bei der Ausführung des Programms werden das undiversifizierte Gesamtrisikokapital sowie die definierten Intervallgrenzen für die Einzelrisiken eingegeben, siehe Tabelle 6-7. Bei der Auswahl der Intervalle muss berücksichtigt werden, dass die Werte wie bereits angedeutet auch erreichbar sind.

Tabelle 6-7: Extremwerte der Einzelrisikomodule

Risiko	Minimum	Maximum
Kosten	15	35
Morbidität	10	20
Storno	100	200

Als Ergebnis nach der Ausführung des Programms mit der Schrittweite $0{,}5$ wurden ca. 800 mögliche Kombinationsvarianten gefunden. Welche der Varianten weiter verfolgt wird, ist von weiteren Untersuchungen des Risikomanagements abhängig. So können zur Reduktion des benötigten diversifizierten Risikokapitals Risiken abgesichert oder transferiert werden. Dazu gehören bspw. zur Absicherung des Marktrisikos von Aktien der Kauf von Put-Optionen, zur Reduktion des Kreditrisikos die Umschichtung der Portfolios festverzinslicher Anleihen hin zu Papieren mit besserer Bonität, zur Reduktion versicherungstechnischer Risiken das Abschließen zusätzlicher Rückversicherungsverträge.[118]

[118] Quelle: (Wolf, 2009), S. 3

7 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Arbeit war es, den Einfluss der Modelle und Berechnungsmethoden von Solvency II und Schweizer Solvenztest auf den Risikokapitalbedarf von Lebensversicherungsunternehmen zu untersuchen, für welche die versicherungstechnischen Risiken das größte Risikopotential darstellen.

Für die Umsetzung mussten zunächst die grundsätzlichen Methodiken der Modelle untersucht und ausgearbeitet werden. Darüber hinaus wurden speziell versicherungstechnische Risiken betrachtet und die Gemeinsamkeiten und Differenzen der Modelle gegenübergestellt.

Auf der Basis der Untersuchungen erfolgte anschließend die Kalkulation der Solvenzkapitalanforderungen gemäß Solvency II sowie Schweizer Solvenztest für ein Musterlebensversicherungsunternehmen. Das bedeutsamste Ergebnis ist der um 42% geringere Solvenzkapitalbedarf nach dem Modell des Schweizer Solvenztests gegenüber Solvency II. Diese erhebliche Differenz ist maßgeblich auf die Berechnung des Stornorisikos zurückzuführen. Jedoch haben die unterschiedlichen Stresse und Korrelationsmatrizen, welche zum Schweizer Solvenztest gehören, ebenfalls einen Solvenzkapitalbedarf mindernden Einfluss. In diesem Zusammenhang wurde weiterhin nachgewiesen, dass diese Richtlinien aufgrund der zum Teil stark differierenden Methodiken zu unterschiedlichen Risiko- und Kapitalstrategien im Unternehmen führen.

Um die Solvenzkapitalanforderungen für versicherungstechnische Risiken bei Solvency II zu reduzieren wurde ein Programm entwickelt, welches die Einzelrisiken so verteilt, dass die Diversifikationseffekte möglichst gut ausgenutzt werden. Als Ergebnis werden Kombinationsmöglichkeiten von Einzelrisiken ausgegeben, bei denen die Solvenzkapitalanforderungen minimal bzw. geringer sind. Diese Methode kann aufgrund der komplexen Thematik jedoch nur ein Teil der Betrachtung des Risiko- und Kapitalmanagements sein.

Zu diesem Zeitpunkt kann noch keine Prognose über eine zukünftige Anwendung eines solchen Optimierungsverfahrens gegeben werden. Um dies abschätzen zu können sind weitere Untersuchungen notwendig, insbesondere bezüglich einer Übertragung auf nicht versicherungstechnischen Risiken und somit auf einen Großteil der deutschen Versicherungsunternehmen.

Abschließend kann gesagt werden, dass mit den in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnissen eine gute Basis für die Entwicklung eines unternehmenseigenen Modells zur Kalkulierung der Solvenzkapitalanforderung geschaffen wurde.

Anhang

A Mathematische Grundlagen

A-1 Multivariate Normalverteilung

Seien X_i $(i = 1, 2, \dots, n)$ normalverteilt mit Erwartungswert μ_i, Standardabweichung σ_i und Korrelationskoeffizient ρ_{ij}. Somit ist der Vektor $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ multivariat normalverteilt mit dem Erwartungswertvektor $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)^T$, dem Standardabweichungsvektor $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)^T$ und der Varianz-Kovarianzmatrix $\sum$.[119] Somit ist die Linearkombination

$$Z = w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_n X_n$$

eindimensional normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $\mu_Z = \vec{w}^T \cdot \vec{\mu}$ und der Varianz $\sigma_Z^2 = \vec{w}^T \cdot \sum \cdot \vec{w}$, wobei $\vec{w}^T = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ den Vektor der Gewichte von X_i bezeichnet.[120]

A-2 Berechnung des Erwartungswertes und der Varianz eines Portfolios[121]

Gegeben ist $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ mit $\vec{\mu}$, $\vec{\sigma}$ und $\sum$. Für $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$ gelten

Erwartungswert $$\mu_Y = E\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = \sum_{i=1}^{n} \mu_i$$

und

Varianz $$\sigma_Y^2 = var\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} cov(X_i, X_j)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j}\sum \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \qquad (1)$$

$$= \sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \qquad (2)$$

---

[119] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 120

[120] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 120

[121] Vgl. (Hausmann, 2002), S. 14

Dabei bezeichnen $\rho_{i,j} = \sigma_{i,j} / \sigma_i \sigma_j$ die Korrelationskoeffizienten.

Die obigen Formeln lassen sich auf Portfolioverluste übertragen. Sei $Z = w_1 X_1 + w_2 X_2 + \cdots + w_n X_n$ der Verlust eines Portfolios, der sich aus n Einzelverlusten X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) zusammensetzt. Es gilt

$$\mu_Z = \vec{w}^T \cdot \vec{\mu} \tag{3}$$

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j}\sum w_i \cdot w_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = \vec{w}^T \cdot \sum \cdot \ \vec{w} \tag{4}$$

A-3 Value-at-Risk unter Normalverteilungsannahme[122]

Es seien $q_\alpha^{(0,1)}$ das α –Quantil der Standardnormalverteilung und $q_\alpha^{(\mu,\sigma)}$ das α –Quantil der Normalverteilung. Für $\alpha \epsilon (0; 1)$ gilt:

$$q_\alpha^{(\mu,\sigma)} = \mu + q_\alpha^{(0,1)} \cdot \sigma$$

Wenn der Verlust $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ist, ergibt sich daraus:

$$VaR_\alpha(X) = \mu + q_\alpha^{(0,1)} \cdot \sigma \tag{5}$$

Aus (3) und (4) lässt sich (5) auf Portfolioverluste übertragen.

$$VaR_\alpha(Z) = \vec{w}^T \cdot \vec{\mu} + q_\alpha^{(0,1)} \cdot \sqrt{\vec{w}^T \cdot \sum \cdot \ \vec{w}} \tag{6}$$

A-4 Herleitung der Solvency II-Wurzelformel

Es wird angenommen, dass die Verluste X_i von Risiken i $(f\text{ür}\ i = 1, 2, \dots, n)$ normalverteilt mit $\mu_i = 0$, σ_i und ρ_{ij} sind. Aus dem Anhang A-1 ist $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ multivariat normalverteilt mit dem Erwartungswertvektor $\vec{\mu} = \vec{0}$ und der Varianz-Kovarianzmatrix $\sum$. Den Vektor der Gewichte der einzelnen Risiken wird durch $w^T = (1,\ 1, \dots, 1)$ gesetzt. Damit folgt, dass Z eindimensional normalverteilt ist mit dem Erwartungswert $\mu_Z = 0$ und der Varianz

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j}\sum \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \tag{7}$$

Da X_i und Z jeweils normalverteilt sind, gilt aus (6)

[122] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 120

$$
\begin{aligned}
VaR_\alpha(X_i) &\cong 2{,}58\sigma_i = SCR_i \\
VaR_\alpha(Z) &\cong 2{,}58\sigma_Z = SCR_\mathrm{Z},
\end{aligned}
$$

wobei $\alpha = 99{,}5\%$ und $2{,}58$ als $99{,}5\%$ –Quantil der Standardnormalverteilung sind.[123]

Multipliziere beide Seiten von (7) mit $2{,}58^2$, dann folgt

$$
\begin{aligned}
(2{,}58\sigma_Z)^2 &= \sum_{i=1}^{n} (2{,}58\sigma_i)^2 + 2 \cdot \sum_{i<j}\sum \rho_{i,j} \cdot (2{,}58\sigma_i) \cdot (2{,}58\sigma_j) \\
\Leftrightarrow \qquad SCR_Z^2 &= \sum_{i=1}^{n} SCR_i^2 + 2 \cdot \sum_{i<j}\sum \rho_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j \\
\Leftrightarrow \qquad SCR_Z^2 &= \sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j \qquad ,
\end{aligned}
$$

wobei SCR_i das erforderliche Risikokapital für Risiko i und SCR_Z die Solvenzkapitalanforderung auf übergeordneter Ebene sind. Durch das Wurzelziehen ergibt sich:

$$
SCR_Z = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} \qquad \blacksquare
$$

[123] Vgl. (Cottin, et al., 2009), S. 119

B Kapitalallokation nach Kovarianzprinzip

Ein Versicherungsunternehmen besteht aus n Geschäftssegmenten und verwendet das Risikomaß Value-at-Risk zum Niveau 99,5%. Der Vektor der Verlusthöhe $\vec{X} = (X_1, X_2, \ldots, X_n)^T$ sei multivariat normalverteilt mit dem Erwartungswertvektor $\overrightarrow{\mu_X} = \vec{0}$ und der Korrelationsmatrix

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \cdots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 1 & \rho_{(n-1),n} \\ \rho_{n,1} & \cdots & \cdots & \rho_{n,(n-1)} & 1 \end{pmatrix}$$

99,5%-Quantil der Standardnormalverteilung beträgt 2,58. Es folgt:

$$VaR_{0,995} = \mu + q_{0,995}^{(0,1)} \cdot \sigma = 2{,}58\sigma$$

Mit $w^T = (1,\ 1, \ldots, 1)$ sei $Z = \vec{w}^T \cdot \vec{X}$ eindimensional normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu_Z = 0$ und der Standardabweichung $\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j}$.

Mit vorgegebenen $SCR(i, undiv)$ für $i = 1, 2, \ldots, n$ sind σ_i sowie σ_Z einfach zu berechnen.

$$VaR_{0,995}(Z) = SCR(ges, div) = 2{,}58\sigma_Z$$

$$VaR_{0,995}(X_i) = SCR(i, undiv) = 2{,}58\sigma_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Das undiversifizierte Gesamtkapital beträgt:

$$SCR(ges, undiv) = \sum_{i=1}^{n} SCR(i, undiv) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Das diversifizierte Gesamtkapital wird wie folgt beschrieben:

$$\begin{aligned} SCR(ges, div) &= VaR_{0,995}(Z) = 2{,}58\sigma_Z \\ &= 2{,}58 \cdot \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j} \\ &= \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot (2{,}58\sigma_i) \cdot (2{,}58\sigma_j)} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \cdot SCR(i, undiv) \cdot SCR(j, undiv)}$$

Betrachte die Sensitivität des diversifizierten Gesamtkapitals als Funktion der Einzelkapitale mittels der partiellen Ableitung:

$$\frac{dSCR(ges, div)}{dSCR(i, undiv)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \cdot SCR(j, undiv)}{\sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j}\, SCR(i, undiv) \cdot SCR(j, undiv)}}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \cdot SCR(j, undiv)}{SCR(ges, div)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Die Allokation nach Kovarianz-Prinzip lautet

$$K_i = \frac{Cov(X_i, X)}{var(X)} \cdot SCR(ges, div) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Daraus folgt

$$\frac{K_i}{SCR(i, undiv)} = \frac{Cov(X_i, X) \cdot SCR(ges, div)}{var(X) \cdot SCR(i, undiv)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} Cov(X_i, X_j)\right) \cdot 2{,}58\sigma_{\mathrm{X}}}{\sigma_X^2 \cdot 2{,}58\sigma_i}$$

$$= \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j}\, \sigma_i \sigma_j\right) \cdot 2{,}58\sigma_{\mathrm{X}}}{\sigma_X^2 \cdot 2{,}58\sigma_i}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \cdot (2{,}58\sigma_j)}{\sigma_{\mathrm{X}} \cdot 2{,}58}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} \cdot SCR(j, undiv)}{SCR(ges, div)}$$

$$= \frac{dSCR(ges, div)}{dSCR(i, undiv)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \qquad \blacksquare$$

C C-Programm

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#include<time.h>
#include <conio.h>

int i = 0, j = 0, k = 0;

double x = 0, x_min = 0, x_max = 0; // Kostenrisiko
double y = 0, y_min = 0, y_max = 0; // Morbiditaetsrisiko
double z = 0, z_min = 0, z_max = 0; // Stornorisiko

double Erg_min = 0, Erg_max = 0; // Intervall des undiversifizierten Gesamtkapitals dieser drei Risiken
double x_schrittweite, y_schrittweite, z_schrittweite; // Erhoehung einzelnen Risikos

int AnzErgebnisse = 0;

double      matrix_a[3][1]; // Vektor der Einzelrisiken
double matrix_a_trans[1][3];
double      matrix_c[1][3]; // Zwischenergebnismatrix 1
double      matrix_d[1][1];
double      matrix_b[3][3] = {{1   , 0. 5, 0.5},
                              { 0.5, 1   , 0  },
                              { 0.5, 0   , 1  }}; // Korrelationsmatrix

double summe = 0; // undiversifiziertes Gesamtkapital dieser drei Risiken
double div_ges_kapital = 0;
double div_ges_kapital_MU  = 0; // Reales diversifiziertes Gesamtkapital des Musterunternehmens

void eingeben();
void schreiben();

void main()
{
   eingeben();
   schreiben();
}

void eingeben()
```

```
{
    printf("\n****************************************************\n");
    printf("\n Diversifikationsvarianten des Gesamtkapitals\n\n");
    printf("\n****************************************************\n");

    printf("\nGeben Sie die Intervalle der Einzelrisiken ein!\n\n");
    printf("x_min =  ");
    scanf("%lf", & x_min);
    printf("x_max = ");
    scanf("%lf", &x_max);

    printf("y_min =   ");
    scanf("%lf", &y_min);
    printf("y_max =  ");
    scanf("%lf", &y_max);

    printf("z_min = ");
    scanf("%lf", &z_min);
    printf("z_max = ");
    scanf("%lf", &z_max);

    printf("\nGeben Sie das Interval des undiversifizierten Gesamtkapitals dieser drei Risiken ein!\n\n");
    printf("Erg_min = ");
    scanf("%lf", &Erg_min);
    printf("Erg_max = ");
    scanf("%lf", &Erg_max);

    printf("\nGeben Sie das reale diversifizierte Gesamtkapital dieser drei Risiken ein!\n\n");
    printf("div_ges_kapital_MU = ");
    scanf("%lf", &div_ges_kapital_MU);

    printf("\nGeben Sie die Schrittweiten ein!\n\n");
    printf("x_schrittweite = ");
    scanf("%lf", &x_schrittweite);
    printf("y_schrittweite = ");
    scanf("%lf", &y_schrittweite);
    printf("z_schrittweite = ");
    scanf("%lf", &z_schrittweite);

    printf("\nDie Ergebnisse werden in Datei SCR_MU.txt geschrieben, die zur Kontrolle mit Notepad geoeffnet werden kann. Zur Bearbeitung der Daten soll diese Datei in eine Excel-Datei umformatiert werden.\n\n");
    printf("\n*****************************************************\n");
}
```

```
void schreiben()
{
    FILE *f;
    f = fopen("SCR_MU.txt","w");

    x = x_min;
    y = y_min;
    z = z_min;

    fprintf(f, "\n    Nr.    div. GesamtSCR        x       y       z     ");

    while(z <= z_max)
    {
        summe = x+y+z;

        if((summe>=Erg_min)&&(summe<=Erg_max))
        {
            matrix_a_trans[0][0] = x;
            matrix_a_trans[0][1] = y;
            matrix_a_trans[0][2] = z;

            matrix_a[0][0] = x;
            matrix_a[1][0] = y;
            matrix_a[2][0] = z;

            //Matrix C = Matrix A_trans * Matrix B berechnen
            for(i=0;i<1;i++)
                {   for(j=0;j<3;j++)
                    {   matrix_c[i][j]=0;
                        for(k=0;k<3;k++)
                            matrix_c[i][j] += matrix_a_trans[i][k]*matrix_b[k][j];
                    }
                }

            //Matrix D = Matrix C * Matrix A berechnen
            for(i=0;i<1;i++)
                {   for(j=0;j<1;j++)
                    {   matrix_d[i][j]=0;
                        for(k=0;k<3;k++)
                            matrix_d[i][j] += matrix_c[i][k]*matrix_a[k][j];
                    }
                }
```

```
                div_ges_kapital = sqrt(matrix_d[0][0]); // Diversifiziertes Gesamtkapital dieser drei Risiken

                if(div_ges_kapital < div_ges_kapital_MU)
                {
                    AnzErgebnisse+=1;
                    fprintf(f, "\n%8d      %8.2lf       %8.2lf       %8.2lf       %8.2lf       ", AnzErgebnisse,
                    div_ges_kapital, x, y, z);
                }
            }
            x=x+x_schrittweite;
            if(x>x_max)
            {
                y = y + y_schrittweite;
                x = x_min;
            }
            if(y>y_max)
            {
                z = z + z_schrittweite;
                y = y_min;
            }

        } // end while
        system("pause");
        fclose(f);
}
```

D CD

Auf der CD befinden sich diese Arbeit im PDF-Format sowie alle Berechnungen der Solvenzkapitalanforderungen und Risikokapitalallokation.

E Literaturverzeichnis

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M. und Heath, D. Coherent Measures of Risk [Online]. - 22. 07 1998. - 20. 09 2013. - http://www.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf.

Assekuranz Rating Agentur GmbH Solvency II Kompakt - Säule I [Online]. - 02. 12 2013. - http://www.solvency-ii-kompakt.de/content/ermittlung-der-kapitalanforderungen-vt-leben.

Bundesamt für Privatversicherungen Technisches Dokument zum Swiss Solvency Test [Online]. - 02. 10 2006. - 02. 09 2013. - http://www.finma.ch/archiv/bpv/download/d/SST_technischesDokument_061002.pdf.

Bundesamt für Privatversicherungen Weissbuch des Schweizer Solvenztests [Online]. - 11 2004. - 15. 11 2013. - http://www.finma.ch/archiv/bpv/download/d/whitepaper_SST_D_050428.pdf.

Bundesanstalt für Finanzdienstleistungsaufsicht Umsetzung von Solvency II [Online]. - 05. 09 2013. - http://www.bafin.de/DE/Aufsicht/VersichererPensionsfonds/UmsetzungSolvencyII/umsetzungsolvency2_node.html#doc2812708bodyText1.

cash.life AG cash.life - Geld fürs Leben - Beitragfreistellung [Online]. - 10. 02 2014. - http://www.cashlife.de/service/lexikon/beitragsfreistellung/.

Cech C. Die Eigenmittelanforderung an Versicherungsunternehmen im Standardsatz von Solvency II [Online]. - 09 2012. - 19. 11 2013. - http://www.fh-vie.ac.at/content/download/4873/37271/file/WP74.

Cottin C. und Döhler S. Risikoanalyse: Modellierung, Beurteilung und Management von Risiken mit Praxisbeispielen [Buch]. - Wiesbaden : Vieweg + Teubner, 2009. - 1. Auflage.

Denault M. Coherent allocation of risk capital [Online]. - 01 2001. - 20. 01 2014. - ftp://ftp.sam.math.ethz.ch/risklab/papers/CoherentAllocation.pdf.

Diers D., Heyers, S., Schaefer, K., Wasserfall, J. Prozesse des ERM - Modul 5 / Hrsg. GmbH Deutsche Aktuar-Akademie.

Ehrlich K., Moormann, L., Ducoffre, N., Zhou-Richter, T. Solvency II: Der lange Weg zur Standardformel - Wohin geht es? [Online] / Hrsg. Re Munich. - 01 2012. - 12. 02 2014. -
http://www.munichre.com/publications/302-07303_de.pdf.

Eling M. Der Swiss Solvency Test: Ein Vorbild für Solvency II? [Online]. - 03 2007. - 15. 12 2013. -
http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:90yTfBtCYyoJ:https://www.alexandria.unisg.ch/export/DL/Martin_Eling/35500.pdf+&cd=1&hl=en&ct=clnk&gl=de&client=firefox-a.

GDV und PDK QIS6 - Eine Zusammenfassung des vorläufigen Standes quantitativer Solvency II-Anforderungen an EInzelunternehmen zu Testzwecken. - 29. 02 2012.

Grimmer A. Kalkulation versicherungstechnischer Risiken [Online]. - 17. 02 2014. -
http://www.hochschule-bochum.de/fileadmin/media/fb_w/Kaiser/praxis/-Grimmer060606.pdf.

Hausmann W., Diener, K., Käsler, J. Derivate, Arbitrage und Portfolio-Selektion [Buch]. - Wiesbaden : Vieweg, 2002. - 1. Edition.

Kinrade N., Coatesworth, W. How equivalent are the quantitative aspects of Swiss Solvency Test and Solvency II for life insurers?. - [s.l.] : Milliman , 11 2013.

Klinge U. Solvency II - Pillar I. - Heidelberg : [s.n.], 2013.

Kriele M., Wolf, J. Wertorientiertes Risikomanagement von Versicherungsunternehmen [Online]. - 12. 02 2014. -
http://www.beck-shop.de/fachbuch/leseprobe/9783642258053_Excerpt_001.pdf.

Maurer C. Solvency II [Online]. - 28. 02 2014. - 13. 03 2014. -
http://www.fam.tuwien.ac.at/~sgerhold/pub_files/sem13/s_maurer.pdf.

Pfeifer D. Leitfaden für Versicherungsunternehmen [Online]. - 01. 12 2013. -
http://www.staff.uni-oldenburg.de/dietmar.pfeifer/Leitfaden.pdf.

PwC PricewaterhouseCoopers Solvency II in der Praxis [Online]. - 16. 01 2012. - 17. 12 2013. -
http://www.wiso.tu-dortmund.de/wiso/f/Medienpool/de/Dateien/-Solvency_II_in_der_Praxis.pdf.

Sadzik B. Diplomarbeit: Interne Modelle in Solvency II für deutsche Lebensversicherungsunternehmen [Online]. - 26. 11 2007. - 15. 09 2013. -
http://www.deutscherueck.de/uploads/tx_dbdownloads/Diplomarbeit.pdf.

Tillmann M. Methoden der Risikokapitalallokation - Allokation von Risikokapital im Versicherungsgeschäft (II) [Online]. - 05 2006. - 20. 01 2014. - http://www.wiwi.uni-muenster.de/ctrl/forschen/veroeffentlichungen/-Tillmann_in_RISIKO%20MANAGER%2005-2006.pdf.

Weindorfer B. Solvency II - Eine Übersicht [Online]. - 08 2011. - 19. 11 2013. - www.fh-vie.ac.at/content/download/3852/27637/file/WP64.

Wolf J., Bader, G. Klausur im Grundwissen Wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung [Online] / Hrsg. GmbH Deutsche Aktuar-Akademie. - 2009. - 05. 01 2014. - http://aktuar.de/custom/download/dav/ausbildung/014/014Musterloesung2009.pdf.

Wolf J., Goersmeyer, V. Diversifikation, Copulas und Korrelation / Hrsg. GmbH Deutsche Aktuar-Akademie. - 2011.

Wolf J., Goersmeyer, V. Methoden der Kapitalallokation / Hrsg. GmbH Deutsche Aktuar-Akademie. - 2011.

Wüstenrot & Württembergische AG Solvency II – am Ziel vorbei? [Online]. - 25. 06 2013. - 18. 10 2013. - http://www.forum-v.de/Vortrag_Forum_V_Heinen.pdf.

F Erklärung zur Urheberschaft

Ich erkläre hiermit, dass ich die hier vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe angefertigt, und nur die angeführten Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Alle wörtlich oder sinngemäß übernommenen Textstellen habe ich als solche kenntlich gemacht.

……………………………………… ………………………………………

Ort, Datum Unterschrift